UNIVERSIDADE FEDERAL DO ESTADO DO RIO DE JANEIRO
CENTRO DE CIÊNCIAS HUMANAS E SOCIAIS – CCH
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM EDUCAÇÃO

Andreia Almeida dos Santos

ESTRATÉGIAS DE CÁLCULO UTILIZADAS POR ALUNOS DOS PRIMEIROS ANOS DE ESCOLARIDADE PARA RESOLVER PROBLEMAS E SUAS RELAÇÕES COM AS PRÁTICAS DE ENSINO

RIO DE JANEIRO
2013

ANDREIA ALMEIDA DOS SANTOS

Estratégias de cálculo utilizadas por alunos dos primeiros anos de escolaridade para resolver problemas e suas relações com as práticas de ensino

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-graduação em Educação da Universidade Federal do Estado do Rio de Janeiro como requisito parcial para a obtenção do título de Mestre em Educação.

Orientadora: Professora Doutora Mônica Cerbella Freire Mandarino

Rio de Janeiro

2013

AUTORIZO A REPRODUÇÃO E DIVULGAÇÃO TOTAL OU PARCIAL DESTE TRABALHO, POR QUALQUER MEIO CONVENCIONAL OU ELETRÔNICO, PARA FINS DE ESTUDO E PESQUISA, DESDE QUE CITADA A FONTE.

Santos, Andreia Almeida dos.

A851 Estratégias de cálculo utilizadas por alunos dos primeiros anos de escolaridade para resolver problemas e suas relações com as práticas de ensino / Andreia Almeida dos Santos, 2013.

174f. ; 30 cm

Orientador: Mônica Cerbella Freire Mandarino.

Dissertação (Mestrado em Educação) – Universidade Federal do Estado do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, 2013.

1. Matemática (Ensino fundamental) – Estudo e ensino. 2. Estratégias de cálculo. 3. Operações matemáticas. 4. Prática de ensino. 5. Aprendizagem - Avaliação. I. Mandarino, Mônica Cerbella Freire. II. Universidade Federal do Estado do Rio de Janeiro III. Centro de Ciências Humanas e Sociais. Mestrado em Educação. IV. Título.

CDD – 372.7

UNIVERSIDADE FEDERAL DO ESTADO DO RIO DE JANEIRO
CENTRO DE CIÊNCIAS HUMANAS E SOCIAIS - CCH
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM EDUCAÇÃO
DISSERTAÇÃO DE MESTRADO

ANDREIA ALMEIDA DOS SANTOS

Estratégias de cálculo utilizadas por alunos dos primeiros anos de escolaridade para resolver problemas e suas relações com as práticas de ensino

Aprovado pela Banca Examinadora

Rio de Janeiro, ___/___/___

_____

Professora Doutora Mônica Cerbella Freire Mandarino

Orientadora - UNIRIO

_____

Professora Doutora Elizabeth Belfort - UFRJ

_____

Professora Doutora Claudia de Oliveira Fernandes - UNIRIO

AGRADECIMENTOS

"Cada pessoa que passa em nossa vida, passa sozinha,
é porque cada pessoa é única e nenhuma substitui a outra!
Cada pessoa que passa em nossa vida passa sozinha
e não nos deixa só porque deixa um pouco de si e leva um pouquinho de nós.
Essa é a mais bela responsabilidade da vida
e a prova de que as pessoas não se encontram por acaso."[1]
Charles Chaplin

A existência desta pesquisa é fruto de um "pouco" de muitas pessoas que passaram pela minha vida. Pessoas que são parte da minha história, pessoas que compartilharam comigo suas ideias em publicações e cursos, pessoas que me instigaram a buscar qualificar meu trabalho na Educação, pessoas que colaboraram diretamente com esta pesquisa. **A todas elas dedico meu sincero agradecimento e espero ter deixado "um pouco de mim" também.**

Para algumas ofereço um agradecimento nominal, já que se tornaram essenciais para este trabalho:

Aos meus pais Tania e Beto que dedicaram sua vida para que eu estudasse e fosse feliz, pelo incentivo e apoio constante.

Ao meu marido Vancler pela sua compreensão durante minhas ausências para estudo, pelo seu amor e apoio.

À orientadora Mônica Mandarino pelos ensinamentos sobre a escrita acadêmica e sobre a Educação Matemática, pelo respeito aos meus desejos e opiniões.

À educadora Adriana Moraes Schoenacher pelas indagações constantes e conversas instigantes, por despertar meu interesse pela Educação Matemática.

Às educadoras Neide Fernandes, Renata Cossetti, Paula Brandão, Suely Matieli e Gisa Cavalcante por me fazerem acreditar que uma educação pública com mais qualidade é possível. Pelo que crescemos juntas na Educação Matemática, pela amizade de sempre.

À professora e pesquisadora Ana Ruth Starepravo pelas reflexões que suscitou em mim, pelo conhecimento que compartilha, pelas pesquisas realizadas.

Às amigas Nélia Mara e Flávia Assis pelo incentivo e orientações na seleção do Mestrado.

[1] Fonte: http://pensador.uol.com.br/frase/MjQ4NjY/

Às amigas Flávia Renata e Teresinha Valente por todo incentivo, apoio durante todo percurso desta pesquisa e pela amizade que construímos. Também pela ajuda nas revisões e por suas orientações (Flávia).

Aos amigos do LIMC Mais, em especial à Alícia Venegas, Eulália Lauksas, Silvana, Elaine, pelas contribuições na fase da análise dos dados.

A todos profissionais das três escolas que colaboraram com a pesquisa.

À Secretaria Municipal de Duque de Caxias, ao Colégio Pedro II e à escola particular participante que possibilitaram a realização deste estudo em uma de suas unidades.

A todos os alunos que me receberam com tanto carinho e participaram com entusiasmo do que foi proposto.

Ao Programa de Mestrado da UNIRIO pela oportunidade oferecida e a todos os professores que integram este programa.

Às professoras Claudia Fernandes e Gilda Lisbôa pela leitura atenta e contribuições no Exame de Qualificação.

Uma frase que me acompanhou durante toda minha pesquisa foi dita pela minha orientadora: “É preciso ser feliz com a pesquisa”. E foi assim que eu fui, pesquisei sobre o tema que eu queria, dentro das possibilidades de tempo que o curso oferecia. Há muito ainda a trilhar, principalmente quando se trata de compreender a aprendizagem em Matemática. Espero que esta pesquisa contribua com reflexões para que possamos “dar asas” aos nossos alunos e não “engessá-los” em práticas únicas e limitadoras.

RESUMO

Verifica-se que os estudos na área de Educação Matemática e as orientações curriculares oficiais (BRASIL, 1997) indicam a necessidade de um trabalho voltado para o desenvolvimento de diferentes estratégias de cálculo e de resolução de problemas. Neste sentido diversos autores (KAMII, 2005; STAREPRAVO, 2006; WALLE, 2009) defendem que o ensino dos algoritmos convencionais das operações matemáticas não deve preceder o desenvolvimento das ideias relativas a cada uma das operações, de algoritmos alternativos e a compreensão do Sistema de Numeração Decimal. Porém, pesquisas recentes (MANDARINO, 2006, dentre outras) mostram que o cotidiano das aulas de Matemática ainda está impregnado por práticas que valorizam a repetição de procedimentos únicos de cálculo - os algoritmos convencionais. A criação pelos alunos de estratégias próprias para calcular e resolver problemas sucumbe em ambientes que não reconhecem seu potencial formador do pensamento matemático. Desta forma, para contribuir com as reflexões sobre as práticas pedagógicas utilizadas no ensino dos cálculos matemáticos, esta pesquisa se volta para a análise das diferentes estratégias que alunos de três turmas dos anos iniciais utilizam para resolver quatro problemas que envolvem cálculos de adição e subtração com reagrupamentos. Optamos por realizar esta pesquisa em três escolas com realidades e propostas pedagógicas distintas para enriquecer o campo investigativo. Buscamos ainda relacionar as estratégias que os alunos utilizaram com as práticas de ensino vivenciadas por eles. Visando conhecer estas práticas realizamos: análise do planejamento curricular de Matemática do ano escolar em que a pesquisa foi realizada; entrevista com um profissional da equipe pedagógica de cada escola e com a professora de cada turma; e observação de duas aulas envolvendo resolução de problemas. Aplicamos quatro problemas nas três turmas e gravamos em vídeo as falas das crianças para que tivéssemos o registro de como explicaram suas resoluções. Analisamos as estratégias e os resultados encontrados pelos alunos buscando compreender como pensaram e as principais causas de erros. Para compor o campo de análises teóricas utilizamos os estudos de Kamii (2002, 2005), Zunino (1995), Mandarino (2006, 2008, 2010), Parra (1996), Starepravo (2006), Golbert (2009), Nunes e Bryant (1997), Nagy-Silva e Buriasco (2008), entre outros. Quase todas as crianças de duas

das turmas participantes que haviam aprendido uma única estratégia, o algoritmo convencional, não foram capazes de recorrer a outros procedimentos para resolver os problemas. Vale destacar, também, que em todas as turmas os alunos não tinham o hábito de avaliar se os resultados encontrados eram razoáveis para responder à situação descrita no enunciado.

Palavras-chave: operações matemáticas, resolução de problemas, algoritmo convencional, decomposição numérica, cálculo mental, estratégias de cálculo.

ABSTRACT

It ascertains that studies in the field of mathematics education and the official curriculum orientations (BRAZIL, 1997) indicate the need to work toward the development of different strategies for calculating and solving problem. Accordingly several authors (KAMII, 2005; STAREPRAVO, 2006; WALLE, 2009) argue that the teaching of conventional algorithms of mathematical operations should not behave the development of ideas relating to each of the operations, alternative algorithms and the understanding of alternative Decimal Numbering System. However, recent research (MANDARINO, 2006, among others) show that the everyday mathematics classrooms still impregnated by practices that value the unique repeat procedures of calculation - the conventional algorithms. The student's creation of their own strategies to calculate and solve problems succumbs in environments that do not recognize your trainer potential of mathematical thinking. Thus, to contribute to the reflections on the teaching practices used in the teaching of mathematics, this research turns to the analysis of different strategies that students from the three early years used to solve four problems involving addition and subtraction calculations with regrouping. We decided to conduct this research in three schools with different realities and different pedagogical proposals to enrich the investigative field. We seek to relate the strategies that students used to teaching practices experienced by them. Aiming to meet these practices, we performed: analysis of curricular planning of Mathematics of the school year when the research was conducted; interview with a pedagogical professional of each school and the teacher of each classroom, and observation of two classes involving solving problem. We apply four problems in three classes and recorded on video the testimonies of the children so we have the record to explain its resolutions. We analyze the strategies and the results found by students seeking to understand how they explained and the main causes of errors. To compose the field of theoretical analysis of the studies, we used the studies of Kamii (2002, 2005), Zunino (1995), Mandarino (2006, 2008, 2010), Parra (1996), Starepravo (2006), Golbert (2009), Nunes and Bryant (1997), Nagy and Buriasco-Silva (2008), among others. Almost all children in two groups who had learned a single strategy, the conventional algorithm, they were not able to use other procedures to solve problems. It is also worth noting that in all classes students did

not have the habit of evaluating if the results were reasonable to respond to the situation described in the statement.

Keywords: math, problem solving, algorithm conventional, decomposition numerical, calculation mental, calculation strategies.

SUMÁRIO

INTRODUÇÃO..... 12

1 - O ensino de Matemática nos anos iniciais do Ensino Fundamental 20
1.1 – Propostas metodológicas para o ensino de Matemática nos anos iniciais do Ensino Fundamental 20
1.2 – Organização dos conteúdos para o ensino de Matemática nos anos iniciais 31
1.3 – As operações matemáticas e a resolução de problemas 35

2 - Pesquisas realizadas sobre a aprendizagem das operações matemáticas e resolução de problemas 41

3 – Delineando o campo de pesquisa 55
3.1 – Características da pesquisa 55
3.2 - Justificando as escolhas do campo 56
3.3 – Justificando as estratégias 59
3.4 – Testando as atividades elaboradas: reflexões sobre uma aplicação piloto..... 64
3.5 – Os problemas selecionados 67
3.6 - A aplicação dos problemas 69
3.7 - A análise dos dados 70

4 - Conhecendo as estratégias utilizadas pelas crianças e os resultados encontrados 72

4.1 – Preparação dos materiais para a análise 72
4.2 – As categorias de análise 75
4.3 – Visão geral das estratégias utilizadas pelas crianças das três escolas 79
4.4 – As estratégias utilizadas, os resultados encontrados e sua relação com as práticas de ensino vivenciadas pela turma do Colégio Pedro II 81
4.4.1 - Estratégias utilizadas pelos alunos do Colégio Pedro II nos problemas de adição (1 e 4) 86

4.4.2 – Análise dos resultados encontrados pelos alunos do Colégio Pedro II para os problemas de adição (1 e 4) 93
4.4.3 - Estratégias utilizadas pelos alunos do Colégio Pedro II nos problemas de subtração (2 e 3) 98
4.4.4 – Análise dos resultados encontrados pelos alunos do Colégio Pedro II para os problemas de subtração (2 e 3) 103
4.5 – As estratégias utilizadas, os resultados encontrados e sua relação com as práticas de ensino vivenciadas pela turma da escola municipal 106
4.5.1 - Estratégias utilizadas pelos alunos da escola municipal nos problemas de adição (1 e 4) 112
4.5.2 – Análise dos resultados encontrados pelos alunos da escola municipal para os problemas de adição (1 e 4) 115
4.5.3 - Estratégias utilizadas pelos alunos da escola municipal nos problemas de subtração (2 e 3) 117
4.5.4 – Análise dos resultados encontrados pelos alunos da escola municipal para os problemas de subtração (2 e 3) 122
4.6 – As estratégias utilizadas, os resultados encontrados e sua relação com as práticas de ensino vivenciadas pela turma da escola particular 123
4.6.1 - Estratégias utilizadas pelos alunos da escola particular nos problemas de adição (1 e 4) 128
4.6.2 – Análise dos resultados encontrados pelos alunos da escola particular para os problemas de adição (1 e 4) 143
4.6.3 - Estratégias utilizadas pelos alunos da escola particular nos problemas de subtração (2 e 3) 144
4.6.4 – Análise dos resultados encontrados pelos alunos da escola particular para os problemas de subtração (2 e 3) 152

CONSIDERAÇÕES FINAIS 154

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS 162

ANEXO 169

APÊNDICES 171

INTRODUÇÃO

Desde muito nova me encantava pela profissão de professor. Quadro, giz, diário, caneta eram pedidos de presente no lugar de brinquedos e bonecas. Meu quarto virava sala de aula para meus “alunos imaginários” e folhas eram espalhadas enquanto “ensinava” a todos. A opção pelo curso Normal foi feita com a expectativa de poder atuar em sala de aula. Comecei a lecionar aos 15 anos, no último ano do curso Normal, em uma escola particular. Iniciei sem experiência, com poucos conhecimentos, reproduzindo práticas pedagógicas tradicionais que havia vivenciado; porém com muita vontade de aprender.

Através do contato com outros professores e estudantes, com as leituras e debates no curso de Pedagogia, participação em cursos e congressos pude, gradualmente, ampliar meus conhecimentos, questionar padrões de ensino e modificar minha prática em sala de aula. Ingressei como professora da rede pública estadual em 1994, lecionando para turmas do Ensino Fundamental em um CIEP[1] no bairro de Paciência, no Município do Rio de Janeiro. Trabalhei com turmas de 1º, 2º, 3º e 4º anos neste projeto que objetivava a valorização dos conhecimentos prévios dos alunos e para atender seus princípios oferecia atividades de formação continuada aos professores, em encontros semanais para leituras, troca de ideias e também orientação pedagógica.

Gradualmente a rede estadual transformou várias de suas escolas do 1º segmento do Ensino Fundamental para o 2º segmento e Ensino Médio. Com isso vários professores que lecionavam no Fundamental I e possuíam a formação acadêmica e licenciatura plena foram desviados para a atuação no Fundamental II e Ensino Médio. Em 1998, como era formada em Pedagogia, fui remanejada para o Instituto de Educação Sarah Kubithschek, destinado à Formação de Professores em nível médio. Lecionei as disciplinas relacionadas à Prática Pedagógica. Um novo desafio estava lançado: como poderia contribuir na formação de novos professores?

---

[1] Instituição idealizada para promover escolarização em tempo integral, voltada para as crianças das classes populares. Foram criados na década de 1980, por Darcy Ribeiro, quando era Secretário da Educação no Rio de Janeiro, no governo de Leonel Brizola. O objetivo era proporcionar educação, esportes, assistência médica, alimentos e atividades culturais variadas, constituindo-se como uma rede educacional paralela à rede regular. (MENEZES, 2002. Disponível em http://www.educabrasil.com.br/eb/dic/dicionario.asp?id=83 , visitado em 9/1/2012).

Após alguns anos, decidi cursar a Graduação em Psicologia para compreender melhor “o humano”, as questões relativas ao desenvolvimento e à aprendizagem. Em 2006 iniciei o trabalho de orientação educacional em uma escola municipal em Duque de Caxias. Nesta rede de ensino, há orientadores pedagógicos e orientadores educacionais. As funções destes, apesar de possuírem pontos em comum, são bem diferenciadas. Aos orientadores pedagógicos cabe contribuir com a formação dos professores, intervenção nas questões pedagógicas da escola; aos orientadores educacionais é atribuído o papel de atuar nas questões relativas aos alunos (faltas, disciplina, dificuldades na aprendizagem) e responsáveis (atendimentos, orientações). Além de assumir as funções da orientação educacional, acabava contribuindo no atendimento das demandas pedagógicas, pois considerava que a visão educacional do aluno deveria estar integrada às questões pedagógicas da escola. Atuando junto aos professores pude constatar o quanto suas práticas ainda eram repetitivas, mecânicas, não oportunizando de fato o desenvolvimento do raciocínio e da autonomia dos alunos. Busquei sempre levar sugestões, oferecer suporte, despertar a reflexão, discutir com minhas colegas de profissão alguma fundamentação teórica que pudesse provocar mudanças nas práticas de sala de aula. No entanto, como sabemos, as mudanças são lentas e dependem, principalmente, da vontade de mudar de cada um.

Minhas inquietações iniciais ocorreram nas práticas utilizadas para alfabetização: as letras eram apresentadas uma a uma, depois se uniam para formar os primeiros sons, depois sílabas, palavras, frases e pequenos textos. Tais práticas baseadas num ensino linear, tradicional, oferecido em “doses homeopáticas”, sem contextualização e sentido para a vida me incomodavam profundamente. Em grupo fomos estudando outras propostas de alfabetização e implementando algumas mudanças.

Assim, minha atuação seguia uma tendência que desde meus primeiros anos de magistério pude observar: a alfabetização em língua materna. Esta é sempre o principal investimento das formações oferecidas aos professores pelas Secretarias de Educação e pelo próprio Ministério da Educação. A aprendizagem da Matemática fica em segundo plano e as dificuldades dos alunos vão se acumulando, até o final dos anos iniciais. Em um dos encontros na escola uma das professoras do 5º ano de escolaridade me relatou que notava que os alunos apresentavam muitas dificuldades para resolver situações matemáticas, compreender o sistema de

numeração, realizar as operações numéricas entendendo as técnicas que tentavam executar. A professora pediu sugestões de leitura e de estratégias que pudessem ser utilizadas para ajudar o desenvolvimento do raciocínio matemático de seus alunos. A partir daí, reconhecendo que este era um ponto frágil do trabalho de orientação pedagógica, comecei a ler mais sobre a Didática da Matemática e a procurar cursos sobre o assunto.

Comecei pelos estudos de Constance Kamii e Linda Leslie Joseph (2005, p.40) que apontam que o ensino dos algoritmos convencionais (de “transporte” – o vai um e de “empréstimo”) nos anos iniciais de escolaridade “desensinam” o valor posicional dos números impedindo que as crianças desenvolvam o senso numérico. Segundo estas autoras, quando se ensina os algoritmos nos primeiros anos de escolaridade como forma única de calcular, não se encoraja a criação de procedimentos pessoais de cálculo e a manipulação das propriedades do Sistema de Numeração Decimal. Assim, a criança que começa a utilizar os algoritmos convencionais muito cedo não desenvolve uma forma própria de pensar numericamente.

Instigada por tais reflexões comecei a buscar outros autores que discutissem questões relacionadas com a aprendizagem dos cálculos, em especial, estudos que trouxessem opções ao ensino precoce dos algoritmos convencionais. Cecilia Parra (1996, p.189), por exemplo, valoriza o cálculo mental e o define como: “conjunto de procedimentos em que, uma vez analisados os dados a serem tratados, estes se articulam, sem recorrer a um algoritmo pré-estabelecido para obter resultados exatos ou aproximados.” Para esta autora, no cálculo mental, há o apoio das propriedades do sistema de numeração decimal e das diferentes relações que se pode estabelecer entre os números. Para ela pode haver ou não a utilização de lápis e papel.

Em 2008 participei do Congresso Internacional sobre Dificuldades de Aprendizagem e do Ensino. Neste evento, o curso *O jogo como ferramenta para superação das dificuldades no desenvolvimento do raciocínio lógico-matemático*, ministrado pela professora Ana Ruth Starepravo, abordou várias das dificuldades relatadas pela professora da escola em Caxias. Dentre elas destaco: o fato dos alunos associarem a resolução de um problema a uma conta e quererem saber se era de mais ou de menos; acharem que para resolver um problema precisavam operar com números diretamente e usar todos os números do enunciado; usarem técnicas operatórias para os cálculos, sem compreensão e sem o uso de estratégias pessoais.

Para superar estas dificuldades, Starepravo apontou alguns caminhos, como a proposta de resolver problemas como o caminho para a construção do conhecimento matemático, o estímulo à criação de estratégias pessoais para calcular, a utilização de jogos e situações cotidianas para a criação de desafios matemáticos, a troca constante entre os alunos para criação das possibilidades de resolução.[2]

Os estudos realizados me levaram a observar mais atentamente como o ensino da Matemática era realizado na escola onde atuava como orientadora. Desde os primeiros anos de escolaridade um mesmo padrão de ensino era adotado pelo corpo docente, baseado em: cópias da sequência numérica, exercícios mecânicos envolvendo o sistema de numeração e listas de "arme e efetue" com foco nas técnicas operatórias e não na compreensão dos conceitos. A construção de estratégias pessoais para calcular não era reconhecida como uma possibilidade de aprendizagem de Matemática. Logo no 1º ano escolar, muitos já trabalhavam com "contas armadas", até para os fatos básicos, o que se estendia para números de duas ordens, mesmo sem reagrupamento, como em: 32+21. No 2º e 3º anos se ensinava a adição com reserva e subtração com recurso, pelas técnicas conhecidas do "vai um" e "pedir emprestado". Ouvi relatos sobre a invenção de histórias fantasiosas para que o aluno compreendesse o que significava "pedir emprestado" no algoritmo da subtração. Quase não havia trabalho com jogos matemáticos, a resolução de problemas era feita para aplicar os cálculos aprendidos e o trabalho com cálculo mental e por estimativa não era realizado.

Realizei em 2008 um estudo experimental na escola em que atuava para identificar com mais clareza as dificuldades dos alunos. Algumas atividades de resolução de problemas e cálculos foram aplicadas a 160 alunos do 1º, 3º ao 5º anos. Para os alunos do 3º, 4º e 5º anos, uma das atividades solicitava que realizassem os cálculos organizados na Tabela 1.1:

[2] Anotações do curso: O jogo como ferramenta para superação das dificuldades no desenvolvimento do raciocínio lógico-matemático realizadas pela autora desta dissertação.

Tabela 1.1 – Cálculos propostos aos alunos

3º ano	4º e 5º anos
53 + 34 = 135 + 78 = 118 – 37 =	135 + 178 = 1247 + 368 =

A grande maioria dos alunos organizou o cálculo verticalmente. Outros apenas apresentaram o resultado, quase sempre incorreto. Não foram observadas outras estratégias de cálculo escrito nas folhas entregues pelos alunos. Alguns dos tipos de erros cometidos por muitos dos alunos estão exemplificados na Figura 1.1:

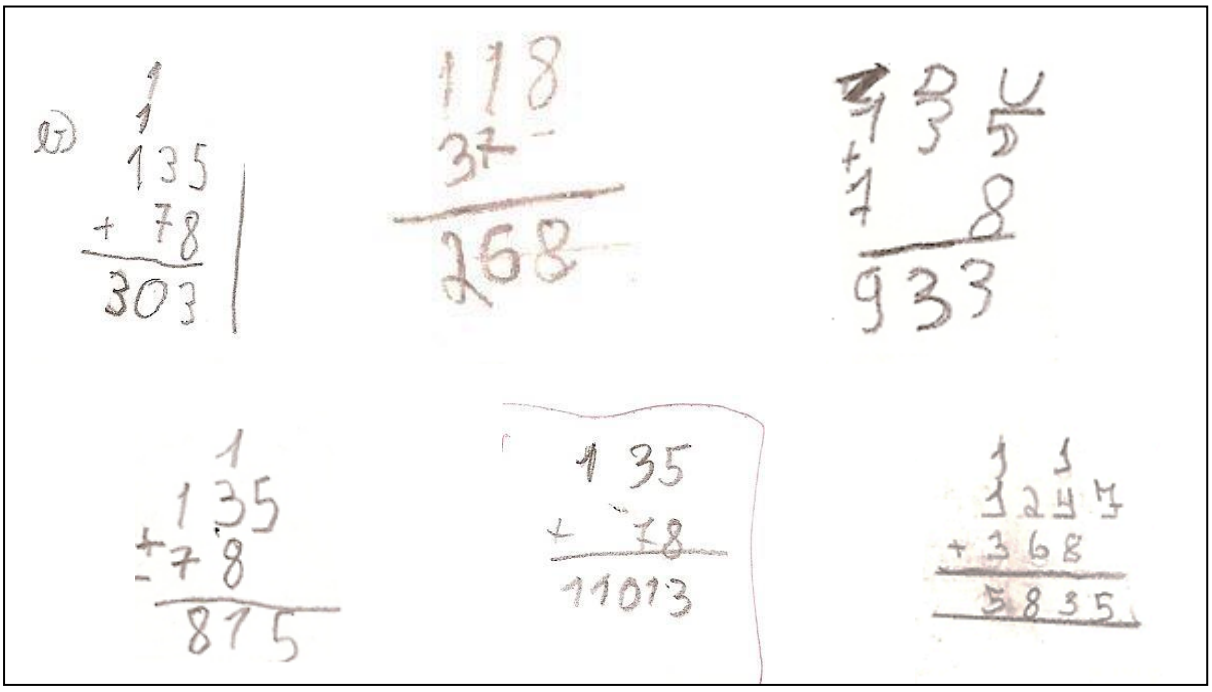


Figura 1.1 - Cálculos realizados pelos alunos do 3º e 4º anos de escolaridade

O que mais chamou a atenção foi a falta de compreensão do valor posicional e do significado do “vai um”. A perda do senso numérico pôde ser observada, ainda, nos resultados encontrados: muito distantes do valor correto. O cálculo, frequentemente realizado sem reflexão, sem o hábito de fazer estimativa, levou a respostas absurdas como 268 para a subtração 118-37. Ficou claro que os alunos realizaram cálculos mecanicamente e que não construíram qualquer autonomia de validação de seus resultados. A aplicação desta atividade me levou a concluir que o problema era muito pior do que a aplicação errada de uma técnica de cálculo estava associado a uma concepção do que era “fazer Matemática”.

A partir da constatação desta realidade, procurei realizar alguns grupos de estudo com os professores sobre Educação Matemática, oferecer sugestões de

leituras, de atividades, materiais pedagógicos e jogos que pudessem modificar a prática pedagógica. Lentamente alguns professores foram transformando as experiências no ensino de Matemática, apesar da resistência de muitos.

Para poder vivenciar diretamente tudo o que havia aprendido, resolvi retornar à sala de aula do Ensino Fundamental. Atualmente, além de permanecer na função de orientadora educacional pela Secretaria Municipal de Duque de Caxias, atuo em turmas dos primeiros anos de escolaridade no Colégio Pedro II.

Desta forma, meu interesse pela Educação Matemática foi crescendo e com ele a necessidade de mais estudo e aprofundamento. Assim, na busca de pesquisadores do ensino de Matemática nos anos iniciais no Rio de Janeiro, decidi me candidatar ao Mestrado em Educação da UNIRIO para trabalhar com a professora Mônica Mandarino, vinculada à linha de pesquisa Práticas Educativas, Linguagens e Tecnologias com o tema Educação Matemática e Práticas Docentes.

Após ingressar no Mestrado e no grupo de pesquisa coordenado por minha orientadora, as leituras, vivências e investigações que havia iniciado foram ganhando novos rumos e aprofundamento, como eu desejava.

Nesta pesquisa pretendemos contribuir com reflexões sobre as práticas pedagógicas utilizadas no ensino dos cálculos matemáticos. As estratégias utilizadas por crianças do primeiro ciclo do Ensino Fundamental para resolver quatro problemas da estrutura aditiva foram o foco. Assim, investigamos as estratégias de cálculo que usaram, os passos a que recorreram e como justificaram cada um deles com suas próprias palavras. Por meio de entrevistas com o professor e com o coordenador pedagógico; da análise do planejamento curricular de Matemática e da observação de algumas aulas conhecemos as práticas de ensino vivenciadas por cada turma e relacionamos estas às estratégias utilizadas pelos alunos.

A seguir apresentamos os objetivos gerais e objetivos específicos desta pesquisa.

Objetivos gerais:

- Conhecer as estratégias de cálculo que as crianças utilizam para resolver problemas de estrutura aditiva.
- Compreender o papel das práticas de ensino na aprendizagem de estratégias de cálculo (adição e subtração) e resolução de problemas.

Objetivos específicos:

- Perceber quais as estratégias utilizadas pelos alunos para resolver problemas e cálculos de adição e de subtração com reagrupamento.
- Analisar os resultados encontrados buscando compreender como pensaram e as principais causas de erros.
- Identificar se os alunos compreendem os procedimentos realizados nos cálculos por eles realizados.
- Conhecer o planejamento curricular e a proposta pedagógica para o ensino de cálculos e resolução de problemas nos primeiros anos de escolaridade das escolas pesquisadas, assim como a forma utilizada para acompanhamento do que é proposto.
- Identificar relações entre as estratégias utilizadas pelas crianças e o planejamento curricular para o ensino de cálculos e resolução de problemas.
- Verificar qual a prática implementada pelo professor para o ensino de adição, subtração e resolução de problemas e relacioná-la com as estratégias utilizadas pelas crianças.

Como objetivo mais amplo, pretende-se contribuir para a formação continuada dos professores, através da publicação ou comunicação dos resultados desta pesquisa.

> Enquanto ensino continuo buscando, reprocurando. Ensino porque busco, porque indaguei, porque indago e me indago. Pesquiso para constatar, constatando, intervenho, intervindo educo e me educo. Pesquiso para conhecer o que ainda não conheço e comunicar ou anunciar a novidade. (FREIRE, 1996, p. 32).

Nesta dissertação organizamos as ideias da forma apresentada abaixo.

No Capítulo 1 apresentamos um panorama atual sobre o ensino de Matemática nos anos iniciais do Ensino Fundamental. Neste são abordadas as questões metodológicas e curriculares que permeiam este trabalho, dando destaque ao que é sugerido nos Parâmetros Curriculares Nacionais. Nossa ênfase são as operações matemáticas e a metodologia de resolução de problemas, temas associados a esta pesquisa.

O Capítulo 2 trata dos estudos realizados sobre a aprendizagem das operações matemáticas e metodologia de resolução de problemas. Alguns autores que contribuíram de forma significativa são enfatizados, como Constance Kamii, Délia Lerner, Terezinha Carraher, Katia Stocco Smolle, Cecilia Parra, Gérard Vergnaud. Também trazemos as principais publicações acadêmicas nacionais relacionadas ao nosso tema.

No Capítulo 3 justificamos as delimitações do campo e das estratégias, instrumentos e sujeitos envolvidos. Também são apresentados os problemas que foram propostos aos alunos, assim como a fundamentação que nos levou a escolhê-los para esta investigação.

No Capítulo 4 descrevemos os dados relevantes para as análises tais como: o perfil das escolas pesquisadas, as práticas de ensino implementadas no trabalho com cálculos e resolução de problemas, partes do planejamento curricular de Matemática para o ano escolar de cada turma que participou da pesquisa. Em seguida analisamos as estratégias utilizadas pelas crianças para resolver quatro problemas de estrutura aditiva e os resultados encontrados, a partir do referencial teórico adotado. Nestas análises indicamos as relações entre as práticas de ensino vivenciadas por cada turma e as estratégias de cálculo e resolução de problemas que utilizaram.

Finalmente, nas considerações finais, apresentamos as conclusões desta pesquisa.

Fechamos o trabalho com as referências bibliográficas utilizadas e, como apêndice, trazemos os documentos que foram elaborados.

1 - O ensino de Matemática nos anos iniciais do Ensino Fundamental

> Há um tempo em que é preciso abandonar as roupas usadas ...
> Que já têm a forma do nosso corpo ...
> E esquecer os nossos caminhos que nos levam sempre aos mesmos lugares ...
>
> É o tempo da travessia ...
> E se não ousarmos fazê-la ...
> Teremos ficado ... para sempre ...
> À margem de nós mesmos...
>
> Fernando Pessoa[3]

Neste capítulo trazemos algumas análises sobre as propostas metodológicas e curriculares sugeridas para os anos iniciais do Ensino Fundamental, assim como indicativos da utilização destas em sala de aula. Também o que é proposto para o trabalho com as operações matemáticas e resolução de problemas. Como disse Fernando Pessoa: "é preciso abandonar as roupas usadas... esquecer os nossos caminhos que nos levam sempre aos mesmos lugares." Para isto, ideias inovadoras foram apresentadas, como explicitamos a seguir.

1.1 – Propostas metodológicas para o ensino de Matemática nos anos iniciais do Ensino Fundamental

Primeiramente analisamos as propostas metodológicas para o ensino da Matemática nos anos iniciais do Ensino Fundamental contidas nos Parâmetros Curriculares Nacionais[4]. Este documento foi escolhido por ser utilizado, até o presente momento, para nortear a avaliação de livros didáticos e planejamento das orientações curriculares nas diversas redes de ensino do Brasil. Também trouxemos dados de pesquisas que indicam como ocorre a utilização destas propostas em sala de aula. Pretendemos que este estudo inicial possa contribuir com a posterior análise das práticas de ensino realizadas pelos professores das escolas pesquisadas. Esta ação fará parte da pesquisa e será explicada detalhadamente, quando oportuno.

---

[3] Disponível em: http://pensador.uol.com.br/busca.php?q=H%E1+um+tempo+em+que+%E9+preciso+abandonar+as+roupas

[4] Os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) foram propostos pelo Ministério da Educação e do Desporto (MEC), em 1997. O documento objetivava apontar metas de qualidade que ajudassem "o aluno a enfrentar o mundo atual como cidadão participativo, reflexivo e autônomo, conhecedor de seus direitos e deveres". (BRASIL, 1997, v.1, p.5) Também oferecer subsídios para apoiar as discussões pedagógicas nas escolas, a elaboração de projetos educativos, o planejamento das aulas, a reflexão sobre a prática educativa e a análise do material didático. Enfim, objetivou contribuir com a formação continuada e atualização profissional da equipe escolar.

A importância da aprendizagem Matemática para o desenvolvimento das capacidades intelectuais, do raciocínio dedutivo e cidadania do aluno foi enfatizada nos PCN. Foi dado destaque para a resolução de situações cotidianas que envolvam calcular, medir, interpretar informações estatísticas, para aplicações na vida profissional e compreensão de outras áreas do conhecimento. Alertaram que é preciso "reverter um ensino centrado em procedimentos mecânicos, desprovidos de significado para o aluno." (BRASIL, 1997, v.3, p.15). Para os autores do documento a reprodução de procedimentos, a repetição de informações acumuladas e a exploração de materiais didáticos, realizada de forma pouco significativa e artificial, não contribuíram para uma aprendizagem mais eficiente.

Os PCN mencionaram que, desde 1980, houve recomendação para o ensino de Matemática, no documento "Agenda para Ação"[5], focado na resolução de problemas. Esta proposta influenciou as reformas educacionais que ocorreram mundialmente. Podemos destacar como pontos comuns: a importância do foco do ensino voltado para a formação do cidadão e não para estudos posteriores; o papel ativo do aluno na aprendizagem; o destaque para a resolução de problemas a partir de situações cotidianas envolvendo as várias disciplinas; o trabalho incluindo elementos de estatística, probabilidade, combinatória e as novas tecnologias.

Para Pires (2000) os PCN propuseram inovações, como a recomendação de que a Matemática seja um recurso para compreensão e leitura do mundo, uma possibilidade de despertar o "interesse e curiosidade, espírito de investigação e o desenvolvimento da capacidade de resolver problemas". (Ibid., p.57).

O documento trouxe informações preocupantes sobre o baixo rendimento dos alunos brasileiros nas avaliações de Matemática. Inclusive a disciplina foi mencionada como uma das que mais contribuiu para o aumento das taxas de retenção dos alunos.

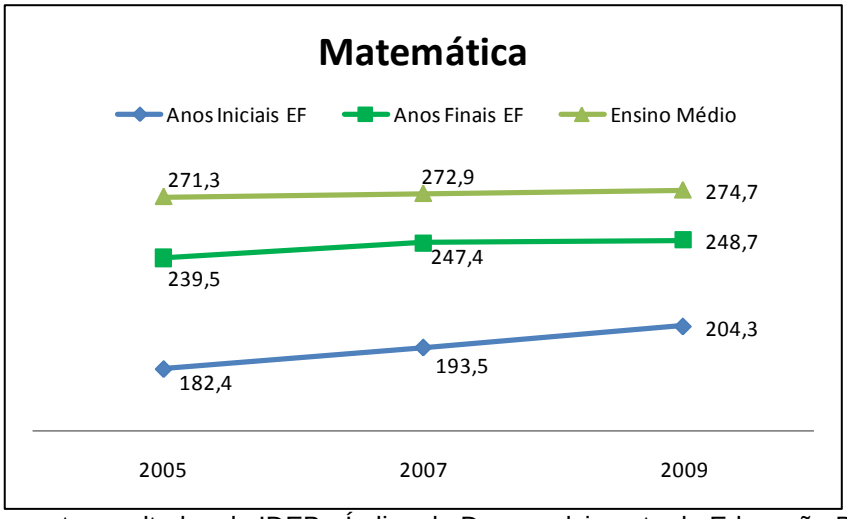
Segundo o MEC, a média de proficiência mínima para a 4ª série do Ensino Fundamental considerada satisfatória é de 200 pontos. Entre 1995 e 2005 (época em que houve distribuição e ampla divulgação dos PCN), a média nacional esteve abaixo dos 200 pontos durante todo o período em foco.

O desempenho dos alunos no final dos anos iniciais do Ensino Fundamental na avaliação de Matemática, entre 2005 e 2009, passou por uma elevação nos

[5] O National Council of Teachers of Mathematics – NCTM, dos Estados Unidos, apresentou recomendações para o ensino de Matemática neste documento.

resultados e atingiu 204,3 pontos em 2009, como se pode observar na Figura 1.2, a seguir.

DESEMPENHO PROVA/BRASIL/SAEB[6]



Fonte: Documento resultados do IDEB - Índice de Desenvolvimento da Educação Básica, p.14
Figura 1.2

Em 2011 a média nacional alcançou 209,6 pontos, ou seja, passou por outra elevação, como se pode notar na Tabela 1.2. Percebe-se também uma significativa diferença entre o desempenho dos alunos da zona urbana e da rural, assim como os da rede federal.

Tabela 1.2 - Resultados SAEB/PROVA BRASIL 2011

Dependência	Matemática – Anos iniciais
Municipal Rural	185,1
Municipal Urbana	206,1
Municipal Total	202,7
Estadual Rural	190,4
Estadual Urbana	210,8
Estadual Total	209,8
Federal	257,7
Pública	204,6
Privada	242,8
Total	209,6

Fonte: MEC/INEP[7]

[6] Pelo endereço eletrônico: http://portal.inep.gov.br/web/portal-ideb/portal-ideb pode-se acessar a tabela com os resultados completos do IDEB entre 2005 e 2009.
[7] Disponível no endereço eletrônico: http://sistemasprovabrasil2.inep.gov.br/resultados/

Os resultados da Prova Brasil são considerados referência na avaliação do Ensino Fundamental, porém são alvos de muitas críticas por serem avaliações externas. Como muitos fatores influenciam estas, os índices não podem ser considerados como “retratos da realidade” e devem ser usados com cautela.

Por isso, apesar deste aumento nos índices de desempenho, percebe-se que precisamos trilhar um longo caminho para atingir um progresso significativo na aprendizagem em Matemática. Parte do desempenho insatisfatório dos estudantes brasileiros no SAEB foi justificada nos PCN pelos problemas na formação inicial e continuada dos professores, também pela qualidade insatisfatória dos livros didáticos e das concepções pedagógicas. Outras questões problemáticas foram apresentadas, como: subestimar os conhecimentos prévios dos alunos, limitar o trabalho a aspectos ligados ao seu cotidiano ou abordar a História da Matemática como um assunto em separado, sem que contribua para a compreensão de como o saber matemático foi construído.

Mandarino (2006) realizou pesquisa em que analisou 424 aulas de Matemática do 1º ao 5º ano do Ensino Fundamental ministradas por 116 professores, de escolas públicas e particulares, situadas em diferentes bairros da cidade do Rio de Janeiro. A partir desta, realizou inúmeras análises sobre a realidade do ensino da Matemática, concepções docentes sobre a Matemática e sobre como é o ensino desta disciplina. Constatações da pesquisa, relacionadas ao tema desta dissertação, serão apresentadas ao longo do texto. Algumas questões problemáticas percebidas por Mandarino foram:

> [...] o privilégio da quantidade, quase sempre em detrimento da qualidade, como resultado da pressão das escolas e das famílias; as interrupções frequentes que reforçam a desvalorização ou desrespeito ao trabalho que está sendo desenvolvido em sala de aula; a qualidade e o processo de escolha do livro didático que tanto poderiam contribuir para um trabalho mais consistente com os conteúdos matemáticos; a falta de oportunidade de o professor trocar experiências e de apoio no esforço que muitos parecem fazer, solitariamente, para renovar sua prática. (Ibid., p.185).

Após todas as problemáticas apresentadas nos PCN houve a sugestão de algumas diretrizes para o ensino. Estas indicaram a necessidade de mudança na relação professor-aluno e aluno-aluno. Para justificar tal argumento foi mencionado que:

> Tradicionalmente, a prática mais frequente no ensino de Matemática era aquela em que o professor apresentava o conteúdo oralmente,

> partindo de definições, exemplos, demonstrações de propriedades, seguidos de exercícios de aprendizagem, fixação e aplicação, e pressupunha que o aluno aprendia pela reprodução. Considerava-se que uma reprodução correta era evidência de que ocorrera a aprendizagem. Essa prática de ensino mostrou-se ineficaz, pois a reprodução correta poderia ser apenas uma simples indicação de que o aluno aprendeu a reproduzir mas não apreendeu o conteúdo. (BRASIL, 1997, v.3, p. 39).

Sendo assim, o documento propôs novas posturas para o professor, como incentivador e organizador de situações de aprendizagem, consultor, mediador. E para o aluno defendeu que deveria ser protagonista na construção de seus conhecimentos. Para tal foi indicado que o educador conhecesse a realidade sociocultural e expectativa dos seus alunos, propusesse situações que possibilitassem a comparação de soluções criadas por eles de modo viabilizar a construção de novos conhecimentos.

Sobre a relação professor-aluno-saber existe a contribuição dos estudos de Guy Brousseau (1986, 1988) sobre Contrato Didático. Este considerado pelo autor como conjunto de comportamentos do professor esperados pelo aluno e de comportamentos do aluno esperados pelo professor. Brousseau (2008, p.74) destaca que “cada um – o professor e o aluno – imagina o que o outro espera dele e o que cada um pensa do que o outro pensa.”

Sobre este assunto, Chevallard et all. (2001, p. 62) afirmam que;

> [...] no âmbito escolar, são muito importantes as normas que tacitamente sem um acordo expresso, regem em cada momento as obrigações recíprocas dos alunos e do professor, em relação ao projeto de estudo que têm em comum. Trata-se de um conjunto de cláusulas, que evoluem, à medida que fazem parte de uma espécie de “contrato” denominado de contrato didático.

Pais (2008, p. 77) aponta que “uma das características do contrato didático é o fato de suas regras nem sempre estarem explícitas claramente na relação pedagógica.” Sobre os efeitos do contrato didático, Brousseau e Perès (1981 apud Brousseau, 2008, p. 78) relataram que numa pesquisa que começava com uma pergunta para as crianças de uma turma: “Você sabe me dizer o que não fez direito esta semana e o que conseguiu fazer?” tiveram o seguinte resultado:

> [...] o entrevistador obtém respostas evasivas. A criança pega o caderno e, juntos, avaliam os trabalhos da semana. Finalmente, escolhem trabalhar com um problema que Gaël não resolveu corretamente e cujo enunciado diz*: Em um estacionamento há 57 carros, dos quais 24 são vermelhos. Encontre o número de carros*

> *que não são vermelhos*. Gaël reflete por um instante e, em seguida, declara: 'Eu vou fazer como aprendi com a professora'. Escreve em coluna a operação 57+24 e obtém 81. Era exatamente isso o que ele havia feito ao longo da semana." (Ibid., p.78).

Ou seja, o aluno agiu de acordo com o contrato didático estabelecido com a professora, apesar desta não estar presente no momento da pesquisa.

Sobre a relação aluno-aluno, os PCN a indicaram como uma possibilidade de aprendizagem significativa, pois estes precisam debater para chegar a um consenso, aprender a explicar seu próprio pensamento, entender como o outro pensou, assumir as dúvidas, comparar e escolher as melhores estratégias, analisar os resultados encontrados, reorganizar suas ideias, a partir de uma compreensão mais ampla, após todo este processo.

O documento também sugeriu alguns caminhos para que o professor construa suas práticas, como: a resolução de problemas, a História da Matemática, o uso de jogos e de recursos tecnológicos.

Nas escolas tradicionalmente são ensinados os procedimentos de solução de problemas que se baseiam na aplicação de técnicas ensinadas anteriormente aos alunos, seguidas em etapas, algumas vezes prejudiciais ao raciocínio autônomo e ao desenvolvimento de estratégias próprias de resolução, como: identificar os números que figuram no enunciado e algumas palavras-chave. É comum percebermos crianças treinadas desta forma e que afirmam, por exemplo: se tiver a expressão "*ao todo*", a conta é de mais; a pergunta "*quantos sobraram*" é de menos, entre outros. (STAREPRAVO, 2006). O aluno aprende que resolver problemas é utilizar os números do enunciado e fazer uma conta para chegar à resposta. Não lhe é ensinado interpretar, tentar elaborar mentalmente a situação, criar estratégias pessoais para resolvê-la. Modificar um pouco a estrutura formal dos problemas apresentados, como acrescentar números desnecessários a estes, escrevê-los por extenso ou apresentá-los sem números, já gera dúvidas e dificuldades na resolução.

O que foi defendido para aprendizagem pela resolução de problemas é torná-la o ponto de partida, ou seja, a partir da exploração de situações serem criadas estratégias e posteriormente discutidos os conceitos, procedimentos e conhecimentos importantes para a resolução (STAREPRAVO, 2006; WALLE, 2009; POLYA, 2006). O conhecimento vai sendo construído de forma articulada, através de generalizações, comparações, realização de inferências. Há a interpretação da

situação de forma global e estruturação de uma ou mais formas de resolução. O problema deve se constituir um real desafio, haver o teste das estratégias criadas e possibilitar a reflexão coletiva na qual o que importa é muito mais que encontrar a resposta certa, é a construção do processo de resolução.

É necessário fazer clara a distinção entre o que é um exercício e o que é um problema. Quando o problema é apresentado antes de se ensinar seus procedimentos de solução, as crianças elaboram procedimentos pessoais que podem ser diferentes entre si, pois revelam diferentes formas de estruturação do pensamento. Exercício matemático, como o próprio nome diz, serve para exercitar, para praticar um determinado algoritmo ou processo. O aluno lê o exercício e extrai as informações necessárias para praticar uma ou mais habilidades algorítmicas. Esta atividade é muito comum nas aulas de Matemática. Porém, é necessário desenvolver no aluno a habilidade de elaborar um raciocínio lógico, fazer uso inteligente e eficaz dos recursos disponíveis, para que ele possa propor boas soluções às questões que surgem em seu cotidiano, na escola ou fora dela. E para isto, repetir procedimentos já ensinados não basta.

Os autores Starepravo (2006), Golbert (2009), Nacarato (2009), Itacarambi (2010), Smole (2001), Walle (2009), entre outros, compartilham a ideia de que a resolução de problemas pode ser trabalhada com os alunos como uma atividade investigativa. Itacarambi (2010, p.13) destaca que:

> [...] os dados quantitativos deixam de ter prioridade, o que obriga o aluno a compreender e interpretar a situação proposta no problema e realizar aproximações, tomar decisões e concretizá-las, sem passar diretamente para as operações aritméticas.

Estes autores ratificam a orientação apresentada nos PCN. Neste também foi proposto que a Matemática seja apresentada como uma construção humana ao longo do tempo, a partir das necessidades de resolver situações, controlar processos de produção, compreender o espaço, entre outros. Desta forma o aluno pode desenvolver uma visão mais favorável e crítica do saber matemático, percebê-lo como um campo de conhecimento estruturado a partir de uma lógica, aberto à incorporação de novos conhecimentos. E não como uma disciplina enigmática.

Porém, apesar desta orientação, Bessa (2011, p. 96) afirma que:

> A história da matemática, que é um elemento inovador apresentado nos PCNs, parece ser, apenas, uma explanação de fatos e biografias de matemáticos famosos, ilustrando as páginas dos livros didáticos,

> não sendo usada, costumeiramente, para promover a compreensão de conceitos.

Uma sugestão importante oferecida ao professor foi a inserção de novas tecnologias ao trabalho pedagógico. Os recursos tecnológicos cada vez mais fazem parte da vida cotidiana das pessoas e a escola não pode ficar alheia a esta nova realidade. Estes podem contribuir para a construção de novos conhecimentos e o desenvolvimento de habilidades, além de despertar o interesse do aluno.

Sendo assim, os PCN indicaram o uso de calculadoras, computadores e softwares educacionais nas aulas de Matemática como ferramentas motivadoras na realização de atividades que envolvam conferência de resultados, correção de erros, levantamento de hipóteses junto com os colegas, construção de novos conhecimentos. Destacaram também a necessidade dos professores incorporarem os estudos nesta área para que possam utilizar de forma ampla as possibilidades tecnológicas.

O jogo também foi abordado como mais uma possiblidade de estimular a aprendizagem em Matemática. Além de ser importante para o desenvolvimento social e intelectual da criança, o jogo encanta, tanto a elas quanto aos adultos. Através dos jogos, os alunos podem desenvolver muito mais do que conceitos matemáticos, como a “lidar com símbolos, pensar por analogias (jogos simbólicos)”, resolver situações mais complexas e lidar com convenções e regras (jogos com regras), cooperar nos jogos de grupo (BRASIL, 1997, v.3, p.48). Numa situação de desafio, motivação, participação o aluno se sente mais confiante e ativo possibilitando melhor desempenho e postura mais positiva diante da aprendizagem.

Utilizar jogos como recurso didático é uma chance que se tem de vincular teoria e prática. Por isso também são indicados como recursos interessantes e eficientes que auxiliam o desenvolvimento dos alunos.

Para Starepravo (2006, p.15) “os jogos exercem um papel importante na construção de conceitos por se constituírem um desafio aos alunos” e acrescenta que “na solução dos problemas apresentados pelos jogos, os alunos levantam hipóteses, testam sua validade, modificam seus esquemas de conhecimentos e avançam cognitivamente”. Smole (2007, p. 11) afirma que “ao jogar os alunos têm a oportunidade de resolver problemas, investigar e descobrir a melhor jogada; refletir e analisar as regras, estabelecendo relações entre os elementos do jogo e os conceitos matemáticos.” Esta autora também destaca as contribuições dos jogos

para o desenvolvimento da socialização, linguagem e raciocínio. As duas autoras propõem vários jogos que podem ser utilizados em sala de aula, assim como atividades desafiantes envolvendo os jogos realizados. Outros autores também consideram que o jogo pode proporcionar situações de aprendizagem interessantes e significativas nas aulas de matemática, como Zaia (2010), Kamii (2005, 2002, 1992, 1990), Rabioglio (2011), Macedo (2011), Golbert (2009).

Apesar das orientações dos PCN e dos diversos autores que corroboram estas com estudos, reflexões e sugestões, verifica-se que não são práticas comumente vivenciadas pelos alunos. Bessa (2011, p.96) constatou que a resolução de problemas e a utilização de jogos "são desconhecidos da maioria dos professores ou então são interpretados de forma equivocada." Mandarino (op. cit., p.135) também constatou tal fato em sua pesquisa, relatando que os professores do grupo pesquisado que se propuseram a utilizar jogos em sala, na realidade usavam "uma disputa entre grupos (ou um representante do grupo) para declarar como vencedor aquele(s) que acertasse(m) mais questões ou terminasse(m) mais rápido um exercício." Houve poucos relatos de jogos que efetivamente abordassem os conteúdos da aula de forma lúdica, que possibilitassem a construção de novos conceitos matemáticos e a observação de regularidades. Em geral, estes eram só uma forma diferente de treinar o que já havia sido ensinado.

Quanto à metodologia das aulas[8], foi observado que os assuntos foram apresentados aos alunos, na maioria das vezes, através de aulas expositivas, de forma gradativa e sequencial. Nas aulas analisadas por Mandarino (op. cit.) houve ênfase no ensino de definições, nomenclaturas e procedimentos que deviam ser repetidos pelos alunos, inúmeras vezes, no livro, nas folhas de exercícios ou no caderno. As atividades escritas no quadro para serem copiadas e feitas no caderno que mais apareceram foram: "listas de cálculo (arme e efetue), listas de expressões numéricas, listas de números para compor, decompor, escrever por extenso, fatorar, calcular mmc ou mdc etc". (Ibid., p. 191). Sobre a resolução de problemas,

> [...] raramente foram observadas discussões sobre estratégias possíveis ou a colocação de questões que contribuíssem para a construção de caminhos próprios dos alunos. Normalmente, uma dificuldade, mesmo que momentânea, é superada fornecendo a eles um procedimento, uma solução eficaz para aquele problema. As

[8] Conforme citado anteriormente, foram observadas 424 aulas de Matemática do 1º ao 5º ano do ensino fundamental ministradas por 116 professores de escolas situadas na cidade do Rio de Janeiro.

> dificuldades também levam os professores a apresentar novos problemas “do mesmo tipo”, acreditando que para aprender é preciso ter novas oportunidades de aplicação/repetição da estratégia ensinada. Não foi observada a proposição de problemas que colocassem em *xeque* estratégias consolidadas, planejados para que os alunos pudessem perceber limitações de um conhecimento. (MANDARINO, op. cit., p.114-115).

Os problemas que os professores mais utilizaram foram os que tinham enunciados curtos, descontextualizados, com as informações apresentadas ordenadamente de acordo com os cálculos que deveriam ser realizados e continham palavras-chave. Em geral para serem resolvidos era necessário que os alunos aplicassem as estratégias treinadas em aulas anteriores, não havia levantamento e discussão sobre as diferentes possibilidades de resolução. Até porque os alunos costumavam apenas reproduzir as técnicas que já haviam aprendido[9].

Ortigão (2005) constatou em sua pesquisa que um terço dos professores de Matemática entrevistados, formados há menos de cinco anos na época da pesquisa, declararam desconhecer os PCN. Este fato levou a autora a questionar a existência da discussão do documento curricular nas Licenciaturas de Matemática. Bessa (2011, p. 95) afirma que:

> Muitos professores não conhecem as propostas curriculares e nem têm uma visão clara dos problemas que motivam as reformas; o que predomina ainda é a teoria dos conjuntos nas séries iniciais, a formalização precoce dos conceitos e a utilização massiva do algoritmo, desde a educação infantil, como se isso fosse o único caminho para o ensino da matemática.

Uma quantidade significativa de professores que lecionam atualmente vivenciaram o ensino tradicional da Matemática e acabam reproduzindo as concepções e práticas que aprenderam. Desta forma, apesar da apresentação dos PCN há mais de uma década, nota-se que poucas mudanças foram realmente incorporadas às práticas dos docentes. Vários fatores podem ter e estar influenciando esta situação, como o investimento ainda insatisfatório na formação continuada dos educadores, a estrutura precária em várias escolas, o baixo retorno das pesquisas acadêmicas realizadas para as vivências da sala de aula.

[9] Os que haviam aprendido as técnicas ensinadas. Também foram observados alunos dispersos, com dificuldades em realizar as atividades ou que, no momento da correção, ao verificar uma resolução incorreta apagavam o que haviam feito e colocavam a resposta certa, sem compreender o erro. Segundo os relatos, muitas vezes os professores não percebiam esta situação ou não se propunham a tentar ajudar estes alunos.

Um dos aspetos que dificultaram a implementação dos PCN, foi que o documento não indicou os autores e as pesquisas que fundamentaram as propostas e os objetivos apresentados. Houve poucos exemplos efetivos de como o professor poderia implementar as sugestões. Por exemplo, na página 46, o documento citou que "estudos e experiências evidenciam que a calculadora é um instrumento que pode contribuir para a melhoria do ensino da Matemática." Porém, não especificou que estudos e experiências foram estes. Apenas no final dos PCN de Matemática lista-se a bibliografia utilizada, mas sem especificá-la por assuntos.

Sendo assim, pode-se concluir que, para professores que não estavam habituados e formados de acordo com estas práticas, ficou difícil realizar modificações significativas apenas pela leitura deste documento. Barreiros (2003, p.23) mencionou que:

> Mesmo após sua intensa divulgação pelo MEC, com apoio das Secretarias de Educação, os PCN, ao chegar às escolas, se perdem em meio a tantas informações. Em muitas escolas são utilizados como proposta pedagógica oficial, por vezes levando o professor a tentar reproduzir sem questionamento as informações. Em outras, sequer são discutidos ou até mesmo folheados para que se possa analisar o que seria ou não aproveitado do material. Tamanha desarticulação levou o governo a sentir-se pressionado a elaborar os Parâmetros em Ação[10] [...]

Na pesquisa realizada por Mandarino (2006) foi constatado que alguns professores começaram a implementar mudanças no gerenciamento da sala de aula envolvendo, por exemplo: relações interpessoais mais produtivas, melhor organização do tempo e dos alunos, utilização de outros recursos ou atividades (como jogos, material concreto). Segundo a autora, "mudanças mais profundas, envolvendo as concepções sobre ensino de Matemática e os conhecimentos do professor nesta área, porém, foram raramente encontradas." (Ibid., p.118).

Novos investimentos foram (e ainda são) necessários para mudanças efetivas nas práticas de ensino da Matemática. Para que tendências atuais sejam conhecidas, vivenciadas com compreensão e fundamentação teórica pelo professor.

[10] O material do projeto PARÂMETROS EM AÇÃO tem como propósito apoiar e incentivar o desenvolvimento profissional de professores e especialistas em educação, de forma articulada com a implementação dos Parâmetros Curriculares Nacionais, dos Referenciais Curriculares Nacionais para a Educação Infantil e para a Educação Indígena e da Proposta Curricular para a Educação de Jovens e Adultos. (BRASIL, 1999, p.5).

1.2 - Organização dos conteúdos para o ensino de Matemática nos anos iniciais

Nesta parte do texto trouxemos algumas considerações sobre currículo e aspectos importantes da proposta curricular sugerida pelos PCN de Matemática, além de mais algumas informações que indicam como esta tem sido aplicada do ponto de vista da organização dos conteúdos. Este estudo pretende contribuir com a análise futura do planejamento curricular das escolas pesquisadas, que é um dos procedimentos a serem realizados nesta pesquisa.

Há várias concepções e considerações a serem feitas sobre currículo. Sacristán e Gómez (1998, p.125) mencionam que:

> o termo provém da palavra *currere*, que se refere à carreira, a um percurso que deve ser realizado e, por derivação, a sua representação ou apresentação. A escolaridade é um percurso para os alunos/as, e o currículo é seu recheio, seu conteúdo, o guia de seu progresso pela escolaridade.

O currículo pode se referir aos conteúdos que devem ser ensinados, programa de ensino ou planejamento curricular; sendo esta uma abordagem oficial, formal de currículo. Estudos críticos sobre o currículo oficial revelam que a seleção do que deve ser ensinado não é realizada de forma desinteressada ou neutra, mas determinada por influências culturais, sociais, históricas e políticas. Ortigão (2005) verificou em sua pesquisa que o currículo pode ser influenciado pelas desigualdades sociais. Mesma constatação de Anyon (1980 apud Ibid.) sobre o currículo ensinado em escolas dos Estados Unidos com perfis socioeconômicos diferentes:

> [...] nas escolas que atendiam à elite econômica voltava-se ao desenvolvimento de habilidades de alta ordem (análise, interpretação, inferência, resolução de problemas, etc.) em todas as disciplinas, enquanto na escola que atendia a população mais pobre, o ensino focalizava treinamento e atividades repetitivas. (Ibid., p.139).

Existem diferenças entre o que se elabora no currículo formal e o que se leciona na prática. Sacristán e Gómez (op. cit., p.133) declaram que “o que importa não é o que se diz que faz, mas o que verdadeiramente se faz”. Eles alertam:

> Considerar que o ensino se reduz ao que os programas oficiais ou os próprios professores/as dizem que querem transmitir é uma ingenuidade. Uma coisa é o que dizem aos professores/as o que devem ensinar, outra é o que eles acham ou dizem que ensinam e outra diferente é o que os alunos/as aprendem. (Ibid., p.131).

Como exemplo desta situação, podemos citar que numa única escola, que possui o planejamento curricular determinado para uma disciplina e ano escolar, podem haver práticas de ensino bastante diferenciadas, dependendo do professor que assume a disciplina para lecionar. Sobre esta dificuldade em racionalizar a prática de ensino, Zabala (1998, p.14) citou que alguns teóricos da educação confirmam que é muito difícil controlar a prática educativa, pois há uma complexidade de variáveis intervindo nos processos educativos.

E ainda há outro currículo "que funciona subterraneamente, que se denomina oculto." (SACRISTÁN; GÓMEZ, op. cit., p.131-132). Para Souza (2008, p.18) "pode-se dizer que o currículo oculto refere-se àquele conjunto de normas e concepções que os professores passam para os alunos durante as aulas, sem planejarem, sem terem consciência disso." Ou seja, tudo que está implícito nas atitudes, comportamentos, orientações, exigências, comportamentos dentro do ambiente escolar. Sacristán e Gómez (op. cit., p.132) alertam para a dimensão sócio-política que o currículo oculto possui, influenciando diretamente "um modelo de cidadão".

Sendo assim, há várias concepções sobre currículo, denominadas por Moreira (1997, p. 15):

> Essa nova visão de currículo inclui: planos e propostas (o currículo formal), o que de fato acontece nas escolas e nas salas de aula (o currículo em ação), bem como as regras e as normas não explicitadas que governam as relações que se estabelecem nas salas de aula (o currículo oculto).

Nesta parte da dissertação analisamos o que determina o currículo oficial nacional (Parâmetros Curriculares Nacionais) para o ensino de Matemática.

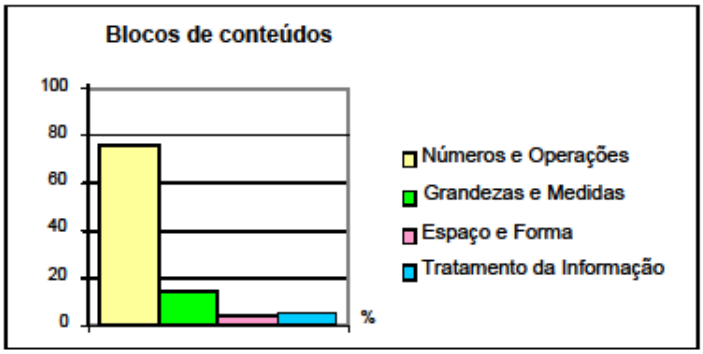
Os PCN afirmaram que os conteúdos de Matemática eram, em geral, organizados de forma hierárquica, como elos de uma corrente que concebiam uma aprendizagem como pré-requisito para outra e desconsideravam outras possibilidades de aprendizagem dos alunos.

De forma inovadora, o documento organiza os conteúdos em blocos: números e operações, espaço e forma, grandezas e medidas, tratamento da informação. Desta forma, procurou garantir que fossem trabalhados diversos conhecimentos matemáticos importantes para o desenvolvimento da vida em sociedade, como: a construção do significado dos números e das operações, a compreensão de noções espaciais, de medidas, de estatística, combinatória e probabilidade. Tudo isto numa perspectiva de resolução de problema, que possibilita a articulação entre assuntos

dos diferentes blocos e com as demais disciplinas. Defende-se a adequação dos problemas à compreensão dos alunos e sugere-se o trabalho por projetos que possibilitem a articulação dos conteúdos.

Na análise das 424 aulas analisadas por Mandarino (op. cit.) foi verificada a ênfase dada ao bloco de conteúdo relacionado a Números e Operações (76,4%), em seguida Grandezas e Medidas (14,9%), Tratamento da Informação (4,8%) e Espaço e Forma (3,9%).

Gráfico 4 – Distribuição dos blocos de conteúdos



(Fonte: MANDARINO, 2006, p. 157)
Figura 1.3

A autora verificou que esta situação ocorreu “independente da série, época do ano ou do tipo de escola” e que está de acordo com o que observa na análise dos livros didáticos destinados aos alunos de 1º ao 5º ano do Ensino Fundamental (MANDARINO, op. cit., p. 229). Pode-se concluir que o trabalho com as grandezas e medidas, sobre espaço, forma e tratamento de informação foi desenvolvido com menor prioridade.

Além deste fato, foi relatado que os conteúdos costumavam ser trabalhados de forma superficial e fragmentada, com ênfase nos procedimentos, dificultando uma compreensão mais ampla do que estava sendo estudado. Apesar da ênfase no campo dos números e operações, se observa pela pesquisa de Mandarino que as escolhas de o quê explorar em sala de aula, como fazê-lo, e o que priorizar na avaliação dos alunos, tem foco na habilidade de uso dos algoritmos. Esta é uma questão importante para o escopo desta pesquisa.

Nas escolas privadas foi notada uma preocupação constante com a quantidade de conteúdos trabalhados, com a utilização integral da apostila e/ou livro didático. A autora alerta que esta rede de ensino “parece continuar insistindo num currículo, não oficial, adotado em muitos livros didáticos, e tradicionalmente aceito como mais ‘exigente’ ” (Ibid., p. 155). Em consonância com a preocupação relativa

ao número de conteúdos trabalhados, o fator tempo foi indicado por Nacarato (2009, p.99) como o "maior inimigo da professora que deseja outra cultura de aula de matemática." Os professores ficam na dúvida se devem priorizar a quantidade de conteúdos (cumprir o programa) ou proporcionar o desenvolvimento de "algumas competências matemáticas que possibilitarão ao aluno uma formação matemática cidadã e o envolvimento com uma genuína atividade matemática." (Ibid., p. 100).

Sobre a seleção e organização dos conteúdos, os PCN recomendaram que estes possuam relevância social, contribuam para o desenvolvimento da intelectualidade, criatividade, intuição e capacidade crítica do aluno.

Constata-se, nos relatos das observações realizadas na pesquisa de Mandarino (op. cit.) e por outros autores como Nacarato (2009) e Bessa (2011), que a orientação curricular proposta pelos PCN não ocorreu nas salas de aula brasileiras e proporcionou poucas mudanças efetivas no ensino. Bessa (Ibid., p. 95) alerta que "os conteúdos ainda são organizados como se fossem elos de uma corrente, e como condição de pré-requisito para o que irá sucedê-lo."

Curi (2005) analisou a ementa das disciplinas relacionadas à Educação Matemática nos cursos de Pedagogia e Normal Superior. A autora notou que as disciplinas destinadas a esta formação possuíam carga horária reduzida, priorizavam os aspectos metodológicos do ensino e não oportunizavam a vivência da pesquisa em Educação Matemática.

Novas necessidades e exigências sociais demandam novas orientações para o ensino e, consequentemente, mudanças na formação docente. Estes são desafios que precisamos assumir se queremos formar indivíduos capazes de lidar com a Matemática em sua vida cotidiana. De acordo com esta necessidade de formação para a vida está o autor Skovsmose[11] (2001, p.87) que cita "um dos objetivos da educação deve ser preparar para uma cidadania crítica" e não se restringir à preparação para o mercado de trabalho.

[11] O autor tem como centro a questão da democracia e considera que se a perspectiva democrática não estiver presente na Educação Matemática, esta será apenas domesticadora do ser humano em uma sociedade cada vez mais impregnada de tecnologia.

1.3 – As operações matemáticas e a resolução de problemas

Como o foco desta dissertação é a aprendizagem das operações matemáticas através da resolução de problemas, nesta parte do texto será dada prioridade à análise do que os PCN indicaram para este tópico.

O documento destaca que é prática comum iniciar o trabalho pelo ensino de técnicas operatórias convencionais e pela utilização das técnicas em "problemas-modelo", muitas vezes ligados a uma única ideia das várias que podem ser associadas a uma dada operação. (BRASIL, 1997, v.3, p. 68). Nacarato (2009, p.32) alerta que "os relatórios de exames externos (PISA, ENEM, SAEB) divulgados recentemente, evidenciam que as competências de cálculo não bastam, pois não atendem às exigências da sociedade contemporânea." A autora afirma que:

> [...] o grande desafio que se coloca à escola e aos seus professores é construir um currículo de matemática que transcenda o ensino de algoritmos e cálculos mecanizados, principalmente nas séries iniciais, onde está a base da alfabetização matemática. (Ibid., loc. cit.).

É o que já se propunha nos PCN para o ensino das operações com números naturais. O documento apresenta conteúdos conceituais e procedimentais, alguns citados a seguir:

> - Análise, interpretação, resolução e formulação de situações-problema, compreendendo alguns dos significados das operações, em especial da adição e da subtração.
> - Reconhecimento de que diferentes situações-problema podem ser resolvidas por uma única operação e de que diferentes operações podem resolver um mesmo problema.
> - Utilização da decomposição das escritas numéricas para a realização do cálculo mental exato e aproximado.
> - Cálculos de adição e subtração, por meio de estratégias pessoais e algumas técnicas convencionais.
> - Cálculos de multiplicação e divisão por meio de estratégias pessoais.
> - Utilização de estimativas para avaliar a adequação de um resultado e uso de calculadora para desenvolvimento de estratégias de verificação e controle de cálculos. (BRASIL, 1997, v.3, p. 71 e 72).

Como alguns conteúdos atitudinais relevantes para análise, destaca-se o desenvolvimento da:

> - Confiança na própria capacidade para elaborar estratégias pessoais diante de situações-problema.
> - Valorização da troca de experiência com seus pares como forma de aprendizagem.

> • Interesse e curiosidade por conhecer diferentes estratégias de cálculo. (Ibid., p. 75).

Como se pode notar, os PCN enfatizaram novamente o trabalho a partir da resolução de problemas e para os cálculos apontam a utilização da decomposição das escritas numéricas, o trabalho com o cálculo mental exato e aproximado, a criação de estratégias pessoais para a realização dos cálculos, de algumas técnicas convencionais e o uso de calculadoras.

Houve a indicação clara de que o trabalho com as operações matemáticas não se restringisse aos procedimentos de cálculo. O foco que antes era o ensino iniciando pelos algoritmos convencionais foi modificado para o trabalho com diferentes estratégias de cálculo. Os conteúdos atitudinais apresentados também reforçaram esta ideia.

Mais uma vez, nesta parte do documento, não houve um aprofundamento maior da fundamentação teórica destas propostas, nem indicação de autores ou pesquisas que contribuíssem para a formação continuada dos professores interessados em alterar sua prática.

Apesar destas orientações, se pode observar que a prioridade em muitas escolas ainda é o ensino de técnicas operatórias para os cálculos, desde os anos iniciais do Ensino Fundamental. Adair Nacarato (2009) constatou que em São Paulo, mesmo com alto investimento na formação continuada dos professores[12],

> Muitas continuaram com as mesmas abordagens das décadas anteriores: ênfase em cálculos e algoritmos desprovidos de compreensão e significado para os alunos; foco na aritmética, desconsiderando outros campos da matemática, como geometria e estatística. (Ibid., p.118).

Conclusões similares foram apresentadas por Mandarino (op. cit.). Segundo a pesquisa realizada, há a valorização no ensino de uma única forma de calcular (denominada pela autora de algoritmos únicos), de forma sistematizada. Aos alunos cabe memorizar os procedimentos ensinados, reproduzi-los em exercícios simples e aplicá-los em situações similares às apresentadas anteriormente. Em geral realizam as atividades individualmente, depois aguardam a correção no quadro, oral ou pela professora em ocasiões em que nem sempre estão presentes.

> O uso de problemas que valorizassem estratégias diferentes, cálculo mental ou estimativa, estratégias que contribuiriam, efetivamente,

[12] O termo se refere a professoras e professores.

> para o aluno “fazer matemática”, foi muito pouco observado. A resolução coletiva de problemas que explorasse simulações do cotidiano e relacionasse a resolução com situações propostas pelos próprios alunos (mercadinho ou loja e aula prática em refeitório) foram ainda menos frequentes. (MANDARINO, op. cit., p.196).

Apesar do segundo ciclo não ser a prioridade desta pesquisa, cabe assinalar como os PCN sugeriram a continuidade ao trabalho com as operações matemáticas nos anos posteriores ao primeiro ciclo.

Foi explicitada a importância do prosseguimento da proposta da resolução de problemas, sendo sugerido o trabalho mais aprofundado de “interpretação dos enunciados, terminologias e técnicas convencionais sem, no entanto, deixar de valorizar e estimular” as hipóteses e estratégias pessoais criadas pelos alunos (BRASIL, 1997, v.3, p. 83). Houve também sugestões de ampliação dos conceitos relacionados às operações, de estímulo ao cálculo mental ou escrito, exato ou aproximado e continuação do uso da calculadora.

No final do documento foram apresentadas orientações didáticas[13] aos professores visando contribuir com reflexões sobre os conceitos e procedimentos a serem ensinados e algumas exemplificações de estratégias utilizadas por alunos para resolver situações e efetuar cálculos. Especificamente sobre o desenvolvimento da aprendizagem de cálculos foi sugerido o trabalho com um repertório básico destes que possibilitem a observação de regularidades, das propriedades das operações; a utilização da decomposição numérica; a realização de análises, simplificações e comparações, além do apoio em materiais didáticos e na reta numérica.

Para o ensino das técnicas operatórias convencionais foi recomendado que através das estratégias de cálculo já trabalhadas, o professor atuasse de forma que o aluno pudesse transpor os conhecimentos já construídos para as técnicas operatórias convencionais, aperfeiçoar suas estratégias de cálculo tornando-as mais práticas e se apropriar, de forma gradativa, das técnicas usuais. Um recurso sugerido que pode auxiliar a compreensão das técnicas operatórias foi:

> A escrita decomposta dos números ajuda a evidenciar o estabelecimento de correspondência entre as unidades das diversas ordens, no registro da técnica da adição e da subtração; também

[13] Estas orientações didáticas também foram incluídas nas outras áreas de conhecimento e visaram oferecer subsídios à reflexão sobre como ensinar. Para cada bloco de conteúdos eram apresentadas orientações didáticas específicas, que expressavam como determinados conteúdos poderiam ser tratados. (BRASIL, 1997, v.1, p. 93).

> evidencia o “transporte”, no caso da adição, e o “empréstimo”, no caso da subtração, à ordem imediatamente superior. (Ibid., p.120).

Também foi ressaltado que “o objetivo principal do trabalho com o cálculo consiste em fazer com que os alunos construam e selecionem procedimentos adequados à situação-problema apresentada, aos números e operações nela envolvidos.” (Ibid., p.116).

Para que o ensino da Matemática possa ser transformado de acordo com estes pressupostos, Mandarino (2006) ressalta a importância de uma formação inicial e continuada aos professores. Para a autora:

> Valorizar a resolução de problemas, as diferentes estratégias de cálculo, o reconhecimento de hipóteses e das intuições dos alunos, a identificação das causas do erro do aluno pela compreensão de seus procedimentos, não depende apenas de reconhecimento dos pressupostos pedagógicos que nos levam a defender tais ideias, mas, também, de uma sólida formação matemática. Organizar os conteúdos de forma articulada, fazer conexões entre conceitos, possibilitar que os alunos observem regularidades, façam generalizações, estimem resultados e desenvolvam habilidades de cálculo mental não são tarefas simples de conduzir quando se teve uma formação matemática precária e utilitária, sem a oportunidade de vivenciar tais experiências. (Ibid., p.231).

Uma tentativa de oferecer formação continuada aos professores que atuam nas séries iniciais, em escolas públicas, é o curso Pró-Letramento. Este é um programa realizado pelo MEC e visa alcançar avanços na qualidade do ensino da leitura/escrita e Matemática. O programa é realizado em parceria com diversas universidades que fazem parte da Rede Nacional de Formação Continuada. Para a realização deste foram elaborados fascículos que posteriormente foram distribuídos para as escolas públicas. Estes abordaram os seguintes assuntos: Números Naturais, Operações com Números Naturais, Espaço e Forma, Frações, Grandezas e Medidas, Tratamento da Informação, Resolver Problemas: o lado lúdico do ensino da Matemática, Avaliação da Aprendizagem em Matemática nos anos iniciais.

Os objetivos, além do anteriormente apresentado, são: estimular a reflexão do professor sobre sua prática pedagógica possibilitando a construção de novos conhecimentos; aprofundar a compreensão sobre a linguagem e Matemática, assim como a melhoria nos procedimentos para ensino e aprendizagem nestas áreas; estimular o desenvolvimento de uma rede de formação continuada nas Universidades, Secretarias de Ensino e escolas.

> O Pró-Letramento em matemática prevê a utilização do princípio da problematização dos conteúdos e das práticas cotidianas dos professores para o ensino da matemática. Busca significar práticas e conteúdos sem perder a cientificidade necessária à vida do cidadão, trazendo à tona novas leituras com novos enfoques para o ensino da matemática. (BRASIL, 2008, p.9).

Inicialmente o curso foi organizado com uma carga horária de 120 horas com atividades em grupo com apoio de um tutor e atividades de estudo individual e oferecido nas diferentes redes de ensino brasileiras. Para embasar o seu conteúdo foram elaborados fascículos para estudo. Posteriormente estes livros foram distribuídos pelo MEC para todas as escolas públicas de Ensino Fundamental do Brasil e isto possibilitou que professores não cursistas pudessem ter acesso ao conteúdo do curso.

Especificamente sobre as operações matemáticas foi exposto que a criança necessita vivenciar diversas situações concretas que envolvam as diferentes ações associadas às operações de adição: juntar ou reunir, acrescentar; e de subtração: retirar, completar, comparar. Sobre o fato básico, foi explicitado que este é uma operação que envolve números com um só algarismo e por isso devem ser realizados mentalmente ou com o auxílio de materiais de contagem, sem utilização do algoritmo. Sugeriram a composição e decomposição dos números de diversas formas; a conferência de resultados e desenvolvimento do cálculo mental com a utilização da calculadora.

As autoras Mandarino e Belfort, que elaboraram os fascículos sobre os números naturais e as operações no curso Pró-Letramento, salientaram que:

> Acreditamos que não basta estar bem treinado para executar procedimentos de cálculo (ou mesmo para usar calculadoras) se não se sabe que operações devem ser feitas para resolver um determinado problema. As experiências iniciais de uma criança em tomar decisões sobre que operações realizar – e em que ordem - são muito importantes para lhe dar segurança em Matemática pelo restante de sua vida. Só um ensino de operações que não fique restrito ao treino de procedimentos mecânicos será capaz de levar os alunos a não precisarem mais perguntar: ‘que conta eu faço?’, ‘este problema é de mais ou de menos?’, por exemplo. (BRASIL, 2008, f. 2, p.6).

Posteriormente, as autoras propuseram uma forma de ensinar os algoritmos das operações numéricas buscando que este seja realizado com compreensão de todas as etapas a serem seguidas. O material apresentado está em consonância com as propostas dos PCN e ainda trouxe sugestões de atividades, indicação de

materiais didáticos, análise de cálculos de alunos, proposta de tarefas aos cursistas. Ao final de cada fascículo existem indicações de leituras complementares em livros, revistas e sites.

O fascículo sobre resolução de problemas também está de acordo com a proposta apresentada pelos PCN, além de trazer fundamentação teórica, sugestões, tarefas para os cursistas e indicações de leituras sobre os assuntos abordados.

Buscamos, com os estudos e informações apresentados neste capítulo, trazer embasamento que nos possibilite realizar a análise do planejamento curricular de Matemática das escolas pesquisas, das entrevistas com professores e coordenadores ou orientadores pedagógicos e das aulas sobre resolução de problemas a serem observadas. No próximo capítulo apresentamos as pesquisas relacionadas à aprendizagem das operações matemáticas e resolução de problemas.

2 - Pesquisas realizadas sobre a aprendizagem das operações matemáticas e resolução de problemas

Há vários estudos relacionados às operações matemáticas e resolução de problemas no Ensino Fundamental e, neste capítulo, apresentamos alguns relevantes para nossa pesquisa.

Constance Kamii (2005, 2002), aluna e colaboradora de Piaget, realizou uma investigação sobre o efeito do ensino dos algoritmos convencionais da adição e da subtração (de “transporte” – o “vai um” e de “empréstimo”). Nesta entrevistou crianças de três turmas de 2ª série e utilizou alguns cálculos para resolverem. A professora da primeira turma não havia ensinado os algoritmos aos alunos; na segunda turma, apesar da professora não ensiná-los, alguns pais haviam ensinado em casa e; apenas na terceira turma, foi garantido que os alunos não haviam aprendido os algoritmos convencionais.

Um dos cálculos proposto foi 7+52+186. Os alunos que não haviam aprendido a calcular da forma tradicional tiveram um número de acertos bem superior aos outros alunos: 45% contra 12% e o grupo intermediário obteve 26%. Além deste fato, a maioria dos erros dos que não aprenderam o algoritmo foi aproximada ao resultado do cálculo: 255, 246, 243, 235, 236. Muito diferente dos erros dos outros alunos que estudaram os algoritmos: 9308, 1000, 989, 986, 938, 906, 838, 29, 30. Essas crianças cometeram equívocos relacionados a não compreensão do valor posicional dos números, somaram: 7+52+186 assim 7+5+2+1+8+6= 29 ou fizeram algo como: 2+6=8, 5+8=13, vai 1, 1+7+1= 9, resultado 938. Kamii relatou “a indiferença emocional das crianças, além do fato de que ninguém parecia perceber que havia alguma coisa errada com as respostas que chegavam à casa dos 800, 900 ou mais. As crianças pareciam funcionar como máquinas, sem nenhuma intuição ou senso numérico” (Ibid., 2005, p. 32).

A pesquisadora chegou às seguintes conclusões: quando se ensina os algoritmos nos primeiros anos de escolaridade como a forma de calcular, não se encoraja a criação de procedimentos pessoais de cálculo e fixa-se o pensamento infantil a uma única forma de resolução. Assim, a criança começa a utilizar os algoritmos convencionais e desiste de sua forma própria de pensar numericamente. Também aponta que os algoritmos “desensinam” o valor posicional, impedindo o

desenvolvimento do senso numérico. As crianças percebem os números em colunas, como unidades soltas e desconsideram seu valor posicional.

Outra contribuição importante foram as pesquisas realizadas por Carraher et al. (2006) que investigaram os conhecimentos matemáticos extraescolares de crianças, adolescentes e trabalhadores. Os pesquisadores objetivaram compreender como estas pessoas utilizavam a Matemática com eficiência nas tarefas diárias, apesar do insucesso escolar na disciplina.

Uma de suas constatações foi que “existem múltiplas lógicas corretas na resolução de cálculos” (Ibid., p. 38). Os sujeitos investigados “demonstraram utilizar métodos de resolução de problemas que, embora totalmente corretos, não são aproveitados pela escola” (Ibid., loc. cit.). Adultos entrevistados relataram que resolvem os cálculos pelo arredondamento ou decomposição dos números. Por exemplo, ao resolver 45+35, algumas pessoas “somam 40 com 30 e depois adicionam 10 (5+5). Outras somam 5 a 45, obtendo 50 e depois somam 30. Raras vezes um indivíduo soma 5+5, faz o “vai um”, soma o 1 com o 4 e depois acrescenta o 3.” (Ibid., p. 40). Os resultados das pesquisas evidenciaram a discrepância entre o desempenho em Matemática na escola e os conhecimentos empregados com sucesso na vida e sugeriram “que os algoritmos ensinados na escola para a realização de operações aritméticas podem constituir um obstáculo para o raciocínio da criança, talvez por interferir com o significado dos próprios números com os quais a criança deve operar.” (Ibid., p.36).

Em 1983 Carraher e Schliemann já haviam realizado uma pesquisa com crianças de primeira série em escolas públicas e particulares de Recife envolvendo cálculos de adição e subtração. Notaram que a estratégia de contagem foi mais escolhida, os algoritmos foram pouco utilizados e quando o foram, em sua maioria, associados a respostas incorretas, principalmente na subtração.

Zunino (1995) realizou estudo diagnóstico em seis escolas públicas na Venezuela, com 150 crianças da primeira à quinta série. Um de seus objetivos foi “recolher dados em relação às estratégias que as crianças utilizam para resolver as diferentes situações problemáticas” (p. viii). Aos alunos de primeira série foram propostos três problemas (dois de subtração e um de adição), que inventassem um outro cujo resultado desse cinco e que calculassem duas contas: uma adição com dois algarismos e uma subtração com dois algarismos. A partir da análise das respostas produzidas pelas crianças, a autora percebeu que as crianças utilizaram

procedimentos de resolução muito diferentes para os problemas e as contas. Diante das situações usavam desenhos, material concreto, antecipavam resultados; enquanto nas contas deixavam de considerar os números inteiros calculando-os como unidades isoladas e as calculavam como se estivessem aplicando “truques” para descobrir um resultado. Hughes (1986 apud GOLBERT, 2009), em pesquisas na Grã-Betanha e nos Estados Unidos, apresentou conclusões similares: os procedimentos escritos utilizados pelas crianças nos cálculos diferiram muito da resolução com materiais concretos, cada um seguiu regras e procedimentos próprios que não se relacionavam.

Zunino (op. cit., p.59) afirma que “a maioria das crianças começa a resolver a conta pela esquerda”, apesar de repetirem que se deve começar a somar pelas unidades. A autora questiona o ensino das operações matemáticas alertando que:

> Enquanto continuarmos ensinando procedimentos mecânicos sem criar as condições que permitam aos alunos descobrirem os fundamentos desses mecanismos, enquanto não favorecermos a utilização das estratégias que as próprias crianças possam elaborar para resolver e representar as operações, teremos que continuar aceitando que as contas sejam interpretadas como truques inventados por um mágico, como entidades que obedecem a regras próprias, independente das ações de “agregar” e “tirar”. (ZUNINO, 1995, p. 63-64).

Fuson (1990 apud GOLBERT, 2009) realizou pesquisa envolvendo resolução de cálculos com crianças dos anos iniciais de escolaridade e identificou os erros mais frequentes. Na adição de números com dois ou três algarismos foram identificados:

- Escrever a soma dos algarismos abaixo de cada um, como em:

```
  458
+ 668
------
 101116
```

- Abandonar a dezena formada (o autor denomina como o “desaparecimento do 1”), como em:

```
  58
+ 78
----
 126
```

- Confundir a coluna à esquerda com sua adjacente, como em:

```
  1
  1
 159
+ 166
-----
 415
```

- Começar pela esquerda, como em:

```
  1
 53
+ 65
----
 19
```

Nas adições em que uma das parcelas possui mais algarismos do que a outra apareceram outros tipos de erros, como:

- Somar todos os dígitos, como em:

$$\begin{array}{r} 35 \\ +\ 3 \\ \hline 11 \end{array}$$

- Somar duas vezes a segunda parcela, como em:

$$\begin{array}{r} 35 \\ +\ 3 \\ \hline 68 \end{array}$$

- Omitir a soma da dezena por considerar que o resultado de, por exemplo, 3+0= 0, como em:

$$\begin{array}{r} 35 \\ +\ 3 \\ \hline 8 \end{array}$$

Na subtração, os erros que mais ocorreram:

> quando os números são apresentados horizontalmente, quando os multidígitos são alinhados incorretamente, e, especialmente, quando é necessária uma troca, porque o dígito do minuendo é menor que o do subtraendo, ou ainda quando o minuendo tem mais dígitos que o subtraendo. Situações com zeros no minuendo também são particularmente difíceis. (GOLBERT, 2009, p.79).

Como conclusões desta pesquisa, foi indicado que a aprendizagem dos algoritmos convencionais reforça a concepção do número dígito por dígito e induz o aluno a erros. Segundo Golbert isto ocorre porque os algoritmos foram inventados para dar maior velocidade e precisão aos cálculos e "foram removidos para longe de seu eixo conceitual." (Ibid., p. 93).

Fuson (1990 apud GOLBERT, 2009) também investigou as estratégias, diferentes do uso dos algoritmos formais, que os alunos utilizaram para resolver cálculos e criou algumas categorias. Por exemplo, para calcular 28 + 24, operaram usando:

- método de começar com um número – Ex[14]. 28 + 20 = 48, 48 + 4 = 52;
- método de decomposição de dezenas e unidades – Ex. 20 + 20 = 40, 8 + 4 = 12, 40 + 12 = 52;
- método de mudar ambos os números – Ex. 28 + 2 = 30, 24 – 2 = 22, 30 + 22 = 52.

[14] Por exemplo.

Os resultados deste estudo indicaram que as estratégias inventadas pelos alunos podem contribuir na resolução dos cálculos, na noção de número e na compreensão das operações.

Carpenter e seus colaboradores (1997 apud GOLBERT, op. cit., p. 109) realizaram um estudo longitudinal, durante três anos, em que acompanharam a evolução da compreensão da adição e da subtração de números com mais de um algarismo. Focalizaram analisar o papel das estratégias inventadas na compreensão dos conceitos e procedimentos destas operações e também comparar as diferenças entre "os estudantes que usaram estratégias inventadas antes ou concomitantemente com os algoritmos convencionais" (Ibid., loc. cit.).

Os alunos que não haviam aprendido os algoritmos convencionais e usaram as estratégias inventadas evidenciaram conhecimentos sobre a base dez do sistema de numeração, pensamento reversível e apresentaram "menos erros do que os do grupo algorítmico". (Ibid., p. 115). Desta forma, a invenção de estratégias de cálculo foi indicada como uma metodologia válida para "a aprendizagem de todos os estudantes em substituição à ênfase ao ensino mecânico e descontextualizado dos algoritmos convencionais". (Ibid., loc. cit.).

Corroborando com alternativas ao trabalho com os cálculos na escola estão os estudos de Cecília Parra (1996) sobre cálculo mental. Esta considera o cálculo mental como: "o conjunto de procedimentos em que, uma vez analisados os dados a serem tratados, estes se articulam, sem recorrer a um algoritmo pré-estabelecido para obter resultados exatos ou aproximados" (Ibid., p. 189). Para esta autora, no cálculo mental, há o apoio das propriedades do sistema de numeração decimal e das diferentes relações que se pode estabelecer entre os números e pode haver, ou não, a utilização de lápis e papel.

Segundo Parra (Ibid., passim), algumas das hipóteses didáticas principais para a importância do desenvolvimento do cálculo mental na escola são:

1 – Influência na capacidade de resolver problemas já que ajuda a desenvolver estratégias de antecipação, reflexão, comparação, aproximações, controle de resultados. O aluno é instigado a raciocinar sobre os cálculos e isto influencia em sua capacidade para resolver situações problemáticas e desenvolver competências matemáticas mais complexas.

2 – Aumento do conhecimento no campo numérico, pois, tentando um modo mais rápido e eficiente de resolver os cálculos, são criados procedimentos que utilizam as propriedades das operações.

3 – Favorecimento da relação do aluno com o saber matemático que passa a ser encarado como uma aventura, um desafio ao invés de uma aprendizagem de técnicas arbitrárias. Argumentando, trocando ideias e informações com os colegas, refletindo, criando novas estratégias, articulando os conhecimentos possibilita-se que os conhecimentos matemáticos sejam construídos de forma significativa pelos alunos.

4 – Após a construção de várias estratégias de cálculo, a compreensão do Sistema de Numeração Decimal, das propriedades numéricas e das operações matemáticas, há a possibilidade de aprendizagem posterior dos algoritmos convencionais com compreensão dos seus mecanismos e controle dos resultados.

Uma contribuição importante para a compreensão de como os alunos aprendem conceitos matemáticos relacionados à adição e subtração foi a do pesquisador francês Gérard Vergnaud. Considerado uma referência na Didática da Matemática criou a Teoria dos Campos Conceituais que agrega conhecimentos da Psicologia Cognitiva e Matemática. Campo conceitual é definido como um “conjunto informal e heterogêneo de problemas, situações, conceitos, relações, estruturas, conteúdos e operações de pensamento, conectados uns aos outros e, provavelmente, entrelaçados durante o processo de aquisição” (1982, p. 40 apud MOREIRA, 2002, p.2). Esta teoria parte da premissa que vários fatores interferem e influenciam na “formação e no desenvolvimento de conceitos e que o conhecimento conceitual deve emergir dentro de situações-problema” (MAGINA et al., 2001, p.6). Sendo assim, o foco do ensino de Matemática deve relacionar esses “conceitos e a resolução de problemas, de maneira a torná-los interessantes e compreensíveis para os alunos” (Ibid., p. 10).

Mais especificamente sobre as operações matemáticas, Vergnaud propõe uma classificação em que a adição e subtração fazem parte do campo aditivo e a multiplicação e divisão do campo multiplicativo. Iremos abordar às questões relacionadas ao campo conceitual aditivo ou estrutura aditiva, como denominado. Tradicionalmente se ensinava nas escolas a adição e depois a subtração. Pela concepção de Vergnaud as operações são complementares e inversas, portanto

devem ser abordadas em problemas complexos e não de forma estanque. Estabelece seis relações aditivas fundamentais:

- Composição – duas medidas se unem para formar uma terceira. Ex.: Tenho 20 bolas vermelhas e 10 bolas brancas. Quantas bolas tenho ao todo?
- Transformação – uma transformação ocorre em uma medida para formar em outra medida. Ex. Tinha 20 bolinhas de gude, perdi 10 no jogo. Com quantas bolinhas de gude fiquei?
- Comparação - estabelece relação entre duas medidas. Ex. Mônica tem 8 anos e seu irmão tem 5 anos. Qual a diferença de idade entre eles?
- Composição de transformações – duas transformações se unem numa transformação total. Ex. Ganhei de aniversário 50 reais da minha mãe e mais 20 reais do meu avô. Quantos reais eu ganhei?
- Transformação de uma relação – “uma transformação opera sobre um estado relativo (uma relação) para resultar em um estado relativo.” (VERGNAUD, 2009, p. 200) – Ex. Devia 20 figurinhas ao meu irmão. Já lhe dei 10. Quantas figurinhas ainda devo?
- Composição de relações – “dois estados relativos (relações) se compõem para resultar em um estado relativo. (Ibid., loc. cit.). – Ex. Julia deve 20 reais para Bruna e Bruna deve 5 reais para Júlia. Como ficará a situação depois que as duas pagarem o que devem?

Além destas ideias apresentadas, o autor indica que a mudança da incógnita – no início, no meio ou no final da situação – irá exigir do aluno raciocínios diferentes para resolução. Golbert (op. cit., p. 52) considera que:

> A maior parte dos alunos de sete anos são capazes de encontrar o estado final, conhecendo o estado inicial e a transformação, mas não são capazes ainda de encontrar o estado inicial, conhecendo o estado final e a transformação. E também é difícil nessa fase, descobrir a transformação, a partir do conhecimento do estado inicial e do estado final.

Supomos que esta maior dificuldade deva ocorrer porque nas situações cotidianas e nas atividades escolares, em geral, é necessário o cálculo do estado final. Por isso este tipo de raciocínio é mais desenvolvido pelas crianças.

Sobre a metodologia de resolução de problemas, temos como precursor o téorico George Polya. Para este autor:

> o aluno precisa compreender o problema, mas não só isto: deve desejar resolvê-lo. Se lhe faltar comprensão e interesse, isto nem sempre será culpa sua. O problema deve ser bem escolhido, nem muito difícil, nem muito fácil, natural e interessante. (POLYA, 2006, p.5).

Segundo esta metodologia, o conhecimento matemático necessita de uma construção a partir de situações significativas e contextualizadas. A proposta modifica a antiga estrutura da aula que era:

(i) apresentação dos conceitos;

(ii) exercícios para treinamento.

Para sugerir que a aula possibilite:

(i) resolução de problemas contextualizados;

(ii) investigação dos conceitos e conhecimentos necessários para a resolução;

(iii) sistematização do conhecimento novo.

Vários estudiosos e matemáticos também defendem a metodologia de resolução de problemas, como Starepravo (2006), Golbert (2009), Nacarato (2009), Itacarambi (2010), Smole (2001), Walle (2009), Dante (2009), Mandarino e Belfort (2005), Vila e Callejo (2006), entre outros. Para Charnay (1996, p. 38) “o aluno deve ser capaz de ressignificar em situações novas, de adaptar, de transferir seus conhecimentos para resolver novos problemas.” Com a utilização desta metodologia também ganha importância a comunicação, a leitura e a produção de texto nas aulas de Matemática (SMOLE, 2001), o trabalho com diferentes tipos de problemas (STANCANELLI, 2001; DANTE, 2009; MANDARINO e BELFORT, 2005), as diferentes formas de resolver problemas (CAVALCANTI, 2001) e o papel do erro na aprendizagem (CURY, 2008; ESTEBAN, 2002). Nesta perspectiva, o papel do aluno é ativo, ele reflete sobre as situações, organiza e comunica suas ideias aos colegas, ouve as estratégias criadas por outros, busca um consenso no grupo ou aprende que há várias possibilidades de resolução. Nota-se que não há uma forma única, uma verdade absoluta, para resolução de problemas. O professor não é o único que comunica, que ensina. Todos ensinam e aprendem juntos, de forma cooperativa. O erro é considerado como parte do processo, uma oportunidade para intervenções do professor, como algo que possibilita a reflexão e a mudança de hipótese e, portanto,

oportuniza aprendizagem. Cury (2008, p.13) acredita que analisar os erros dos alunos “é uma atividade que traz, para o professor e para os alunos, a possibilidade de entender, mais de perto, como se dá a apropriação do saber pelos estudantes.” A autora propõe que a análise das respostas seja utilizada como metodologia de ensino e de pesquisa. Esteban (2002) considera que o erro pode ser uma pista de como o aluno está relacionando os conhecimentos construídos com os novos que ainda estão sendo elaborados. Vinculada a esta possibilidade está a ideia sobre a zona de desenvolvimento proximal. Por Vygotsky (1994, p.113) definida por “aquelas funções que ainda não amadureceram, mas que estão em processo de maturação, funções que amaducerão, mas que estão presentementemente em estado embrionário." Sendo assim, o papel do professor seria analisar o erro do aluno na perspectiva de compreender o que ele sabe e realizar intervenções que oportunizem o avanço do seu conhecimento.

Há várias publicações acadêmicas nacionais relacionadas à aprendizagem das operações matemáticas, ao ensino dos algoritmos convencionais, à criação de estratégias para resolução de problemas, ao desenvolvimento do cálculo mental. Algumas mais relevantes para nossa pesquisa foram citadas na Tabela 2.1.

Tabela 2.1 – Publicações acadêmicas relacionadas ao tema desta pesquisa

Tipo de publicação	Título	Autor	Ano
Artigo	Algoritmos das quatro operações: com a palavra o professor	GONÇALVES, A.	2011
Artigo	Práticas didáticas em Matemática que exploram análise de soluções	MANDARINO, M.; BELFORT, E.; COELHO, F.R.	2010
Artigo	Aprendizagem Matemática: desvendando dificuldades de cálculo dos alunos	ZATTI, F. AGRANIONIH, N. ENRICONE, J. R.	2010
Artigo	Resolução de problemas de estrutura aditiva: a compreensão de uma professora de primeira série	GONÇALVES, A.	2009
Artigo	Soluções inesperadas na resolução de problemas matemáticos: erro ou acerto?	MANDARINO, M.; et al.	2008
Artigo	Um olhar sobre o papel do cálculo mental para a aprendizagem de conceitos matemáticos nos anos iniciais do Ensino Fundamental	GUIMARÃES, S. FREITAS, J. L.	2007
Artigo	Concepções e desempenhos de professores das séries iniciais no campo das estruturas aditivas	CAMPOS, T.M. MAGINA, S.M.	2004

Artigo	Desempenho de crianças do Ensino Fundamental na solução de problemas aritméticos	OLIVEIRA, M. TOURINHO, E.	2001
Dissertação	O algoritmo de cálculo escrito convencional nas aulas de matemática da EJA	SILVA, D.A.	2011
Dissertação	Algoritmos: uma perspectiva de professores de quarta e quinta séries do Ensino Fundamental	GONÇALVES, A.	2010
Dissertação	Episódios de correção: informações sobre como o professor lida com as produções matemáticas de seus alunos	PINHEIRO, L. C.	2009
Dissertação	Investigações matemáticas e resolução de problemas - que fronteiras?	TRINDADE, A.	2008
Dissertação	Os algoritmos no contexto da história: uma experiência na formação de professores pedagogos	PEDROSO, A.	2008
Dissertação	Análise de dificuldades de alunos com o algoritmo da subtração	MELLO, E.	2008
Dissertação	Crianças, algoritmos e o sistema de numeração decimal	SIGNORINI, M.	2007
Dissertação	Compreensões de professores das séries iniciais sobre o ensino dos procedimentos matemáticos envolvidos nos algoritmos convencionais da adição e da subtração com reagrupamento	MINOTTO, R.	2006
Dissertação	Avaliação em Matemática: análise da produção escrita de alunos da 4° série do Ensino Fundamental em questões discursivas	NEGRÃO DE LIMA, R. C.	2006
Dissertação	Do observável para o oculto: um estudo da produção escrita de alunos da 4ª série em questões de matemática	NAGY-SILVA, M. C	2005
Tese	O valor e o papel do cálculo mental nas séries iniciais	FONTES, C. G.	2010
Tese	Sobre as operações matemáticas e o cálculo mental	ANANIAS, E. F.	2010
Tese	A prática regular de cálculo mental para ampliação e construção de novas estratégias de cálculo por aluno do 4º e 5º ano do Ensino Fundamental	GUIMARÃES, S.	2009
Tese	A prática social do cálculo escrito na formação de professores: a história como possibilidade de pensar questões do presente	SOUZA, E.	2004

Pela Tabela 2.1 nota-se uma quantidade significativa de publicações relacionadas a nossa temática, o que denota a sua importância. Algumas considerações mais relevantes das pesquisas apresentadas serão brevemente relatadas a seguir.

Fontes (2010) constatou que o cálculo mental tem sido reconhecido como importante na aprendizagem de Matemática, tanto pelos programas curriculares oficiais quanto pelos professores, porém na prática ainda é pouco utilizado na sala de aula e gera interpretações variadas de como trabalhá-lo. Guimarães (2009), em investigação com base na aplicação de atividades para investigar a natureza do cálculo mental e seus benefícios para a aprendizagem dos conceitos aditivos e multiplicativos, percebeu que com as vivências das situações didáticas oferecidas pela pesquisa houve desenvolvimento do cálculo mental e das concepções numéricas dos alunos. Inclusive destaca que:

> [...] foi possível insistir naqueles aspectos em que os alunos cometiam erros, antecipando suas respostas e descrevendo estratégias para a correção das mesmas, conduzindo-os a abandonar suas antigas estratégias para adotarem novas, mais eficientes, agregando novos conceitos e significados ao conhecimento matemático. (Ibid., p.6).

Guimarães e Freitas (2007) também inferiram que o trabalho sistemático com cálculo mental permite a construção de novos esquemas de ação; desenvolvimento da atenção, memória, concentração; ampliação do repertório de cálculo, tornando-o mais ágil.

Em pesquisa sobre as dificuldades dos alunos de 5ª série para calcular, Zatti et al. (2010) observou maior incidência de erros para operar a divisão e a subtração, sendo os principais: “procedimentos incorretos no desenvolvimento do algoritmo; reprodução errada da proposta; erro de contagem; cálculo mental e erros estranhos.” (Ibid., p.1). Os autores consideraram que a não compreensão do algoritmo ou a falta de atenção e/ou memorização foram os motivos que mais causaram erros e indica que há um “descompasso entre o tempo em que esses algoritmos são ensinados na escola e o tempo próprio de cada criança para a compreensão dos mesmos (Ibid., loc. cit.). Mello (2008) realizou uma investigação sobre as dificuldades dos alunos para operar o algoritmo do empréstimo (decomposição do minuendo) para efetuar a subtração com reserva e percebeu que os alunos cometem muitos erros ao tentar utilizar este algoritmo, principalmente quando ocorrem vários “empréstimos”. Indicou o ensino do algoritmo da compensação como opção para contornar estas dificuldades. Signori (2007) entrevistou vinte crianças de uma escola pública buscando investigar se o ensino dos algoritmos das operações fundamentais contribuem para a construção do

conhecimento matemático, em especial do Sistema de Numeração Decimal. Pelos resultados da pesquisa verificou que os alunos reproduzem mecanicamente os procedimentos operatórios, sem compreender a relação entre estes e as propriedades do Sistema de Numeração Decimal.

Sobre a compreensão do que o professor considera importante ensinar sobre as operações fundamentais e aquilo que realmente aplica, Gonçalves (2011) identificou a valorização do ensino dos algoritmos prontos, porém não confirmada quando os entrevistados declararam como deveria ser o ensino das operações. Foram identificados "fatores como falta de tempo, insegurança, falta de conhecimento do professor, resistência do professor e do aluno, entre outros" (Ibid., p.3643) como possíveis causas desta diferença entre o que era almejado neste ensino e o que era praticado pelos professores. Silva (2011) investigou quais fatores influenciavam a preferência dos professores e alunos da Educação de Jovens e Adultos (EJA) pelo ensino do algoritmo convencional e alertou que:

> [...] na própria legitimação do algoritmo de cálculo escrito podem-se constatar exclusões de outros conhecimentos, algoritmos, sistemas de numeração e instrumentos mediadores. Nessa perspectiva, a valorização e transmissão do algoritmo de cálculo escrito na instituição escolar é consequência de sua legitimação ao longo da história. Uma legitimação permeada por resistências e inclusões/exclusões envolvidas por relações de poder. (Ibid., p.39).

Uma das inquietações que levaram Silva (2011) a realizar esta pesquisa foi o fato de que vários de seus alunos dominavam outras formas de calcular não convencionais, porém não valorizavam estas e buscavam utilizar somente o algoritmo convencional, saber valorizado e legitimado pela escola, como exemplificado na fala de uma de suas alunas:

> Professora, eu sei fazer essa conta de cabeça [se referindo ao cálculo de porcentagem]. Mas, eu quero aprender a fazer do jeito da senhora [apontando para o algoritmo de cálculo escrito na lousa]. Porque esse jeito é o certo. (Ibid., p.7).

Souza (2004) centrou suas questões na identificação de valores que naturalizam a prática social do cálculo escrito na escola. Identificou uma tradição metodológica com um poder determinante que controla as escolhas pedagógicas e impulsiona a repetição do processo já naturalizado da prática social do cálculo escrito. A preferência, ao longo da história, pelo ensino do algoritmo convencional, considerado como o "cálculo correto" e ocupando um lugar de destaque no currículo

escolar corrobora com o que foi mencionado no Capítulo 1, que o currículo sofre influências culturais, sociais, históricas e políticas.

Em pesquisa sobre a compreensão dos professores sobre o algoritmo da adição e da subtração, Minotto (2006,p.iii) concluiu:

> as professoras têm uma compreensão parcial dos procedimentos envolvidos nos algoritmos convencionais, notadamente no algoritmo da subtração; utilizam uma linguagem verbal que pode comprometer a comunicação com os alunos em sala de aula no momento em que ensinam esses algoritmos. Os resultados também apontam para a necessidade de o professor examinar suas compreensões sobre os algoritmos e também sobre o seu ensino, estando atento para a linguagem verbal utilizada.

Sobre as concepções e práticas dos professores relacionadas aos problemas de estrutura aditiva, temos a pesquisa de Campos e Magina (2004), realizada com 103 professores da rede estadual de São Paulo. Nesta foi observado que os problemas utilizados pelos professores eram os “de composição com as partes conhecidas e perguntando sobre o todo, ou então de adicionar ou retirar um tanto de uma quantidade inicial, perguntando pela quantidade final” (Ibid., p. 2). Sendo assim concluíram não haver um trabalho sistemático com problemas que permitam ampliar o campo conceitual aditivo dos alunos.

Trazendo à baila a questão de como os professores lidam com a produção Matemática dos alunos, sobretudo nas situações didáticas que envolvem correção de erros, temos a pesquisadora Pinheiro (2009). Através de dados coletados entre 2006 e 2009 em instituições de ensino da cidade do Rio de Janeiro, concluiu que há uma valorização de que os alunos alcancem os resultados finais esperados; uma priorização no treinamento dos algoritmos e regras, sem maior atenção à compreensão do processo. Os erros, na maioria das ocorrências, não foram utilizados como trampolins para a aprendizagem, como indica Borasi (1985) e não houve uma valorização de estratégias de solução diferentes criadas pelos alunos.

Negrão de Lima (2006) e Nagy-Silva (2005) investigaram a produção escrita de alunos de 4ª série do Ensino Fundamental na Prova de Questões Abertas de Matemática, no Paraná, com o objetivo de identificar os saberes dos alunos, como resolveriam as questões, seus principais erros e a natureza destes. Foi percebido “que é possível utilizar a avaliação como prática de investigação a fim de identificar e superar dificuldades tanto dos alunos como dos professores nos processos de

ensino e aprendizagem que ocorrem no ambiente escolar". (NEGRÃO DE LIMA, 2006, p.9).

Nesta linha investigativa sobre a análise das estratégias de solução criadas pelos alunos para resolver situações encontramos também o grupo de pesquisa LIMC-Mais[15]. Este desenvolve o projeto: *Escutando aprendizes: hipóteses da construção de conceitos matemáticos de alunos e professores dos anos iniciais*. Um dos objetivos é analisar as diversas soluções apresentadas pelos alunos para possibilitar a discussão com o professor de diversas maneiras de resolução de uma situação Matemática e, desta forma, contribuir com a formação continuada dos professores. (MANDARINO et al., 2008, 2010).

Apesar da grande quantidade de publicações relacionadas ao nosso tema de pesquisa, realizadas em diferentes instituições brasileiras, ainda não ocorreu uma modificação efetiva nas práticas que ainda priorizam a repetição de procedimentos para calcular e resolver situações, como discutido neste capítulo e no Capítulo 1.

[15] LIMC-Mais - Laboratório de Pesquisa e Desenvolvimento em Ensino de Matemática e Ciências que se dedica à Matemática dos Anos Iniciais.

3 – Delineando o campo de pesquisa

Neste capítulo apresentamos e fundamentamos a metodologia que foi utilizada nesta pesquisa. Serão abordados aspectos importantes, como: características, justificativas para a escolha do campo e das estratégias de pesquisa, instrumentos a serem utilizados, sujeitos envolvidos, como foi realizada a coleta, registro e análise de dados.

3.1 – Características da pesquisa

Alves (1991) alerta que classificar uma pesquisa como qualitativa é tarefa difícil devido à grande variedade de possibilidades existentes. Patton (1986 apud ALVES, Ibid.) indica três características importantes para este tipo de pesquisa: visão holística, abordagem intuitiva e investigação naturalística. Segundo este autor:

> A visão holística parte do princípio que a compreensão do significado de um comportamento ou evento só é possível em função da compreensão das inter-relações que emergem de um dado contexto. A abordagem indutiva pode ser definida como aquela em que o pesquisador parte de observações mais livres, deixando que as dimensões e categorias de interesse emerjam progressivamente durante o processo de coleta e análise de dados. Finalmente, investigação naturalística é aquela em que a intervenção do pesquisador no contexto observado é reduzida ao mínimo. (Ibid., p. 54).

Sendo assim, esta pesquisa pode ser caracterizada como uma pesquisa qualitativa em educação. Além destas características, apresentamos outras que, segundo, Bogdan e Biklen (1982 apud LUDKE; ANDRÉ, 1986) configuram a pesquisa qualitativa: contato direto com o ambiente natural na coleta de dados; reunião de informações predominantemente qualitativas, como: descrição de situações e interações, falas dos sujeitos envolvidos, trechos de documentos; investigação dos pontos de vista dos participantes. Alves (op. cit., p. 60) indica que “a observação (participante ou não), a entrevista em profundidade e a análise de documentos são os principais procedimentos de coleta de dados em pesquisas qualitativas.”

A autora aponta que os estudos qualitativos passam por três grandes etapas: período exploratório, investigação focalizada, análise final e elaboração do relatório.

A fase exploratória abrange um primeiro contato com o campo, a imersão no contexto da pesquisa para a definição dos informantes e de outras fontes de dados, estabelecimento das questões relevantes para a pesquisa. Na segunda etapa "se inicia a coleta sistemática de dados, que pode ou não recorrer ao uso de instrumentos auxiliares, como questionários, roteiros de entrevista, formulários de observação ou outros que surjam da criatividade do pesquisador." (ALVES, op. cit., p.58). Na última fase é realizada a análise dos dados, interpretação dos resultados e elaboração do relatório.

3.2 - Justificando as escolhas do campo

Para a escolha das escolas procuramos selecionar instituições com características diferentes quanto à proposta pedagógica, ao perfil dos alunos[16] atendidos, à dependência administrativa (pública/particular). Nosso objetivo foi a inserção em três escolas com propostas pedagógicas diferentes para analisar como este aspecto influenciaria as estratégias utilizadas pelas crianças para calcular e resolver situações problemáticas da estrutura aditiva.

A primeira decisão foi relativa ao número de escolas, turmas/professores, ano de escolaridade onde foi realizada a coleta de dados. Optamos por realizar a pesquisa em três escolas: uma privada na zona sul do Rio de Janeiro, uma pública federal na cidade do Rio de Janeiro e uma pública municipal na cidade de Duque de Caxias. Nosso estudo não é passível de generalizações, pois nossa escolha não é amostral e a pesquisa não recorreu a métodos de pesquisa quantitativa.

A escola particular foi selecionada por possuir proposta pedagógica para o Ensino Fundamental baseada na resolução de problemas como "ponto de partida para a atividade matemática"[17] e que busca "superar a aprendizagem centrada em procedimentos mecânicos"[18]. Além disso, em seu currículo, a apresentação dos algoritmos formais das operações, somente ocorre no 3º ano de escolaridade, após o desenvolvimento de procedimentos de cálculos diversificados. A escola fica

[16] Nesta pesquisa a palavra se refere a todos estudantes, independente do sexo.

[17] Fonte: Linhas gerais do currículo do Ensino Fundamental em Matemática. Esta instituição foi escolhida com segurança pois conhecemos uma professora que já trabalhou nesta e nos confirmou que a escola realiza um trabalho voltado para o desenvolvimento de estratégias pessoais de cálculos."

[18] Mesma fonte citada acima.

situada em bairro nobre da cidade do Rio de Janeiro, de classe média alta e alta, de caráter residencial e próxima a vários estabelecimentos comerciais.

As duas escolas públicas selecionadas também possuem perfis bem diferenciados: uma pertence à rede municipal de Duque de Caxias, cidade localizada na Baixada Fluminense do Estado do Rio de Janeiro, e outra é uma Unidade do Colégio Pedro II, administrada pela rede pública federal e situada na cidade do Rio de Janeiro.

A escola em Caxias fica no 1º distrito do município, num bairro residencial considerado de classe média baixa e atividade comercial intensa. Próximas à escola há várias comunidades com pouca infraestrutura, onde existem pontos de venda de tóxicos. Segundo relato informal[19], os alunos atendidos nesta escola, em sua maioria, vivem no seu entorno, muitos em residências sem saneamento básico e com pouco acesso a outros serviços públicos. A maioria das famílias possui baixa renda per capita e é atendida por programas assistenciais do governo. A escola segue a proposta curricular elaborada pela Secretaria Municipal de Educação de Duque de Caxias. Este será um dos documentos consultados nesta pesquisa, focando o ensino de Matemática nos anos iniciais do Ensino Fundamental.

A escola federal fica em bairro bem populoso, de classe média e média alta, também cercado por comunidades carentes, algumas já pacificadas. Trata-se de um bairro com grande contraste social. O Colégio Pedro II foi escolhido por ser reconhecido socialmente como uma escola que promove um “ensino de qualidade”. Possui um projeto político pedagógico que norteia o trabalho do Ensino Fundamental ao Ensino Médio.

As três escolas foram contatadas para apresentação e autorização do projeto de pesquisa. No Colégio Pedro II foi necessária a aprovação da Diretoria de Pesquisa e Pós-Graduação, antes do contato com a Unidade. Na escola de Duque de Caxias foi exigida a autorização da Chefe de Departamento do Ensino Básico da Secretaria Municipal de Educação e posterior permissão da diretora da Unidade Escolar. E, na escola particular, o contato foi realizado com a coordenação pedagógica de Matemática e orientadora pedagógica do Ensino Fundamental da instituição. Em todas as escolas escolhidas o projeto foi autorizado.

[19] Entrevista inicial com a equipe pedagógica em visita para pedido de autorização para pesquisa.

A escolha do ano de escolaridade para realizar a pesquisa foi feita a partir dos contatos iniciais com as coordenações e com os documentos curriculares das Unidades Escolares. Na escola particular e no Colégio Pedro II, no 2º ano há um trabalho mais intenso para a construção das ideias relacionadas às operações matemáticas, ampliação do trabalho com o Sistema de Numeração Decimal, o que possibilita o uso de diferentes estratégias de cálculo. Na escola de Duque de Caxias investigamos uma turma do 3º ano de escolaridade, pois segundo as professoras do 2º ano e a orientadora pedagógica, nas turmas do 2º ano escolar muitos alunos ainda estavam iniciando o trabalho para a construção do número. Ao conhecer o material da pesquisa, uma das professoras afirmou que sua turma teria muita dificuldade para resolver os cálculos e situações que seriam propostos e consideramos que o mesmo poderia ocorrer com as outras turmas. Sendo assim, avaliamos ser mais adequado realizar as atividades com uma turma de 3º ano escolar nesta instituição.

Nosso universo de alunos pesquisados foi: 1 turma do 2º ano na escola particular, 1 turma do 2º ano na escola pública federal, 1 turma de 3º ano na escola pública municipal. Apresentamos na Tabela 3.1 a caracterização das três escolas e das três turmas que participaram da pesquisa.

Tabela 3.1 – Caracterização das escolas e das turmas em que a pesquisa foi realizada

Instituição/ tipo	**Ano escolar**	**Número de alunos na turma**	**Faixa etária**	**Aprendizagem do algoritmo convencional**	**Época de realização das atividades**
Escola pública municipal	3º	25	8 a 9 anos	Da adição e da subtração simples e com reagrupamento.	outubro de 2012
Escola pública federal	2º	23	7 a 11 anos	Da adição e da subtração simples. Dez alunos haviam aprendido o algoritmo da adição com reagrupamento e quatro alunos da subtração com reagrupamento.	setembro de 2012
Escola particular	2º	25	7 a 9 anos	Não.	agosto de 2012

Para escolher as turmas recebemos indicações da coordenadora ou orientadora pedagógica de cada escola e fizemos contato[20] com as professoras indicadas para saber se concordavam em participar da pesquisa. As professoras indicadas consentiram na realização da pesquisa em suas salas de aula e se mostraram interessadas com respeito aos resultados.

Quanto às autorizações dos pais dos alunos, na escola particular e na unidade pesquisada do Colégio Pedro II os responsáveis assinaram, no ato da matrícula, uma autorização para participação do filho (a) em atividades relacionadas a pesquisas acadêmicas. Na escola municipal foi necessário entrarmos em contato diretamente com os pais dos alunos para explicar os objetivos e procedimentos da pesquisa e para solicitar a autorização para a participação das crianças. O modelo do termo de autorização se encontra no Apêndice A.

Explicitamos a todos participantes que a identidade dos sujeitos envolvidos na pesquisa seria mantida em sigilo, assim como os nomes das escolas. A única exceção foi o Colégio Pedro II, devido a sua importância e com a devida autorização. No entanto, mantivemos em sigilo a identificação da unidade envolvida. Tal procedimento foi realizado para evitar a exposição das pessoas e por considerá-las representativas do universo pesquisado.

3.3 – Justificando as estratégias

Alves (1991, p. 56) afirma que a metodologia de uma pesquisa "não se define por uma coleção de técnicas e instrumentos, e sim pela lógica que orienta o processo de investigação". Sendo assim, apresentamos nesta parte da dissertação as estratégias e instrumentos que foram utilizados nas escolas, explicitamos os objetivos (por que) e procedimentos (como e o que) da pesquisa.

Para atingir os objetivos propostos utilizamos em cada escola: entrevistas semiestruturadas com a coordenadora ou orientadora pedagógica e com a professora da turma; análise documental do planejamento curricular de Matemática do ano escolar em que a pesquisa foi realizada; observação de duas aulas envolvendo resolução de problemas; aplicação de cálculos de adição e subtração em situações contextualizadas para os alunos resolverem.

[20] Ou pedimos que a orientadora fizesse o contato nos casos em que a professora não estava presente.

Nosso primeiro objetivo foi conhecer a proposta pedagógica da escola para o ensino de Matemática nos anos iniciais do Ensino Fundamental e para alcançá-lo entrevistamos a coordenadora ou orientadora pedagógica de cada escola.

Esta entrevista seguiu um roteiro, apresentado a seguir. Foram realizadas gravação em áudio e anotação de alguns pontos importantes, com o consentimento do entrevistado. O roteiro consistiu numa lista dos principais assuntos que deveriam ser abordados na entrevista. Atuamos de forma flexível para possibilitar possíveis aprofundamentos de assuntos, mudança na ordem das questões, supressão de algum questionamento que já tivesse sido comentado anteriormente pelo entrevistado. Como esclarece Goode e Hatt (1979, p. 172) na entrevista “é permitida apreciável flexibilidade quanto à maneira, ordem e linguagem obedecidas pelo entrevistador ao propor as questões”.

Os assuntos que compuseram o roteiro da entrevista foram:

- O perfil da escola: anos escolares que atende; número de alunos, turnos e turmas, número de alunos em sala de aula, perfil dos alunos atendidos.
- A proposta curricular de Matemática para o ensino das operações matemáticas e resolução de problemas no 1º, 2º e 3º anos de escolaridade.
- A forma como realizam o acompanhamento pedagógico do desenvolvimento da proposta curricular (se há formação continuada para os professores, como é realizada, como é feito o planejamento das aulas).

Para nos aprofundarmos no conhecimento da proposta da escola, o que Moreira et al. (1997, p. 15) denominou de currículo formal, solicitamos uma cópia da proposta curricular ou planejamento anual para o ensino de Matemática no ano escolar em que a pesquisa foi realizada. A análise deste documento nos permitiu conhecer, com maior profundidade e riqueza de detalhes, as diretrizes que orientam o trabalho do professor. Segundo Lüdke e André (op. cit., p.38) “a análise documental pode se constituir numa técnica valiosa de abordagem de dados qualitativos, seja complementando as informações obtidas por outras técnicas, seja desvelando aspectos novos de um tema ou problema.”

Após esta fase da pesquisa, realizamos a entrevista com as professoras das turmas envolvidas. Nosso objetivo principal foi mapear os conhecimentos incorporados sobre práticas de ensino em Matemática e as concepções pedagógicas sobre as operações matemáticas e resolução de problemas, por meio do que as professoras declararam. Da mesma forma, esta entrevista seguiu um roteiro e foi realizada a gravação em áudio e anotação de alguns pontos importantes, com o consentimento do entrevistado.

Os assuntos do roteiro desta entrevista foram:

- Dados da professora (formação acadêmica, tempo de atuação no magistério e na escola).
- Realização de leituras e/ou cursos relacionados à Educação Matemática e, em caso afirmativo, quais.
- Como realiza o planejamento das aulas de Matemática.
- Quais materiais pedagógicos costuma utilizar nas aulas de Matemática.
- Utilização de livro didático e, em caso positivo, como foi escolhido e como é utilizado.
- Utilização de jogos nas aulas de Matemática e, em caso afirmativo, quais.
- Como realiza a correção das atividades dos alunos.
- Quais algoritmos pretende trabalhar neste ano escolar, quando e como.
- Trabalho com cálculo mental e de que forma.
- Trabalho com cálculo por estimativa e de que forma.
- Uso e incentivo ao uso de diferentes estratégias de cálculo.
- Como trabalha a resolução de problemas com a turma e o que exige na resolução.

Realizamos, em abril de 2012, uma aplicação piloto da entrevista com uma professora do ciclo de alfabetização. A mesma foi realizada em 44 minutos e não houve qualquer problema para compreensão das questões. O roteiro se mostrou eficaz para captar com clareza a forma como costuma trabalhar cálculos e resolução de problemas com os alunos.

No final das entrevistas com as professoras, foi solicitado que a selecionassem duas aulas de Matemática que pudessem ser observadas.

Explicitamos que para nós era importante que estas aulas envolvessem o trabalho com resolução de problemas de estrutura aditiva para que pudéssemos observar quais seriam as estratégias principais utilizadas pela turma. Também foi explicado às professoras que as atividades desenvolvidas deveriam ser as que comumente utilizavam. Visávamos observar uma aula cotidiana, que fosse exemplar das aulas que as crianças participavam com frequência e não de aula especial, planejada para ser observada por pesquisadores.

Lüdke e André (1986) denominam este tipo de observação como "participante", e concordamos com esta percepção já que consideramos que os pedidos e a presença do pesquisador, de certa forma, influenciam tanto o planejamento da aula, como interferem na rotina e nas relações que se estabelecem na sala de aula.

Nos dias marcados foram observados:

- Aspectos físicos da sala de aula: espaço; conservação; luminosidade; acústica; mobiliário e disposição das carteiras; materiais pedagógicos disponíveis.
- Desenvolvimento da aula: forma de apresentação das atividades; acompanhamento dos alunos; indicação ou não de estratégias pelo professor; estratégias que os alunos utilizaram para resolver as atividades; trabalho individual dos alunos ou em grupos; forma de atendimento das dúvidas; estratégias de correção; materiais e recursos utilizados; como o professor e alunos trataram a questão do erro; relação da atividade com outras disciplinas.
- As relações interpessoais nesta aula: professor-alunos e entre os alunos.

O objetivo principal de realizar a entrevista com as professoras e a observação de duas aulas foi ter contato com as práticas de ensino vivenciadas pelos alunos, com o que Moreira et al. (1997, p.15) denominou de currículo em ação, conforme apresentado no Capítulo 1. Como declararam Sacristán e Gómez (1998, p.133) anteriormente: "o que importa não é o que se diz que faz, mas o que verdadeiramente se faz".

Durante a observação, circulei pela sala ou pelos grupos para observar as estratégias que os alunos utilizaram para realizar as atividades. Quando necessário

foi solicitado que alguns explicassem como procederam para posterior compreensão das estratégias utilizadas.

Para aprofundar o estudo sobre a criação de estratégias inventadas ou aprendidas pelas crianças para calcular adição e subtração com reagrupamento solicitamos que resolvessem quatro problemas em duas aulas. Optamos por quatro problemas, dois de adição e dois de subtração, para que tivéssemos quantidade de dados suficientes para realizarmos as análises propostas na introdução deste texto. Os problemas envolveram a resolução de cálculos inseridos em algumas situações comuns aos contextos infantis e escolares que pudessem despertar o interesse do aluno. Por isso, elaboramos enunciados relacionados ao quantitativo de alunos, álbum de figurinhas, festa junina, já que foram vivências comuns[21] nas três escolas desta pesquisa. O objetivo de aplicar os mesmos problemas nas três turmas foi o de verificar como cada uma resolveria os problemas, que estratégias utilizariam, que resultados indicariam nos cálculos e relacionar estas informações com as práticas de ensino vivenciadas pelos alunos. Nas pesquisas acadêmicas realizadas sobre a temática desta pesquisa encontramos várias que se propunham a analisar as produções escritas dos alunos, algumas que objetivavam conhecer as práticas de ensino utilizadas pelos professores, mas não encontramos uma que relacionasse as estratégias utilizadas pelos alunos com as práticas por eles vivenciadas. Esta é nossa proposta e por ser diferenciada esperamos que possa contribuir com mais reflexões sobre o tema. Compomos a lista de problemas com situações que envolviam as ações da adição (acrescentar e juntar) e da subtração (retirar) consideradas mais comuns e fáceis de serem identificadas. Ramos (2009) explica que a ação de acrescentar apresenta um estado inicial, uma transformação da quantidade e um estado final. Já na ação de juntar ocorre uma junção de classes no estado final. Sobre a ação de retirar, a autora esclarece que nesta “há um todo do qual retiro uma parte e que a parte que permanece fica menor”; a “ação é explícita, o verbo declara a ação.” (Ibid., p. 70).

Usando os conceitos relacionados com estrutura aditiva de Vergnaud, utilizamos problemas de composição por serem os primeiros que a criança domina. Estes abrangem “situações que envolvem parte-todo – juntar uma parte com outra para obter o todo, ou subtrair uma parte do todo para obter outra parte.” (MAGINA et

[21] Informação observada nas visitas às instituições ou ouvida nas entrevistas com coordenadores.

al. 2001, p.25). Também os de transformação onde há “uma quantidade inicial que se transforma (com perda/ganho; acréscimo/decréscimo; etc.), chegando ao estado final com outra quantidade.” (Ibid., p.26).

Utilizamos três problemas-padrão (DANTE, 2009, p.25) e mais um problema “com informações para selecionar” (RAMOS, op. cit., p.66). Os problemas-padrão, segundo Dante, são aqueles com enunciados curtos em que é necessário utilizar os números apresentados no enunciado e realizar uma operação matemática. Como já discutido, este tipo de problema não é o mais indicado para o trabalho contínuo em sala de aula, pois, em geral, “não aguçam a curiosidade do aluno nem o desafiam” (DANTE, op. cit., loc. cit.) e passam a ideia de que resolver problema é utilizar os números do enunciado e realizar uma conta. Porém, para atingir os objetivos desta pesquisa, avaliamos ser o tipo mais indicado por facilitar a identificação pelos alunos dos cálculos que deveriam realizar já que o nosso foco era analisar como iriam calcular. Para avaliar se os alunos conseguiriam selecionar os dados relevantes na resolução, também propusemos um problema com informações para selecionar. Segundo Ramos (Ibid., p.66), nestes “aparecem dados que não serão usados para encontrar a solução”.

3.4 – Testando as atividades elaboradas: reflexões sobre uma aplicação piloto

Antes de iniciarmos a aplicação das atividades nas turmas pesquisadas, sentimos necessidade de testarmos os problemas elaborados. Nossa finalidade foi verificar se os problemas do instrumento de pesquisa seriam compreendidos pelos alunos, se eles conseguiriam reconhecer a operação e o cálculo envolvidos, as estratégias que utilizariam, o tempo que precisariam para realizar a atividade e o tempo necessário para ouvi-los, assim como a forma de fazê-lo.

No dia 4 de maio de 2012 foi realizada a aplicação piloto dos sete problemas inicialmente elaborados em uma turma de 2º ano. Esta aconteceu em uma das unidades do Colégio Pedro II, também situada na cidade do Rio de Janeiro, mas diferente da em que realizamos a pesquisa. Esta aplicação foi facilitada, pois conhecíamos a professora da turma desta aplicação. Esta disponibilizou dois tempos de aula (1h30min) para que os alunos resolvessem os problemas.

Devido ao tempo disponibilizado pela professora, os sete problemas foram distribuídos entre os vinte e dois alunos. Cada aluno recebeu apenas um deles para

resolver. Desta forma, cada problema foi resolvido por dois, três ou quatro alunos diferentes. Orientei que resolvessem individualmente e como quisessem, mas que escrevessem o que pensaram, como conseguiram descobrir a resposta. Foi solicitado que usassem a caneta para que os registros não fossem apagados.

A maioria dos alunos resolveu o problema em dez a vinte minutos. Conforme terminavam se dirigiam para o fundo da sala, onde eu estava, e explicavam como haviam resolvido a atividade. Para ouvir os vinte e dois alunos foi necessária uma hora. Os alunos já haviam realizado alguns registros sobre resolução na folha e anotei algumas falas relevantes para a compreensão da resolução ou a explicação que o aluno havia dado. Alguns deles apresentaram dificuldade em resolver a situação e algumas intervenções foram realizadas para ajudá-los a elaborar suas estratégias.

Foi observado que um aspecto que colaborou para que os alunos resolvessem as situações individualmente foi terem recebido atividades diferentes. Desta forma, conseguimos perceber como cada um resolveu e a ajuda foi possibilitada, apenas quando muito necessário, e com as devidas anotações. Talvez se toda turma tivesse resolvido a mesma situação, ao mesmo tempo, poderia ter havido comunicação entre eles, o que impossibilitaria saber qual foi o raciocínio de um ou de outro aluno. A comunicação e troca entre os alunos tornam-se muito produtivas no cotidiano da sala de aula, mas inadequadas ao contexto desta pesquisa.

Percebemos que foi fundamental a escuta de cada aluno, a investigação da estratégia utilizada, pois vários registros não deixavam claro tudo que o aluno havia pensado. Alguns resolveram usando mais de uma estratégia, mas só registraram uma na folha. Algumas anotações davam a impressão de que o aluno havia errado, porém quando este ia explicar foi notado um erro simples na anotação da resposta, mas o raciocínio coerente. Ocorreu também utilização correta do algoritmo e a resposta certa à situação, porém sem argumentação que demonstrasse uma compreensão do processo executado. Sendo assim, recolher a folha com as respostas dos alunos, sem executar uma escuta atenta empobreceria a coleta de dados desta pesquisa.

Os problemas inicialmente elaborados foram:

Problema 1 – Bruno trouxe 9 figurinhas para a escola e ganhou mais 7 figurinhas de um amigo. Com quantas figurinhas ele ficou?

Os alunos o resolveram desenhando, contando ou arredondando. Foi considerado pelos alunos muito fácil.

Problema 2 - Na festa junina da escola dançaram 38 alunos do 1º ano e 36 alunos do 2º ano. Quantos alunos destes anos dançaram na festa junina?

Compreendido e possibilitou a criação de estratégias diferentes: contagem nos dedos ou no ábaco, ou uso de decomposição.

Problema 3 - Pedro quer comprar um jogo que custa 45 reais e uma bola que custa 8 reais. De quanto dinheiro ele precisa?

Compreendido e todas as crianças contaram nos dedos.

Problema 4 - Na festa junina da escola vieram: 7 funcionários, 52 professores e 186 alunos. Quantas pessoas participaram da festa junina?

Compreendido, a dificuldade que tiveram foi relacionada à grandeza numérica envolvida. Uma criança utilizou o algoritmo; uma contou os agrupamentos das unidades, dezenas e centenas; uma utilizou o ábaco e uma necessitou de ajuda para resolver por decomposição. Apesar da dificuldade, percebemos que foi adequado como desafio e criação de estratégias diferenciadas.

Problema 5 – Mariana trouxe 9 reais para a escola e gastou 5 reais para comprar um lanche. Quanto dinheiro sobrou?

Compreendido, foi resolvido por desenhos e contagem nos dedos. Não possibilitou estratégias muito diferenciadas, considerada muito fácil.

Problema 6 - Bruno trouxe para a escola 42 figurinhas repetidas que sobraram do seu álbum. Perdeu 18 figurinhas jogando “bafinho”. Com quantas figurinhas ele ficou?

Compreendido, possibilitou criação de estratégias, como contagem regressiva, contagem para completar.

Problema 7 - A turma de 1º ano da escola possui 25 alunos. No dia 4 de agosto faltaram 7 alunos. Quantos alunos foram para escola?

Compreendido, resolveram utilizando desenho, ábaco ou fita métrica.

Os resultados deste piloto suscitaram algumas reflexões e ajustes nos procedimentos de coleta de dados. Os sete problemas testados foram compreendidos pelos alunos e os que possibilitaram maior variedade nas estratégias foram os problemas: 2, 4, 6 e 7. Após estas análises, as seguintes decisões foram tomadas:

- Utilizar na pesquisa quatro problemas, identificados como 2, 4, 6 e 7: dois de adição e dois de subtração.
- Realizar dois dias de aplicação, dois problemas em cada dia de aplicação.
- A turma resolver problemas diferentes no mesmo dia.
- Entrevistar os alunos individualmente após o término da resolução.

Os resultados desta aplicação foram apresentados no artigo: Estratégias utilizadas por alunos do segundo ano de escolaridade para calcular e resolver problemas (SANTOS; MANDARINO, 2012).

3.5 – Os problemas selecionados

Após a análise da aplicação piloto, selecionamos os problemas que foram apresentados aos alunos. Nesta parte do texto apresentamos cada problema, ideias e cálculos envolvidos, justificativas para estas escolhas e hipóteses sobre as possíveis estratégias que poderiam ser utilizadas pelos alunos.

Problema 1 - Na festa junina da escola vieram: 7 funcionários, 52 professores e 186 alunos. Quantas pessoas participaram da festa junina?
Ideia envolvida: Juntar
Operação matemática: 7 + 52 + 186
Justificativa: Envolveu a adição em uma grandeza numérica bem maior e três parcelas, contém: um número de três ordens, um de duas ordens e um de uma ordem. Necessitou do reagrupamento das unidades em mais uma dezena e das dezenas em mais uma centena. Nos casos em que a criança utilizou o algoritmo convencional foi observado como organizou as parcelas, se operou da direita para a esquerda e a razão para fazê-los. Os números envolvidos nesta situação foram utilizados na pesquisa sobre o efeito nocivo dos algoritmos, realizada por Kamii et. al. (2005, p.30), por isso nos interessou utilizá-los para comparar os dados coletados por nós com os resultados anteriores desta pesquisa.
Possíveis estratégias: representação dos valores em grupos de 100 e de 10, contagem dos grupos formados e elementos soltos; organização das parcelas verticalmente e utilização do algoritmo convencional da adição; organização das

parcelas horizontalmente e realização de alguma decomposição dos números (7 + 50 + 2 + 100 + 80 + 6, por exemplo).

Problema 2 - A turma de 1º ano da escola possui 25 alunos. No dia 4 de agosto faltaram 7 alunos. Quantos alunos foram para escola?
Ideia envolvida: Retirar
Operação matemática: 25 - 7
Justificativa: Envolveu a subtração de um número de duas ordens com outro de uma ordem. Necessitou do reagrupamento de uma das dezenas em unidades. Nos casos em que a criança utilizou o algoritmo convencional foi observado como organizou espacialmente o algoritmo, se operou da direita para a esquerda e a razão para fazê-los. Este problema foi o que continha informações para selecionar. O aluno deveria perceber que a informação numérica sobre a data em que ocorreram as faltas dos alunos não deveria ser utilizada no cálculo.
Possíveis estratégias: representação por desenho unitário dos alunos, retirada dos que faltaram e contagem dos que vieram; representação dos alunos em grupos de 10 (10 + 10 + 5), retirada de 7 desmanchando um dos grupos, contagem dos que sobraram; organização do cálculo verticalmente e utilização do algoritmo convencional da subtração; complemento dos valores partindo do 7 até chegar ao 25; realização da decomposição (escrevendo 25 como 10 + 10 + 5, por exemplo), retirada de 7 de 20 e contagem do que sobrou; arredondamento de uma das quantidades para inferir a resposta:
25 – 10 = 15, logo 25 – 7 = 18

Problema 3 - Bruno trouxe para a escola 42 figurinhas repetidas que sobraram do seu álbum. Perdeu 18 figurinhas jogando “bafinho”. Com quantas figurinhas ele ficou?
Ideia envolvida: Retirar
Operação matemática: 42 - 18
Justificativa: Envolveu o cálculo com números de duas ordens e necessitou do reagrupamento das dezenas em unidades.
Possíveis estratégias: representação por desenho unitário das 42 figurinhas, retirada das 18 e contagem das que sobraram; representação em grupos de 10 (10 + 10 + 10 + 10 + 2), retirada de 18 destes grupos tirando 10, desmanchando um destes e contagem dos valores que sobraram; organização dos termos verticalmente e

utilização do algoritmo convencional da subtração; solução por completamento de 18 para 42; realização da decomposição das dezenas e unidades (escrevendo 42 como 20 +20 + 2, por exemplo), retirada de 10 e de 8 do 40 e contagem do que sobrou; arredondamento de um das quantidades para inferir a resposta:
42 – 20 = 22, logo 42 – 18 = 24

Problema 4 - Na festa junina da escola dançaram 38 alunos do 1º ano e 36 alunos do 2º ano. Quantos alunos destes anos dançaram na festa junina?
Ideia envolvida: Juntar
Operação matemática: 38 + 36
Justificativa: Envolveu o cálculo com números de duas ordens e necessitou do reagrupamento das unidades em mais uma dezena.
Possíveis estratégias: representação por desenho unitário e contagem; representação em grupos de 10, contagem dos grupos formados e elementos soltos; organização das parcelas verticalmente e utilização do algoritmo convencional da adição; organização das parcelas horizontalmente e realização da decomposição dos números (30 + 8 + 30 + 6, por exemplo); arredondamento de um das quantidades para inferir a resposta:
40 + 36 = 76, logo 38 + 36 = 74

3.6 – A aplicação dos problemas

Nesta parte do texto detalhamos a forma como ocorreu a aplicação dos quatro problemas propostos nas turmas indicadas na Tabela 3.1. Os alunos realizaram estes problemas durante os meses de agosto a outubro de 2012. A aplicação das atividades foi conduzida por mim. Resolvemos proceder desta forma para que percebêssemos se a forma como os alunos costumavam resolver os problemas nas aulas da professora se manteria, ou não, nos desafios propostos por outra pessoa. Os alunos iriam romper com o contrato didático já constituído? Portanto, apesar da análise do contrato didático não ser nosso objetivo específico de pesquisa, acabou se tornando uma questão a ser analisada.

Foram distribuídas as folhas e pedido que eles resolvessem da forma como quisessem; que escrevessem como haviam pensado para resolver as situações,

como descobriram a resposta e que depois conversaria com eles para me contarem como resolveram.

Circulei pela sala a fim de observar as estratégias que os alunos estavam utilizando. Conforme iam terminando foi solicitado que explicassem como resolveram e suas justificativas foram gravadas em vídeo. Desta forma procuramos garantir a fidedignidade no registro das estratégias, das circunstâncias em que foram produzidas, das dúvidas dos alunos, intervenções realizadas e justificativas dadas para as respostas. Em alguns casos foi preciso pedir que a criança refizesse todo procedimento falando alto para que recuperasse as ideias iniciais e pudéssemos entender como ela pensou; alguns alunos modificaram seus registros na hora da entrevista por terem percebido que haviam feito algo de errado. Depois que os alunos terminaram cada professora retomou as outras atividades planejadas e eu chamei individualmente, no final da sala, somente os alunos que ainda não tinham sido ouvidos.

Os problemas foram distribuídos assim: no primeiro dia alguns alunos receberam os problemas 1 e 2, enquanto os outros[22] receberam os problemas 3 e 4; o mesmo foi feito no segundo dia de aplicação. Esta decisão foi tomada para evitar que todos resolvessem problemas iguais ao mesmo tempo e isto facilitasse a cópia das estratégias e resultados. Demorou de uma hora e meia a duas horas e meia para que todos alunos resolvessem os dois problemas e para gravar suas explicações. Foi solicitado que usassem a caneta para que os registros não fossem apagados.

3.7 - A análise dos dados

Algumas diretrizes do método clínico foram importantes para esta análise dos dados, tais como: a busca pela compreensão de como o sujeito pensa e resolve as situações; o fato das respostas serem “interpretadas, com a finalidade de se entender o processo que as gerou” (CARRAHER, 1983b, p.22). Carraher destaca que “as justificativas dadas pelos sujeitos auxiliam-nos na compreensão do modo pelo qual o sujeito chega à sua resposta e das relações que ele vê entre as partes de um problema.” (Ibid., p. 34).

[22] Foi observada a proximidade das cadeiras em que estavam. Os alunos sentados lado a lado receberam problemas diferentes para resolver.

Sobre a análise dos demais dados coletados, nos baseamos nas orientações fornecidas por Lüdke e André (1986, p. 45):

> Analisar os dados qualitativos significa “trabalhar” todo material obtido durante a pesquisa, ou seja, os relatos de observação, as transcrições de entrevista, as análises de documentos e as demais informações disponíveis. A tarefa de análise implica, num primeiro momento, a organização de todo material, dividindo-o em partes, relacionando estas partes e procurando identificar nele tendências e padrões relevantes. Num segundo momento essas tendências e padrões são reavaliados, buscando-se relações e inferências num nível de abstração mais elevado.

As entrevistas realizadas com os profissionais da escola, as observações das aulas, assim como os planejamentos coletados fizeram parte das informações utilizadas para analisar a relação entre as estratégias que os alunos utilizaram para resolver os problemas e as práticas por eles vivenciadas. As gravações das explicações dadas pelos alunos foram utilizadas para trazer à tona aspectos importantes sobre as estratégias utilizadas, como também para verificar a compreensão que o aluno demonstrou sobre estas.

Para compreender as informações obtidas e elaborar as análises desta pesquisa qualitativa seguimos as orientações para a análise de conteúdo proposta por Bardin (1977). Segundo a autora a análise de conteúdo:

> “trabalha a palavra, quer dizer, a prática da língua realizada por emissores identificáveis”, “tenta compreender os jogadores ou o ambiente do jogo num momento determinado”, “toma em consideração as significações (conteúdo)”, “procura conhecer o que está por trás das palavras que se debruça” (Ibid., p. 38).

A seguir apresentamos o capítulo com a análise dos dados coletados.

4 - Conhecendo as estratégias utilizadas pelas crianças e os resultados encontrados

Neste capítulo trazemos a análise dos dados buscando atingir os objetivos desta pesquisa. Seguindo os passos da metodologia de análise de conteúdos iniciamos mostrando ao leitor a constituição e preparação dos dados. Como primeiro resultado, apresentamos as categorias construídas a partir da análise das estratégias utilizadas pelas crianças para resolver os quatro problemas propostos. Na sequência, analisamos detalhadamente as estratégias e os resultados encontrados pelos alunos de cada escola separadamente. Também apresentamos o que constatamos sobre o planejamento curricular de Matemática para os anos iniciais, a formação do professor e as práticas implementadas para o ensino das operações matemáticas e resolução de problemas nas turmas pesquisadas. Utilizamos estas informações para compreender as estratégias utilizadas e os resultados encontrados pelos alunos.

Em todo o capítulo os resultados apresentados são cotejados com o referencial teórico apresentado no Capítulo 2.

4.1 – Preparação dos materiais para a análise

A preparação do material de pesquisa é uma das fases importantes para uma boa análise, segundo Bardin (1977). Iniciamos a pré-análise com a organização de todos os dados coletados: as anotações das observações das aulas; as gravações das entrevistas com os coordenadores ou orientadores pedagógicos, com os professores e com os alunos; as produções escritas dos alunos e o material coletado sobre o planejamento curricular de Matemática das escolas. As anotações realizadas nas aulas foram sistematizadas em relatórios; as gravações das entrevistas com os profissionais das escolas foram ouvidas várias vezes e os pontos relevantes para a pesquisa foram transcritos; nas produções escritas dos alunos foram anotadas as explicações que eles deram no momento da entrevista. De fato esta é uma fase importante, denominada por Bardin (Ibid., p.90) de “leitura flutuante”. É quando nos deixamos invadir pelas primeiras impressões e reflexões sobre os dados e começam a emergir as estratégias de análise.

Após a exploração exaustiva de todos os materiais, começamos a fazer algumas escolhas e recortes para compor o "*corpus* da pesquisa" (Ibid., p.90). Segundo a autora, "o *corpus* é o conjunto de documentos tidos em conta para serem submetidos aos procedimentos analíticos". Seguindo as orientações para esta análise, nesta fase retiramos da amostra produções de alguns alunos por não se adequarem à regra de pertinência[23]. Foram produções feitas por crianças que, segundo relatos das professoras, apresentavam certas dificuldades de aprendizagem e nos desviariam do foco desta pesquisa. Desta forma, foram retirados da amostra os registros escritos de: dois alunos da escola municipal, um aluno do Colégio Pedro II e três alunos da escola particular.

No total reunimos: três entrevistas com orientador ou coordenador pedagógico, três entrevistas com os professores, seis relatórios de aulas observadas, 226 produções escritas de alunos e as respectivas gravações das entrevistas com eles. Estas produções foram distribuídas da seguinte forma: 86 de alunos do Colégio Pedro II, 62 da escola municipal em Duque de Caxias e 78 da escola particular, conforme a Tabela 4.1.

Tabela 4.1 - Quantidade de alunos que resolveram cada problema nas três escolas

Problemas	Colégio Pedro II	Escola Municipal	Escola Particular
1	22	16	21
2	22	16	21
3	21	15	18
4	21	15	18
Total	86	62	78

As produções escritas dos alunos foram analisadas em relação às estratégias utilizadas para a resolução e também quanto aos resultados encontrados por eles. As gravações das entrevistas nos ajudaram a compreender como eles pensaram para resolver o que foi proposto, o entendimento sobre o procedimento que empregaram. Porém precisamos considerar que a criança explicou o que conseguiu se lembrar sobre o que fez e pensou. Para realizar a análise das estratégias, agrupamos os problemas 1 e 4, já que os dois envolviam adição e os problemas 2 e 3 por envolverem a subtração.

[23] Regra de pertinência: os documentos retidos devem ser adequados, enquanto fonte de informação, de modo a corresponderem ao objetivo que suscita a análise. (BARDIN, 1977, p.92).

Trechos das entrevistas com os coordenadores e professores, dos planejamentos de Matemática, assim como dos relatórios sobre as aulas observadas foram utilizados neste texto para relacionar a produção dos alunos com as práticas de ensino implementadas, em cada turma, no trabalho com cálculos e resolução de problemas.

Durante as análises algumas vezes transcrevemos falas dos alunos, da pesquisadora, do professor ou do coordenador, usando a codificação descrita a seguir:

APn – Aluno da escola Particular mais um número atribuído ao aluno de forma aleatória;

AMn – Aluno da escola Municipal mais um número atribuído ao aluno de forma aleatória;

AFn – Aluno da escola Federal (Colégio Pedro II) mais um número atribuído ao aluno de forma aleatória;

PE – pesquisadora;

PR – professor;

CO – coordenador ou orientador pedagógico.

Conforme explicado na metodologia, as crianças utilizaram caneta em suas produções, por isso todas as suas anotações, tentativas, erros e acertos, ficaram registrados. As crianças forma instruídas a marcar o que gostariam de apagar, riscando ou fazendo alguma anotação. Em nossas análises, apesar da riqueza de informações que se pode obter pelos registros do que os próprios alunos consideraram errado, foram considerados válidos e analisados os registros sem cancelamentos, os que foram indicados por eles como sendo sua solução final. Na Figura 4.1, por exemplo, consideramos apenas o que está registrado na parte de baixo, do lado direito do papel, já que nas três outras tentativas de solução a criança registrou: “não deu certo” em duas delas e “me perdi contando” na outra.

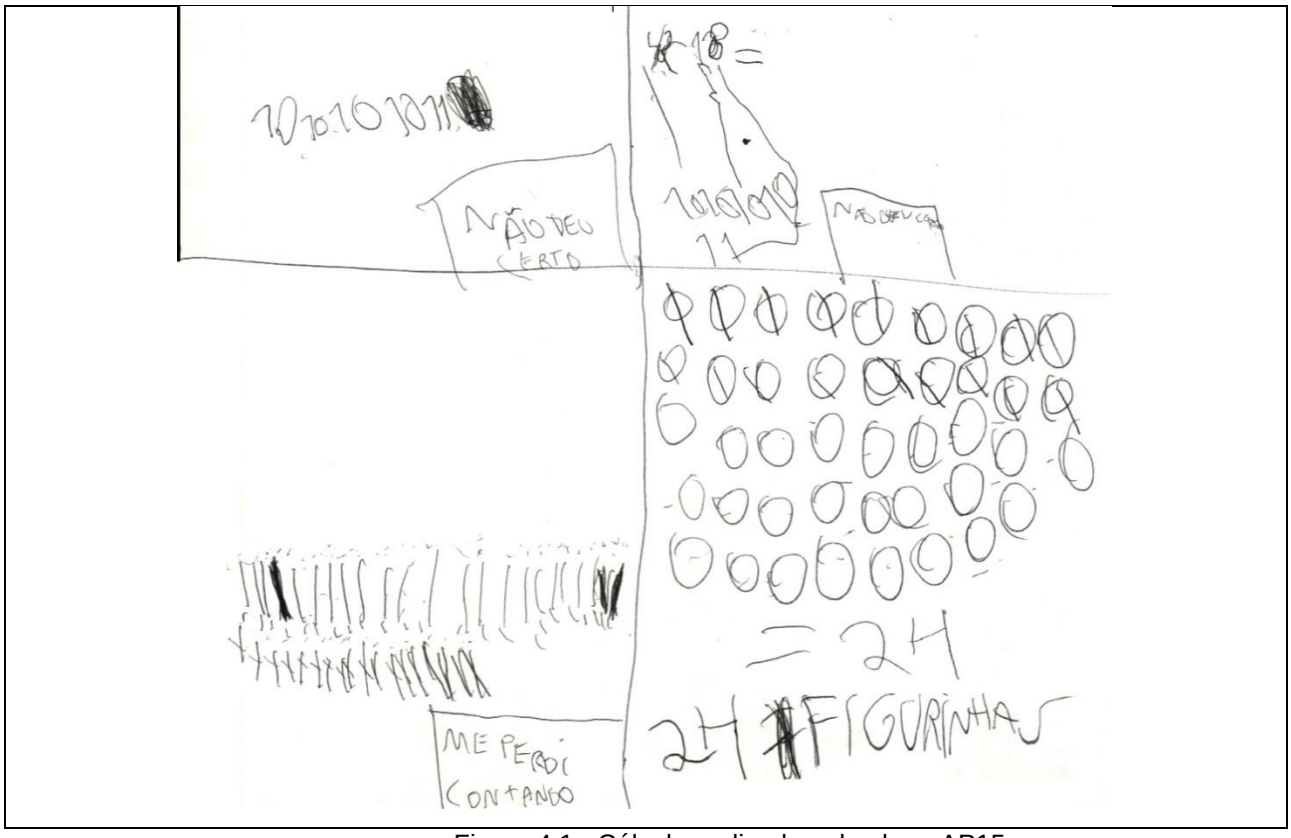


Figura 4.1 - Cálculo realizado pelo aluno AP15

4.2 – As categorias de análise

Após a preparação e organização de todo o material, partimos para a construção das categorias de análise que seriam utilizadas para apresentação dos resultados da pesquisa. Para Bardin (op. cit., p.112) “classificar elementos em categorias impõe a investigação do que cada um deles tem em comum com os outros. O que vai permitir o seu agrupamento é a parte comum existente entre eles.” Primeiramente detalhamos, com minúcias, todas as estratégias utilizadas pelas crianças. Porém, a pormenorização gerou uma quantidade muito grande de categorias, o que dificultou e até inviabilizou a obtenção de resultados relevantes para análise. Nesta primeira fase percebemos que a grande quantidade de categorias advinha também da dificuldade de discriminação de uma estratégia predominante em cada produção, pois os alunos utilizaram estratégias combinadas. Por exemplo, recorreram aos conhecimentos do Sistema de Numeração Decimal e depois, com os números decompostos, utilizaram a contagem. Apesar disso, o esforço de categorizar exaustivamente as produções possibilitou a construção de novas classificações, trazendo à tona o que era mais relevante e o que havia de

comum entre elas. Para isso, foi necessário identificar o que era mais marcante na resolução e buscar apoio no referencial teórico para poder criar as categorias. Partimos da compreensão das estratégias que a humanidade tem utilizado para resolver cálculos e problemas numéricos.

Desde os primórdios da civilização, o homem realizava contagem para solucionar situações que envolviam controle de quantidades, antes mesmo de criar os sistemas numéricos. Inicialmente utilizava a correspondência um a um, marcada com pedras, nós em cordas, talhes em ossos, desenhos nas cavernas. As formas de contagem e de registro foram evoluindo até serem criados os sistemas de numeração.

Sobre o desenvolvimento de estratégias de contagem pelas crianças, Nunes e Bryant (1997, p.52) verificou em suas pesquisas que crianças de até 4 anos “podem aprender alguns nomes de números e dizê-los em sequência, mas têm dificuldade de respeitar a lógica da contagem”. As pesquisas de Kamii (1990) também apontam neste sentido e complementam com a ideia da necessidade de construção da estrutura mental do número para que a contagem seja considerada, por elas, uma estratégia confiável. Segundo Kamii (2002), para adicionar a primeira ação da criança é “contar tudo” (juntar os objetos em uma coleção única e contar a partir de um) e demonstra avanço em seu raciocínio aditivo quando aprende a “contar para frente” (iniciar a contagem a partir de uma das quantidades a serem adicionadas), também denominada sobrecontagem. Há autores, Mandarino e Belfort (2005), por exemplo, que associam estes dois tipos de contagem com ações associadas à adição: juntar e acrescentar. A contagem também é utilizada para efetuar a subtração de diferentes formas. Uma delas é a contagem regressiva. Por exemplo, calcular 8-5 (com o apoio dos dedos, de representação gráfica ou sem apoio) contando: sete, seis, cinco, quatro, três. Golbert (2009, p.103) assinala que “mais difícil do que contar para frente é contar para trás”. Ou seja, conseguir contar regressivamente indica um avanço no raciocínio. Diferentes tipos de contagem, incluindo os três exemplificados neste parágrafo, foram utilizados pelos alunos participantes desta pesquisa e, por isso, consideramos a “contagem” como uma das categorias, independentemente do tipo.

Com o desenvolvimento dos sistemas de numeração outras estratégias operatórias, em especial para números grandes, passaram a ser utilizadas. Para não nos afastarmos de nosso objeto de estudo, não tratamos aqui deste tipo de

discussão, mas vale ressaltar que o conhecimento sobre a estrutura de um sistema de numeração não é natural e precisa ser repassado de geração a geração. No caso do sistema de numeração que usamos hoje, de estrutura decimal, as diversas possibilidades de decomposição dos números é facilitadora dos cálculos. Segundo Nunes e Bryant (1997, p. 57) a composição aditiva do número[24] em partes menores facilita a realização de cálculos. O recurso à estrutura do Sistema Decimal de Numeração para realização dos cálculos dos problemas propostos foi bastante utilizado pelos alunos. Sendo assim, a utilização de decomposições dos números, recorrendo a conhecimentos do "Sistema de Numeração Decimal" foi outra categoria elencada.

Com a evolução da humanidade e o desenvolvimento econômico, a necessidade de realizar cálculos mais complexos se tornou crescente. Em diferentes sistemas de numeração, o ábaco foi um recurso importante para a realização dos cálculos. No caso do Sistema Decimal de Numeração foram criados algoritmos para realização de cálculos. "Os algoritmos são instrumentos desenvolvidos para tornar o cálculo mais simples por economizar tempo e facilitar sua realização através da generalização dos passos" (GONÇALVES, 2011, p. 3644). Há vários tipos de algoritmos para realizar as quatro operações fundamentais com número naturais. Porém, hoje em dia, nota-se que alguns algoritmos foram eleitos para a Matemática escolar, em detrimento de outros que são até desconhecidos pelos professores. No caso da adição usa-se o algoritmo que envolve reagrupamento, conhecido como "vai um". Na subtração elegeu-se o algoritmo que trabalha com reagrupamento no minuendo, conhecido como "pedir emprestado". Para realizar um destes algoritmos como o da adição, é necessário seguir algumas etapas, como: organizar os algarismos alinhados nas ordens, iniciar pelas unidades, considerar separadamente os algarismos de uma mesma coluna e adotar convenções para registro dos reagrupamentos (o "vai um" e o "empréstimo"). Segundo Kamii (2002, 2005) muitas vezes as crianças usam tais procedimentos sem compreendê-los. Em nossa pesquisa, muitas crianças utilizaram (ou tentaram utilizar) os algoritmos da adição e da subtração. Portanto, esta foi mais uma das categorias que elencamos para agrupar as produções dos alunos, chamando-a de "algoritmo convencional".

[24] Qualquer número *n* pode ser decomposto em dois outros que vêm antes da lista ordinal dos números, de tal modo que estes dois somam exatamente *n*.

Alguns cálculos foram realizados de forma muito diferenciada, através da utilização do cálculo mental ou de uma decomposição incomum em que o aluno demonstrou muita flexibilidade em operar com os números. Estes foram separados em outra categoria denominada: “estratégias pessoais”.

E, para finalizar, ocorreram registros em que as estratégias utilizadas não atendiam a proposta do problema. Nestas os alunos não conseguiram identificar corretamente a operação matemática envolvida ou não reconheceram os números que deveriam ser utilizados para fazer os cálculos. Decidimos separar estas estratégias em outra categoria: “erro na escolha da operação e/ou dos números envolvidos no problema”.

Apresentamos, a seguir, o Quadro 4.1 com a sistematização das categorias:

Quadro 4.1 – Categorias de análise

Contagem	Emprego da representação unitária das quantidades ou de parte destas; utilização do registro de números e/ou representações gráficas para completar partes das quantidades a serem adicionadas ou retiradas; contagem regressiva ou por comparação.
Recursos do SND (Sistema de Numeração Decimal)	Estratégias que envolveram decomposição dos números envolvidos nos cálculos em agrupamentos de 100, 10 e/ou 1 ou decomposição dos números em partes menores para facilitar o cálculo. Apoio na contagem dos números decompostos registrados no papel, utilização de cálculo mental ou dos dedos para adicionar ou subtrair as quantidades. Neste critério foram classificadas as resoluções com estas características, mesmo quando não houve domínio de todo processo ou compreensão, fatos que serão detalhados nas análises.
Algoritmo Convencional	Organização do cálculo verticalmente, adição ou subtração dos números separados em centena, dezenas e unidades. Neste critério foram classificadas as resoluções deste tipo, mesmo quando não houve domínio de todo processo ou compreensão, fatos que serão detalhados nas análises.
Estratégias Pessoais	Consideradas formas de calcular muito particulares dos alunos, diferentes do que foi comum na turma, em geral utilizando o cálculo mental e a flexibilidade para operar com os números.
Erro na escolha da operação e/ou dos números envolvidos no problema.	Registros em que os alunos não conseguiram compreender o problema e não identificaram corretamente a operação matemática que deveriam utilizar na resolução e/ou os números envolvidos no cálculo.

4.3 – Visão geral das estratégias utilizadas pelas crianças das três escolas

Nesta parte do texto elencamos as estratégias utilizadas pelos alunos das três escolas. Agrupamos as estratégias usadas para resolver os problemas de adição (1 e 4) e, posteriormente, os problemas de subtração (2 e 3). Para facilitar a compreensão do leitor, reapresentamos os problemas propostos, inicialmente o 1 e o 4:

Problema 1 - Na festa junina da escola vieram: 7 funcionários, 52 professores e 186 alunos. Quantas pessoas participaram da festa junina?

Problema 4 - Na festa junina da escola dançaram 38 alunos do 1º ano e 36 alunos do 2º ano. Quantos alunos destes anos dançaram na festa junina?

A Tabela 4.2 informa o quantitativo de todas as estratégias utilizadas pelos alunos participantes da pesquisa nas três escolas.

Tabela 4.2 – Estratégias utilizadas nos problemas de adição (1 e 4) por escola

Estratégias	Colégio Pedro II	Escola Municipal	Escola Particular	Total
Contagem	0	0	2	2
Recursos do SND[25]	0	0	32	32
Algoritmo Convencional	36	31	0	67
Estratégias Pessoais	1	0	5	6
Erro na escolha da operação e/ou dos números envolvidos no problema.	6	0	0	6
Total*	43	31	39	113

* Total de produções da turma para os dois problemas.

Pela Tabela 4.2 nota-se que no Colégio Pedro II e na Escola Municipal prevaleceu a tentativa de operar aplicando o algoritmo convencional. Já na escola particular predominou a tentativa de utilizar os recursos do Sistema de Numeração Decimal, bem como o uso de estratégias pessoais. A dificuldade em identificar a operação matemática para a resolução dos problemas ocorreu apenas nas produções de seis dos 43 alunos do Colégio Pedro II. A análise mais detalhada

[25] Usaremos esta abreviação para: Sistema de Numeração Decimal.

dessas estratégias, incluindo exemplos de sua diversidade, será exibida nas próximas seções.

Os problemas 2 e 3 são reapresentados a seguir:

Problema 2 - A turma de 1º ano da escola possui 25 alunos. No dia 4 de agosto faltaram 7 alunos. Quantos alunos foram para escola?

Problema 3 - Bruno trouxe para a escola 42 figurinhas repetidas que sobraram do seu álbum. Perdeu 18 figurinhas jogando "bafinho". Com quantas figurinhas ele ficou?

Na Tabela 4.3 são enumeradas as estratégias utilizadas para resolver os problemas acima.

Tabela 4.3 – Estratégias utilizadas nos problemas de subtração (2 e 3)

Estratégias	Colégio Pedro II	Escola Municipal	Escola Particular	Total
Contagem	2	3	17	22
Recursos do SND	0	0	20	20
Algoritmo Convencional	35	16	0	51
Estratégias Pessoais	2	0	2	4
Erro na escolha da operação e/ou dos números envolvidos no problema	4	12	0	16
Total*	43	31	39	113

* Total de produções da turma para os dois problemas.

Pela Tabela 4.3 verifica-se que no Colégio Pedro II e na escola municipal em Duque de Caxias, como no caso da adição, predominou a tentativa de realizar o cálculo aplicando o algoritmo convencional. Na escola particular sobressaiu a tentativa de utilizar os recursos do Sistema de Numeração Decimal. Dois alunos da escola particular e dois alunos do Colégio Pedro II utilizaram estratégias pessoais. A dificuldade em identificar a operação matemática e/ou os números para a resolução dos problemas ocorreu em quantidade significativa dentre os alunos da escola municipal e em menor número nas do Colégio Pedro II. Estas estratégias serão esmiuçadas nas seções posteriores.

A seguir apresentamos o perfil de cada escola, do trabalho realizado com cálculo e com a resolução de problemas, das professoras das turmas participantes

da pesquisa; a proposta do currículo para o ano em que foi realizada a pesquisa, analisando tais informações em conjunto com o que foi mais marcante nas produções dos alunos. O objetivo desta apresentação inicial é contextualizar as práticas de ensino que os alunos vivenciavam em cada escola. Estas vivências são utilizadas para a compreensão das estratégias utilizadas pelos alunos e dos resultados encontrados.

4.4 – As estratégias utilizadas, os resultados encontrados e sua relação com as práticas de ensino vivenciadas pela turma do Colégio Pedro II

A unidade do Colégio Pedro II em que a pesquisa foi realizada atende do 1º ao 5º ano e possui vinte turmas que funcionam em dois turnos. Em média vinte e cinco alunos em cada turma. A escola admite alunos no 1º ano, por meio de sorteio público, por isso possui uma clientela de diferentes níveis socioeconômicos.

A coordenadora de Matemática entrevistada resume a proposta pedagógica da escola da seguinte forma:

CO - “A proposta que a gente tenta o tempo todo aqui é propor questões que levem a criança a pensar, questões desafiadoras.”

Especificamente sobre o ensino das operações matemáticas e sobre a resolução de problemas, a coordenadora nos informou que no 1º ano a representação dos problemas por desenhos é privilegiada, pois o objetivo está mais voltado para a interpretação. No entanto, já se cobra o registro da sentença matemática, apesar de não ensinarem o algoritmo convencional. Segundo a coordenadora, o algoritmo é apresentado no 2º ano, após o trabalho com o Sistema de Numeração Decimal. No 2º ano o trabalho com problemas visa o algoritmo que é apresentado com apoio do Quadro Valor de Lugar (QVL).

CO – “Fazemos isso para o aluno poder compreender, na hora de armar o cálculo, porque os algarismos estão naquela posição.”

No 3º ano seguem a mesma abordagem com ampliação dos números. Ainda segundo a coordenadora os materiais didáticos utilizados nos anos iniciais são: material dourado, ábaco, materiais de contagem diversos, régua de cuisinaire.

Para os três primeiros anos há orientadores pedagógicos, um para cada ano. Ainda existem quatro coordenadores de área: Português, Matemática, Estudos Sociais e Ciências, que atuam do 1º ao 5º ano. As reuniões dos professores com os

coordenadores das áreas são quinzenais e com o orientador são semanais. Não há horário destinado à formação continuada, apesar de alguns cursos serem oferecidos periodicamente pelo Departamento do Primeiro Segmento, nos quais a adesão não é obrigatória. Os coordenadores e orientadores costumam mostrar a forma de utilização dos recursos disponíveis e apresentam sugestões quando há professores novos na instituição.

A turma do 2º ano em que foi realizada a pesquisa era composta por vinte e três alunos, com idades variando de sete a onze anos. O grupo foi receptivo e participativo durante a aplicação das atividades da pesquisa. Na época da aplicação dessas atividades, a maioria da turma só havia aprendido o algoritmo da adição e da subtração, sem os reagrupamentos. Por isso foi também alvo de nossas análises avaliar se tentariam inventar alguma estratégia para aplicar o algoritmo ou se buscariam outras estratégias de cálculo reconhecendo que o algoritmo que usavam não seria adequado para os números envolvidos nos enunciados. A outra parte da turma já havia aprendido a fazer os reagrupamentos de forma convencional por já terem cursado o 2º ano ou porque aprenderam com familiares ou com a explicadora. A resolução das situações se tornou ainda mais desafiadora para os alunos que não haviam aprendido o algoritmo convencional com os reagrupamentos, pois todos os cálculos envolviam reagrupamentos.

Apesar de concursada, o vínculo da professora desta turma com o Colégio Pedro II é temporário e o tempo máximo de permanência nestes casos é de dois anos. Na época da aplicação da pesquisa, a professora estava em seu primeiro ano de contrato. É preciso lembrar que, mesmo não sendo intenção desta pesquisa fazer generalizações, esta educadora já não seria representativa do corpo docente do Colégio.

A professora é formada em Pedagogia, em História e também cursou a Especialização em Gestão Escolar. Atua como professora desde 1999 e, na época da pesquisa, apenas no 2º ano do Colégio Pedro II. Especificamente sobre Educação Matemática, cursou, por três períodos na Faculdade de Pedagogia, uma disciplina denominada PPP (Pesquisa e Prática Pedagógica), voltada para o ensino da Matemática nos anos iniciais. Mencionou, também, já ter lido sobre o assunto, mas não se lembrou dos títulos e autores.

Segundo a educadora, nas reuniões com a coordenação são apresentadas as diretrizes do que deverá ser trabalhado no mês e os professores organizam o

trabalho de acordo com as semanas. O livro didático utilizado foi o Novo bem-me-quer – Alfabetização Matemática, dos autores Bordeaux et al. (2008), que já estava escolhido quando ela chegou. A professora declarou que para apresentar os materiais didáticos (como os de contagem e o material dourado) sempre fazia uma parte mais lúdica e outra voltada para o ensino da Matemática. Também realizou uma atividade que denominou “jogo de dados”, neste:

PR – “Eles jogavam os dados, somavam e colocavam a resposta na folha.”

Fez intervenções individuais e correções coletivas.

Quanto ao planejamento curricular do 2º ano, apresentamos, no Quadro 4.2, as competências/habilidades e conteúdos que se relacionam com a temática desta pesquisa:

Quadro 4.2 - Competências/Habilidades a serem desenvolvidas no 2º ano

COMPETÊNCIAS/HABILIDADES	CONTEÚDOS
• Resolver situações-problema e construir, a partir delas, os significados das operações fundamentais. • Desenvolver procedimentos de cálculo mental, escrito, exato, aproximado – pela observação das regularidades e de propriedades das operações e pela antecipação e verificação dos resultados. • Realizar cálculo mental exato, utilizando a decomposição das escritas numéricas. • Realizar adições e subtrações por meio de estratégias pessoais e técnicas convencionais. • Fazer estimativa para avaliar e adequar o resultado.	Significado das operações: - adição: juntar e acrescentar - subtração: retirar, adicionar (*sic*) e comparar - multiplicação: adicionar sucessivas vezes - Algoritmo da adição e subtração - Cálculo mental

Fonte: Planejamento curricular anual fornecido pela coordenação

O mais marcante nas produções realizadas pelos alunos desta turma foi a sistematização dos passos que executaram para solucionar os problemas. Eles seguiram etapas: escrever a sentença matemática, organizar o cálculo no Quadro Valor de Lugar e escrever a resposta por extenso, usando as palavras da pergunta apresentada no enunciado. Todos os alunos fizeram as atividades seguindo estes passos, inclusive aqueles que utilizaram um procedimento diferente fizeram o registro escrito como estipulado pelo professor. Cabe lembrar que os alunos foram informados que para nossa pesquisa poderiam resolver como quisessem.

Dentre estes procedimentos o uso do QVL[26] ratifica a declaração da coordenadora de que:

CO – “Todos os algoritmos inicialmente são sempre colocados no Quadro Valor de Lugar.”

Sobre este aspecto, a professora relatou que ensinou os alunos a usarem o QVL em etapas: primeiro fez no quadro para observarem, depois colocou os pontilhados para os alunos completarem os algarismos e o sinal da operação nos lugares corretos e ia fazendo junto com eles para, posteriormente, eles montarem o QVL com autonomia.

Zunino (1995, p. 144) afirma que tratar “os números como entidades estáticas nas quais cada algarismo ocupa um lugar determinado não parece ser um procedimento adequado para facilitar a compreensão do sistema posicional.”

Fazendo o QVL parte do contrato didático foi natural que as crianças o tenham usado na resolução dos problemas propostos, mesmo após minha fala dizendo que poderiam resolver como quisessem e que precisavam anotar na folha como pensaram. Esta orientação não foi suficiente para romper o contrato didático que os alunos tinham com a professora de como os problemas deveriam ser resolvidos.

A força do contrato didático estabelecido naquela turma diverge de outra declaração da coordenadora:

CO - “Em muitas questões a gente não trabalha neste molde: sentença matemática, cálculo e resposta. Algumas são trabalhadas assim: ‘mostre como você descobriu’ e a criança pode colocar ali o raciocínio dela, como ela chegou àquela resposta.”

Os alunos que ainda não haviam aprendido os algoritmos da adição com reserva e da subtração com recurso, e tentaram usar o algoritmo, inventaram alguns procedimentos inadequados. Por exemplo, na adição, abandonaram o número formado pelo reagrupamento, na subtração retiraram o menor do maior “algarismo”, independentemente de fazerem parte do número que estava no minuendo ou do que ocupava o subtraendo, conforme será exemplificado adiante. Fica claro que o uso eficiente de todos os recursos de um algoritmo depende de seu ensino, trata-se de

[26] Usaremos esta abreviação para Quadro Valor de Lugar que consiste no desenho das ordens (centenas, dezenas e unidades) separadas por traços para que haja separação dos algarismos que compõem os números nas ordens correspondentes.

uma técnica aprimorada ao longo do desenvolvimento da Matemática, de transmissão escolar. Por mais criativa que seja uma criança é difícil reinventá-lo.

Alguns alunos reconheceram que com o que sabiam do algoritmo não seria possível fazer o cálculo, e não conseguiram usar outra estratégia. Por isso, consideramos que outras formas de cálculo não são valorizadas nesta sala de aula. Sobre este aspecto, a própria professora declarou:

PR – “Sobre o cálculo mental e por estimativa, não há um trabalho intenso para este desenvolvimento, mas algumas atividades são realizadas esporadicamente. Não são trabalhadas formas diferenciadas de calcular.”

Assim, conclui-se que não valorizam competências listadas no planejamento curricular do 2º ano que prevê “o desenvolvimento de competências/habilidades para realização de cálculo mental utilizando a decomposição das escritas numéricas e de adições e subtrações por meio de estratégias pessoais e técnicas convencionais” (ver Quadro 4.2). Destaca-se que o documento da escola busca contemplar conteúdos conceituais e procedimentais sugeridos nos PCN, conforme apresentado no Capítulo 1:

> - Utilização da decomposição das escritas numéricas para a realização do cálculo mental exato e aproximado.
> - Cálculos de adição e subtração, por meio de estratégias pessoais e algumas técnicas convencionais.
> - Utilização de estimativas para avaliar a adequação de um resultado e uso de calculadora para desenvolvimento de estratégias de verificação e controle de cálculos. (BRASIL, 1997, v.3, p. 72).

Sobre esta incoerência encontrada, Sacristán e Gómez (1998, p. 133) declaram que há uma diferença entre o currículo “explícito ou oficial e o oculto do currículo real”. E ainda afirmam: “não é infrequente nos depararmos com declarações de objetivos explícitos, que dizem pretender algo dos alunos/as, que depois se mostram contraditórios com o que realmente se faz para consegui-los.” Esta diferença entre o que está escrito/programado e o que é executado foi encontrada nesta escola. Cabe destacar que no caso do ensino de Matemática diversos aspectos contribuem para a manutenção de formas tradicionais de ensino, como mostra Mandarino (2006), em sua tese de doutorado.

A seguir apresentamos as estratégias utilizadas pelos alunos na resolução dos problemas 1 e 4.

4.4.1 - Estratégias utilizadas pelos alunos do Colégio Pedro II nos problemas de adição (1 e 4)

Em 40 das 43 produções os alunos escreveram a “sentença matemática” designada por S.M., organizaram o cálculo no QVL e escreveram a resposta completa depois de um “R:”. Em três casos só não houve registro da resposta. Nas entrevistas, após serem perguntados sobre como resolveram os problemas 1 e 4, os alunos revelaram a ênfase de uma sequência de etapas a ser cumprida. O relato do aluno AF19 é exemplar, já que a pergunta “como” é respondida enumerando-se a sequência de etapas e não o raciocínio, os números envolvidos, a escolha da operação, ou as etapas do cálculo realizado.

AF 19 - “Eu botei a sentença matemática, a caixinha do cálculo e a resposta.”

A Figura 4.2, solução do aluno AF4, exemplifica a forma de organização da resolução utilizada pela maioria dos alunos.

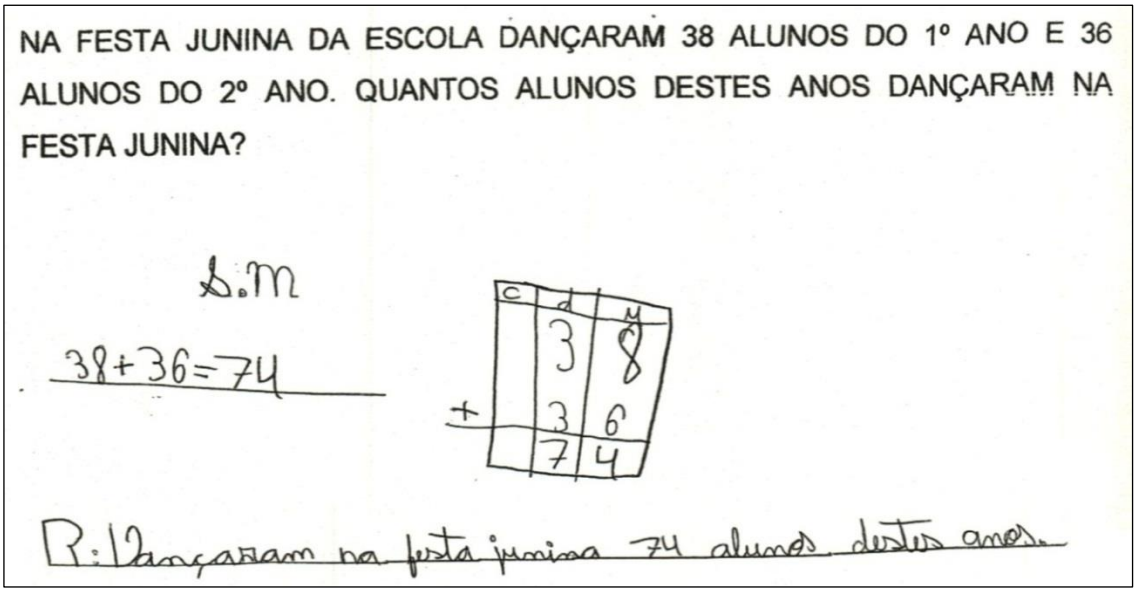


Figura 4.2 – Solução do aluno AF4

Como apresentado na Tabela 4.2, em 36 registros houve a utilização do algoritmo da adição. Destes, em 11 os alunos demonstraram compreensão da técnica, mesmo ainda não ensinada pela professora naquele ano e apesar de terem cometido alguns erros, como se pode notar na resolução do problema 1, apresentada na Figura 4.3.

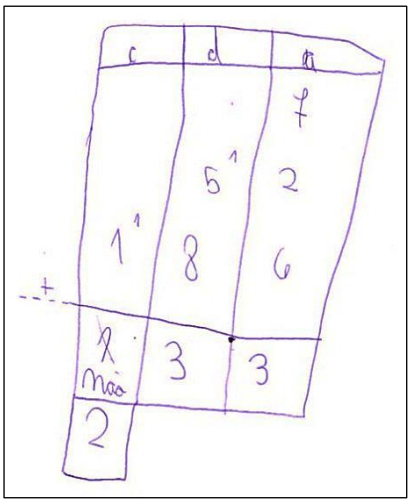


Figura 4.3 – Solução do aluno AF17

AF17 explica seu cálculo no diálogo abaixo:

AF17 – “Aí eu fiz a conta. Eu coloquei 3 aqui (apontou para as unidades) e 1 aqui (apontou para as dezenas).”

PE – “E por que você colocou 1 aí?”

AF17 – “Porque aqui (apontou para as unidades) não pode botar mais que 10.”

PE – “E esse 1 foi para onde?”

AF17 – “Para a dezena.”

Nota-se que este aluno pareceu ter compreendido os reagrupamentos realizados, apesar de ter errado na soma das unidades (7+2+6=15) e das dezenas (1+5+8=14). Em oito registros, apesar de terem empregado o algoritmo com certo domínio, durante a entrevista os alunos não evidenciaram compreensão clara do que executaram. Pareciam ter memorizado passos do procedimento, como demonstram os relatos individuais dos alunos AF7, AF13 e AF11:

PE – “Por que você colocou este 1 lá em cima?” (Fiz referência ao 1 que colocaram em cima das dezenas. Esta pergunta foi feita aos três alunos.)

AF7 – “Se colocar 1 embaixo vai dar tudo errado, não pode.”

AF13 – “Fiz o ‘vai um’ que meu pai me ensinou. É assim que se faz: lá em cima coloca o 1.”

AF11 – “Não pode botar dois números aqui (apontou para as unidades). Em uma casinha só pode colocar um número.”

Zunino (1995) também encontrou, em sua pesquisa, exemplos de crianças que sabiam fazer corretamente as contas, entretanto não compreendiam o procedimento que empregavam. A autora relata que em uma turma de terceira série

“nenhuma criança relacionou o significado do ‘elevar-se um’ ou de ‘pedir emprestado’ com o valor posicional.” (ZUNINO, 1995, p. 147).

Em 17 soluções os alunos tentaram usar o que já sabiam do algoritmo da adição, mas sem domínio da técnica, cometeram vários equívocos. Erros previsíveis pois, como já comentado, a maioria da turma ainda não havia aprendido a usar o algoritmo convencional da adição com reagrupamento. E mais, os alunos não tinham sido apresentados a outras formas de cálculo para casos deste tipo, o que parece evidenciar que a professora evitava o uso de situações nas quais os números exigissem reagrupamento.

Em uma das produções foi utilizada uma estratégia pessoal de cálculo, apesar de haver anotação do cálculo dentro do QVL. Porém, na entrevista houve o relato de que este aluno resolveu o problema 4 através de cálculo mental realizando adições sucessivas. AF9 contou como fez para calcular 38+36:

AF9 – “Fiz 30+30=60, 60+8=68, 68+2=70, 70+2=72, 72+2=74”

Nota-se na Figura 4.4 que apesar de calcular mentalmente, o aluno apresentou um registro no QVL, como se tivesse usado o algoritmo convencional.

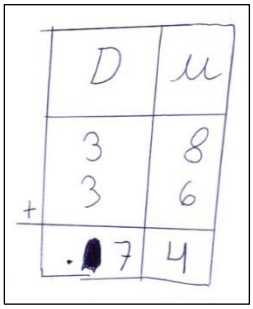


Figura 4.4 - Cálculo realizado pelo aluno AF9 para o problema 4

Se as entrevistas com os alunos não tivessem sido realizadas, iríamos desconhecer a estratégia que este e vários outros alunos utilizaram. Schön (1995, p. 82) evidencia a importância de o professor prestar atenção, “ouvir o aluno, ser curioso, surpreender-se e atuar como uma espécie de detetive que procura descobrir razões que levam as crianças a dizer (e a fazer[27]) certas coisas.”

Em seis produções os alunos efetuaram uma subtração, ou seja, não compreenderam o problema e traçaram uma estratégia inadequada. Quatro fizeram:

[27] Acréscimo da pesquisadora.

38-36 para resolver o problema 4, como os exemplos da Figura 4.5 dos alunos AF15 e AF10:

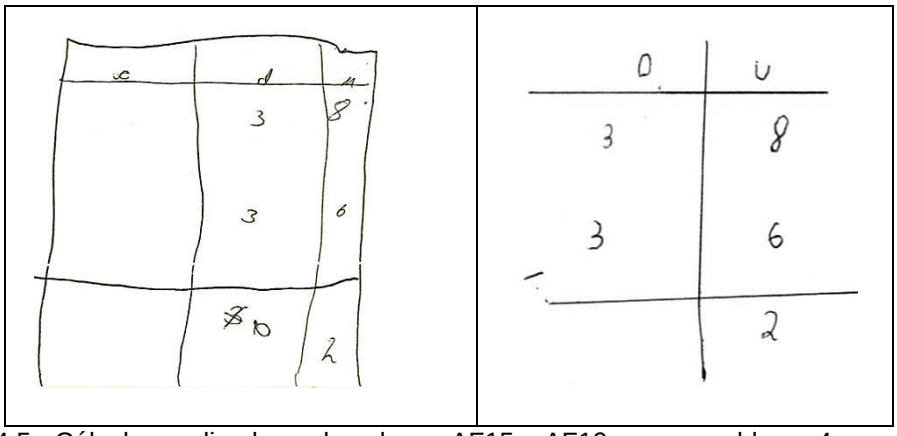


Figura 4.5 - Cálculos realizados pelos alunos AF15 e AF10 para o problema 4, respectivamente

Após estes alunos terminarem a resolução, lhes perguntei por que haviam feito uma conta de menos para resolver este problema. As respostas surpreendem:

AF15: “Acho que é de menos porque já passou.”

AF10: “Fiz de menos porque não ia dar para colocar a resposta de 8+6, ia dar 14.”

AF23: “Quer saber quantos alunos dançaram na festa, eu achei que era de menos.”

Percebe-se que AF10 não soube como fazer o reagrupamento da adição de 38+36 e diante desta impossibilidade, usou a operação que lhe pareceu possível realizar, sem se importar com o contexto da situação. Este fato reforça nossa avaliação de que, nesta turma, foi dada ênfase nos cálculos, que precisavam ser possíveis com os números do enunciado, independentemente do contexto. Destaca-se que outro preceito expresso no planejamento apresentado sinteticamente no Quadro 4.2 não foi valorizado na formação Matemática desses alunos, a competência de “fazer estimativa para avaliar e adequar o resultado”. Nota-se, ainda, que problemas envolvendo “números inadequados” devem realmente ter sido evitados pela professora, já que, se não deu para fazer os cálculos com o que se sabia, o aluno considerou que a operação escolhida devia estar errada. Ou seja, o que a professora enunciou foi apenas o que se podia realizar com o que já se sabia, não houve desafio, não houve busca de estratégia pessoal na construção do conhecimento.

AF10 também usou a subtração para solucionar o problema 1, assim como AF3. Os cálculos feitos foram: 186-52-7 e 7-52-186 e podem ser visualizados na Figura 4.6:

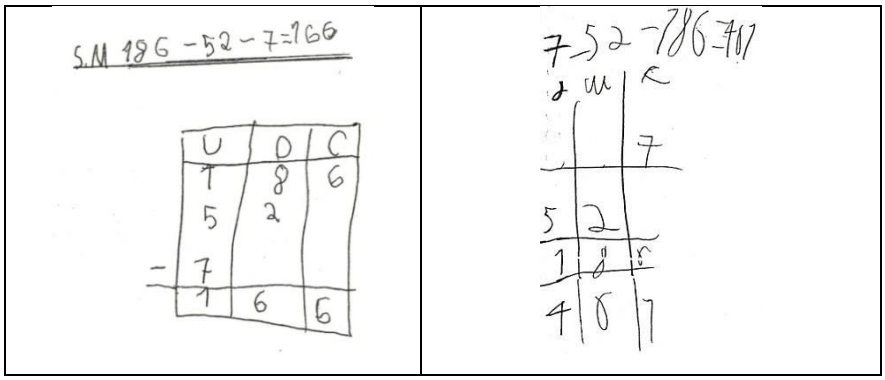


Figura 4.6 - Cálculos realizados pelos alunos AF10 e AF3 para o problema 1, respectivamente

AF10 inicialmente tentou fazer uma adição, mas ao operar 8+2 não soube como registrar 10, então riscou o que havia feito e fez uma subtração ao lado, como mostra a Figura 4.7.

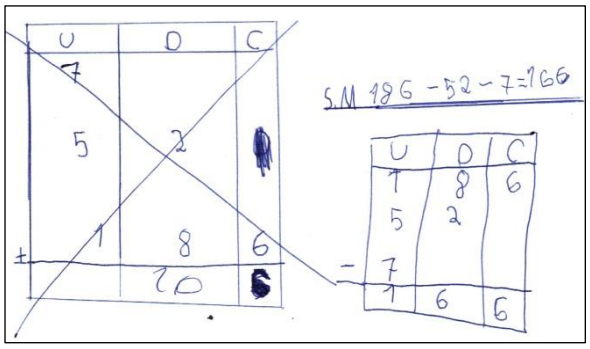


Figura 4.7 - Cálculo realizado pelo aluno AF10

Este fato corrobora a análise feita anteriormente, diante da impossibilidade de realizar a adição, AF10 a trocou por outra operação que conseguisse executar. Segundo Vila e Callejo (2006, p. 64) “desde o ensino fundamental, os alunos acreditam que os problemas que narram uma “história” são resolvidos com a aplicação de uma ou mais operações aritméticas”. Para AF10 ainda não importava qual.

Além de AF3 e AF10 não terem identificado a operação correta, também organizaram de forma inadequada os algarismos no QVL, desenharam o próprio quadro incorretamente, demonstrando que tentaram reproduzir os procedimentos algorítmicos, sem compreensão. Na entrevista, AF3 explicou que calculou 7-6=1, 8-2=6 e 5-1=4. Realizou a subtração começando sempre do maior para o menor “algarismo”. Estes erros demonstraram falta de compreensão do problema, aplicação mecânica do algoritmo escolhido, organização incorreta do procedimento.

Para resolver o cálculo do problema um, AF6, AF12, AF19, AF22 inventaram a estratégia de abandonar o algarismo da dezena e/ou da centena formada, conforme mostram as Figuras 4.8 e 4.9.

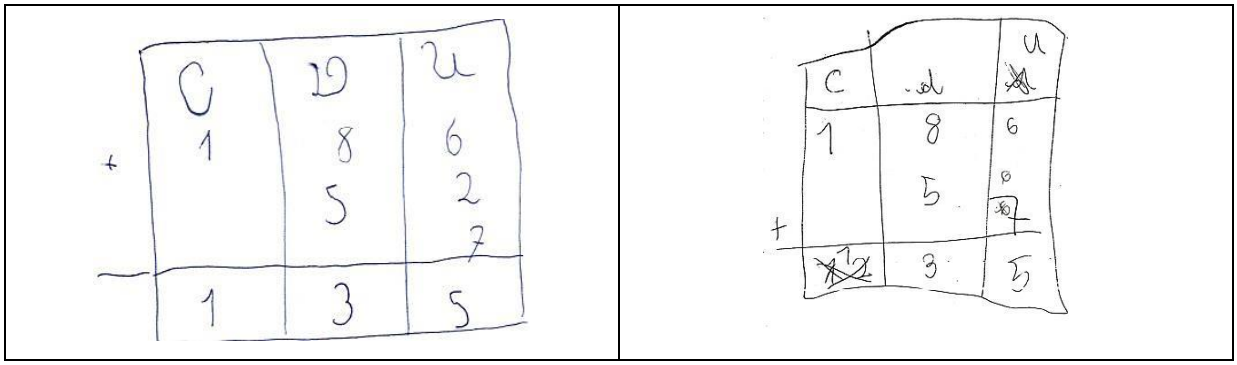


Figura 4.8 - Cálculos dos alunos AF6, AF12 para o problema 1, respectivamente

Fuson (1990 apud GOLBERT, 2009, p. 77) denominou este erro de “desaparecimento do 1”. Foi o segundo erro mais frequente em suas pesquisas. “Neste caso, as crianças escrevem o dígito das unidades, na posição das unidades e nada fazem com o 1, que, simplesmente, desaparece.”

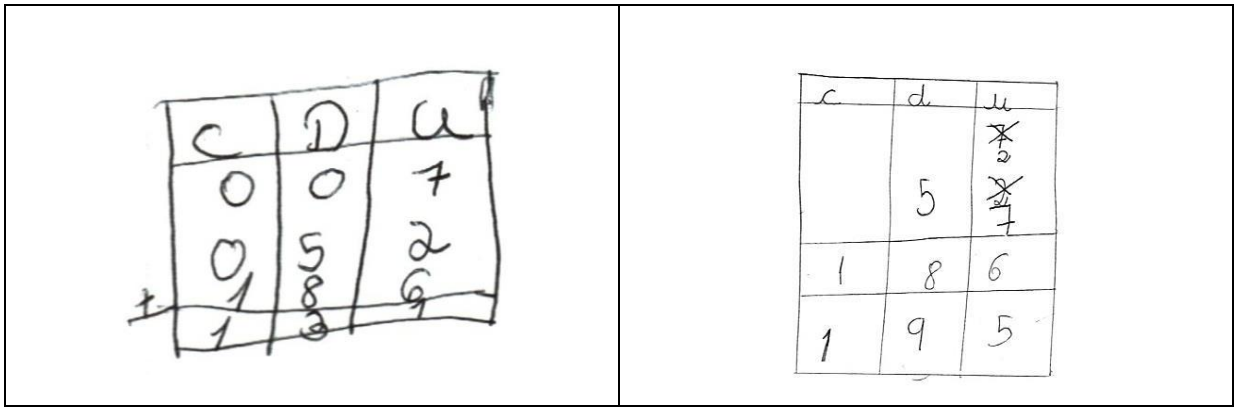


Figura 4.9 - Cálculos dos alunos AF19 e AF22 para o problema 1, respectivamente

AF19 resolveu este impasse escrevendo 1 nas unidades e desprezando o algarismo 5. Perguntei-lhe:

PE – “O que você fez com o resto do número?”

AF19 – “Joguei fora.”

AF22 também omitiu a dezena no cálculo de 7+2+6=15. Quando lhe perguntei por que fez isto ele me respondeu:

AF22 – “Não pode botar dois números numa caixa só.”

Nota-se que, mesmo não sabendo como fazer em caso de reagrupamento, já haviam aprendido a principal regra da escrita de números no Sistema de Numeração

Decimal – em cada ordem só se pode escrever um algarismo. Apesar desta aprendizagem ainda não parecer ser compreendida com clareza, já que sua compreensão está imbricada com o reagrupamento desde a contagem, percebe-se que foi bem fixada.

No problema quatro esta estratégia também apareceu em três cálculos, conforme mostra a Figura 4.10:

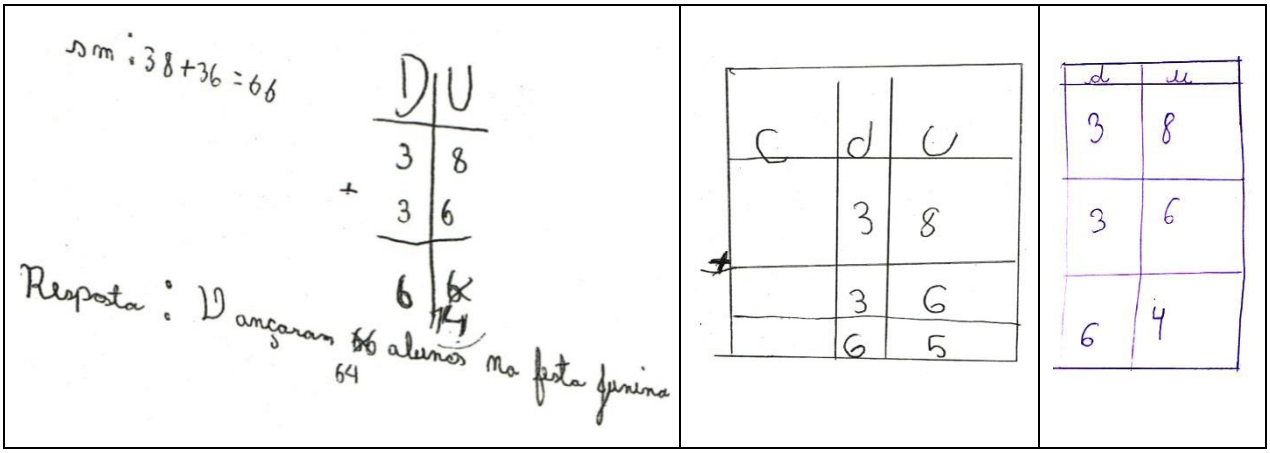


Figura 4.10 - Resoluções dos alunos AF6, AF16 e AF22 para o problema 4, respectivamente

AF22 explicou porque anotou o resultado desta forma:

AF22 – “Não pode colocar dois números aqui (apontou para as unidades).”

A única diferença para a solução feita por AF16 é que errou na soma de 8+6, por isso seu resultado foi 65. Já AF12, cujo cálculo está apresentado na Figura 4.11, inventou ação diferente. AF12 adicionou a dezena formada pela adição de 8+6 na própria unidade.

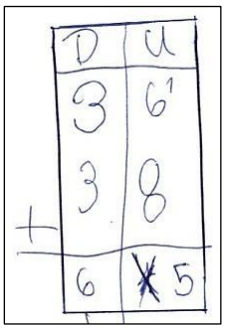


Figura 4.11 – Cálculo realizado pelo aluno AF12 para o problema 4

Outro erro foi em decorrência de iniciar a operação pela centena, como fez AF16. Seu registro foi:

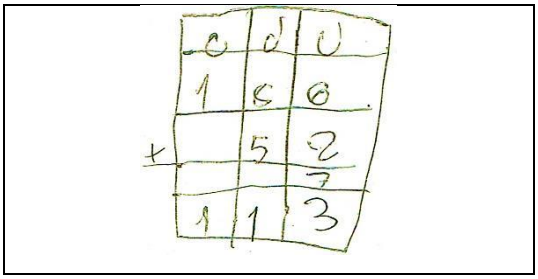


Figura 4.12 - Cálculo realizado pelo aluno AF16

AF16 contou que repetiu um na centena, fez 8+5=13. Colocou um nas dezenas e três nas unidades. Não fez a soma das unidades, já que este espaço já estava completo.

4.4.2 – Análise dos resultados encontrados pelos alunos do Colégio Pedro II para os problemas de adição (1 e 4)

Apresentamos, em seguida, os resultados que os alunos escreveram para os problemas 1 e 4. Os dados relativos ao problema 1 constam da Tabela 4.4.

Tabela 4.4 - Resultados encontrados no problema 1

Problema 1 - Na festa junina da escola vieram: 7 funcionários, 52 professores e 186 alunos. Quantas pessoas participaram da festa junina?

	Resultados	**Quantidade**	**Porcentagem**
Resultado correto	245	8	36,36%
Resultados incorretos	113	1	4,54%
	131	1	4,54%
	135	2	9,09%
	158	1	4,54%
	161	1	4,54%
	166	1	4,54%
	195	2	9,09%
	233	1	4,54%
	295	1	4,54%
	461	1	4,54%
Não conseguiram concluir qual seria o resultado		2	9,09%
Total		22	100%

Todas as respostas corretas e incorretas foram encontradas na tentativa de aplicar o algoritmo convencional. Os oito alunos que acertaram executaram corretamente o algoritmo realizando os reagrupamentos das unidades formadas para a dezena e das dezenas formadas para a centena, como se pode verificar no registro do aluno AF21:

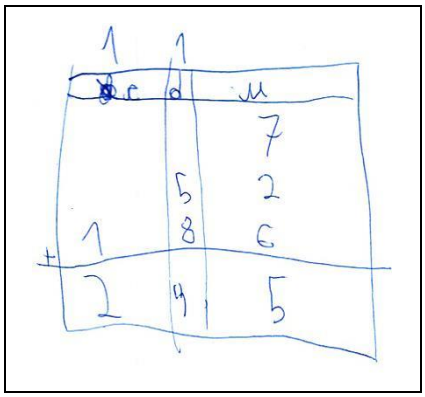


Figura 4.13 - Cálculo realizado pelo aluno AF21 para o problema 1

Dois alunos: AF4 e AF23 não conseguiram concluir qual seria a resposta correta, suas produções foram:

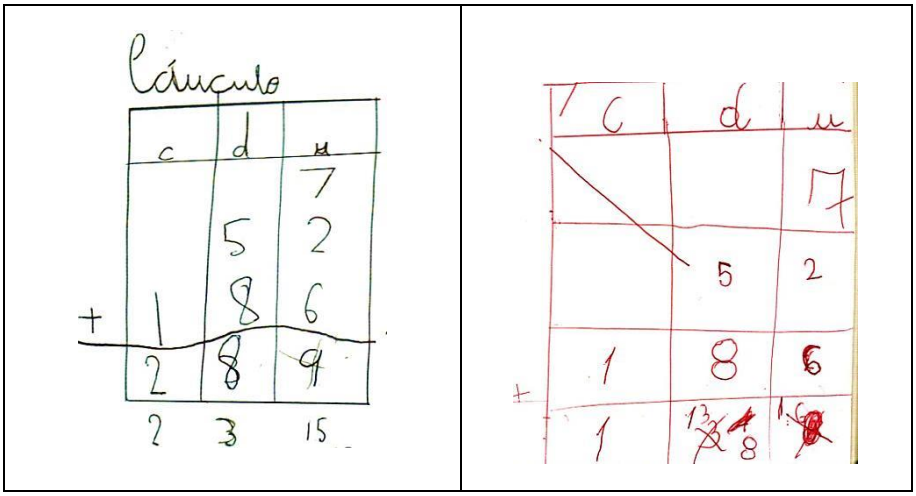


Figura 4.14 - Cálculos feitos pelos alunos AF4 e AF23 para o problema 1, respectivamente

No momento da entrevista, AF4 contou que o resultado 289 estava errado e explicou como chegou a 2, 3, 15. Relatou que começou a operar pelas centenas, fez o reagrupamento das 13 dezenas formadas em mais uma centena, mas não soube o que fazer com as 15 unidades e, por isso, não consegui concluir qual deveria ser o resultado final. AF23 refez seu cálculo, no instante da entrevista, que inicialmente resultava 118. Calculou 7+2+6 e encontrou 16, depois fez 5+8=13 e escreveu um na centena. Não soube, como esperado, realizar os reagrupamentos de modo

convencional, por isso não conseguiu concluir qual seria a resposta. As duas alunas não conheciam outra estratégia para realizar este cálculo.

Como anteriormente relatado, nesta turma do 2º ano, procedimentos diferentes para realizar os cálculos não foram trabalhados, somente o algoritmo convencional, sem que casos envolvendo reagrupamentos tivessem sido experimentados. Mendonça (1996, p.58) alertou os professores para a necessidade de desenvolvimento do cálculo mental e do cálculo escrito não convencional. Segundo a autora, este trabalho contribui para o "desenvolvimento de raciocínio e da compreensão para o cálculo dessas operações básicas." Mendonça pesquisou os fatores de pressão que limitam e impedem os professores de trabalharem outras formas para realizar cálculos e ressaltou a influência da pressão social:

> [...] o resultado tem sido, desde muitos anos, o culto ao cálculo escrito, sempre orientado pelos modelos intitulados por convencionais, uma "camisa de força", que têm sufocado professores e alunos. Tudo acontece como se, para ser honesto e competente como pedagogo, para comunicar-se de forma adequada e para resolver os problemas mais imediatos, os professores das séries iniciais tivessem que jogar o jogo de ensinar os alunos a serem rápidos na resolução dos cálculos pelas técnicas convencionais, ou seja, fazer uso imediato de ferramentas aprovadas por um modo de produção socio-historicamente controlado. (Ibid., p.73).

Sintetizando como foram os resultados da turma notamos um número pequeno de acertos neste problema (36,36%). Este resultado deve ter ocorrido porque este apresentava maior grandeza numérica e diferenciação nas ordens. Além deste fato, a maioria dos alunos não havia aprendido o algoritmo da adição com reserva e desconheciam formas diferenciadas para a realização do cálculo necessário para a resolução.

As respostas: 113, 131, 135, 158, 161 e 166 dadas por sete (31,8%) alunos demonstram falta de hábito de avaliar resultados, pois se na festa havia 186 alunos e mais outras pessoas, a resposta não poderia ser inferior à 186. Kamii (2005) já havia percebido, em suas pesquisas, a indiferença e a falta de senso numérico das crianças, que aprenderam a calcular usando o algoritmo convencional, ao chegarem a resultados absurdos nos cálculos. Para esta autora, "esses são sintomas de que as crianças desistiram de pensar, agindo como máquinas." (Ibid., p.38). Este tipo de situação está bastante relacionado com a não valorização da competência de avaliar um resultado encontrado para um problema, já que também não se valoriza o desenvolvimento da habilidade de fazer estimativas, prospecção de intervalos de

resultados possíveis. A seguir os resultados encontrados no problema 4, na Tabela 4.5.

Tabela 4.5 – Resultados encontrados no problema 4

Problema 4 - Na festa junina da escola dançaram 38 alunos do 1º ano e 36 alunos do 2º ano. Quantos alunos destes anos dançaram na festa junina?

	Respostas dadas	Quantidade	Porcentagem
Resultados corretos	74	11	52,38%
Resultados incorretos	02	04	19,04%
	16	01	4,76%
	64	03	14,28%
	65	02	9,52%
Total		21	100%

Dos 11 alunos que acertaram a resposta, dez calcularam usando o algoritmo convencional e um usou estratégia pessoal de cálculo mental[28]. Dos dez, nove executaram corretamente o algoritmo convencional realizando o reagrupamento das unidades formadas para a dezena, como os dois exemplos mostrados na Figura 4.15. O outro acertou o resultado, mas errou na aplicação do procedimento, como será mostrado mais adiante.

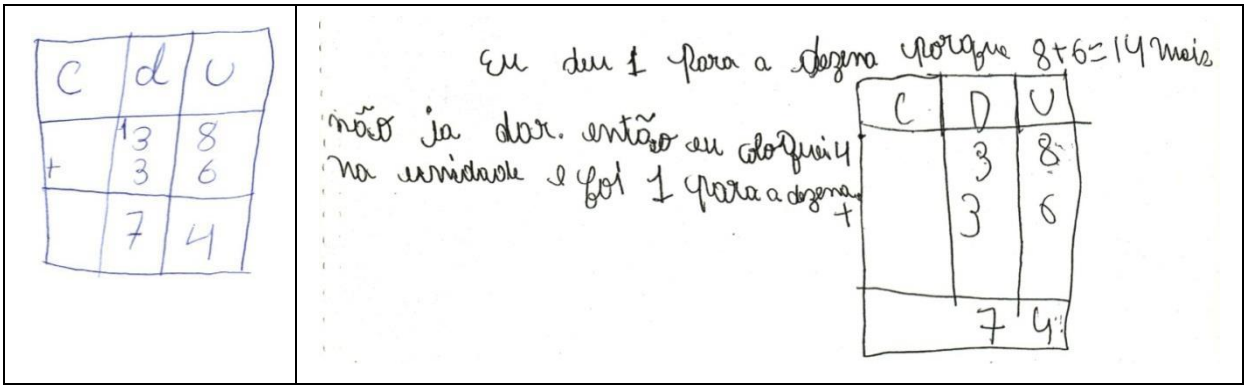


Figura 4.15 - Resolução dos alunos AF5 e AF7 para o problema 4, respectivamente

AF7 além de resolver o cálculo, escreveu a explicação do que realizou: “Coloquei 4 na unidade e foi 1 para a dezena.”

[28] O cálculo foi apresentado na Figura 4.4 e a explicação de como a aluna pensou antes da figura.

O aluno AF19 chegou ao resultado 74 cometendo dois equívocos nos procedimentos. Durante a entrevista recalculou a conta feita e me explicou como chegou ao resultado:

AF19 – “8+6 deu 14, eu joguei 1 fora.”

PE – “Por que você não botou 14 aqui (apontei para as unidades)?

AF19 – “Não pode botar 14 em um quadradinho só.”

PE – “E o que você fez depois?”

AF19– “3+3=7”

Foi o que AF19 conseguiu expressar no momento da entrevista, poderia ele ter realizado inicialmente o reagrupamento e depois ter se esquecido de como pensou? Poderia, porém se o aluno executou desta forma e depois se esqueceu, demonstrou que sua aprendizagem sobre como fazer o reagrupamento ainda não estava consolidada. O registro escrito de AF19 foi:

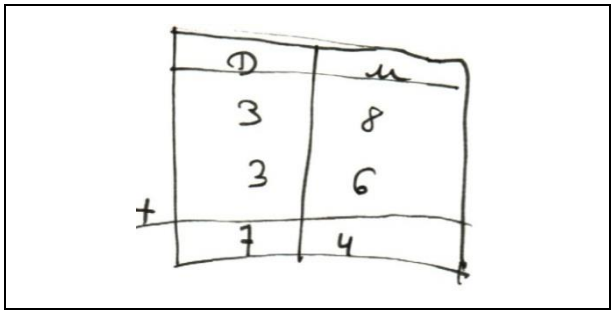


Figura 4.16 - Cálculo realizado pelo aluno AF19

Ressalta-se que se não tivesse entrevistado o aluno teria concluído que este sabia operar o algoritmo convencional, mesmo não indicando o “um” que foi para a dezena, pois alguns alunos não registraram este número e depois o adicionaram nas dezenas, como fez AF7 na solução apresentada na Figura 4.15. Este caso evidencia a importância de uma escuta atenta do aluno, de acompanhar seu processo de aprendizagem. Cândido (2001, p.17) afirma que: quando solicitamos que os alunos justifiquem como pensaram para resolver um problema possibilitamos que reflitam sobre os conceitos e os procedimentos executados, revisem o que fizeram, ampliem sua compreensão, além de explicitar possíveis dúvidas e dificuldades.

Neste problema houve um número de acertos relativamente maior (52,38%) do que no analisado anteriormente, provavelmente em decorrência de serem apenas duas parcelas e os dois números terem duas ordens.

Os erros cometidos foram ocasionados por motivos semelhantes aos praticados no problema 1. Quatro erros foram pela falta de compreensão da situação e dificuldade em reconhecer a operação matemática que deveria ser realizada.

As respostas 2 e 16 demonstram falta de hábito de avaliar resultados, como comentado, já que no problema proposto dançaram 38 alunos de 1º ano, mais 36 do 2º ano e a pergunta foi quantos alunos dançaram? Zunino (1995, p. 89) afirma que quando as crianças não estão acostumadas a antecipar e a julgar resultados "aceitam como corretos resultados que não são lógicos, porque confiam mais nos procedimentos adquiridos mecanicamente do que em seu próprio raciocínio".

4.4.3 - Estratégias utilizadas pelos alunos do Colégio Pedro II nos problemas de subtração (2 e 3)

Nas 43 produções analisadas, os alunos anotaram a sentença matemática, organizaram o cálculo no QVL e escreveram a resposta completa. O QVL foi desenhado com centena, dezena e unidade (C, D, U) em 30 soluções, apesar dos números envolvidos nos problemas 2 e 3 só possuírem duas ordens. O QVL foi desenhado também pelos alunos que usaram procedimentos diferenciados, como a contagem e o cálculo mental. Este resultado reafirma a valorização da estrutura de apresentação das soluções de problemas a despeito de sua compreensão, como já havia sido analisado no caso da adição.

Para exemplificar a uniformidade da apresentação da resolução no papel, trazemos a produção escrita do aluno AF21 para o problema 3:

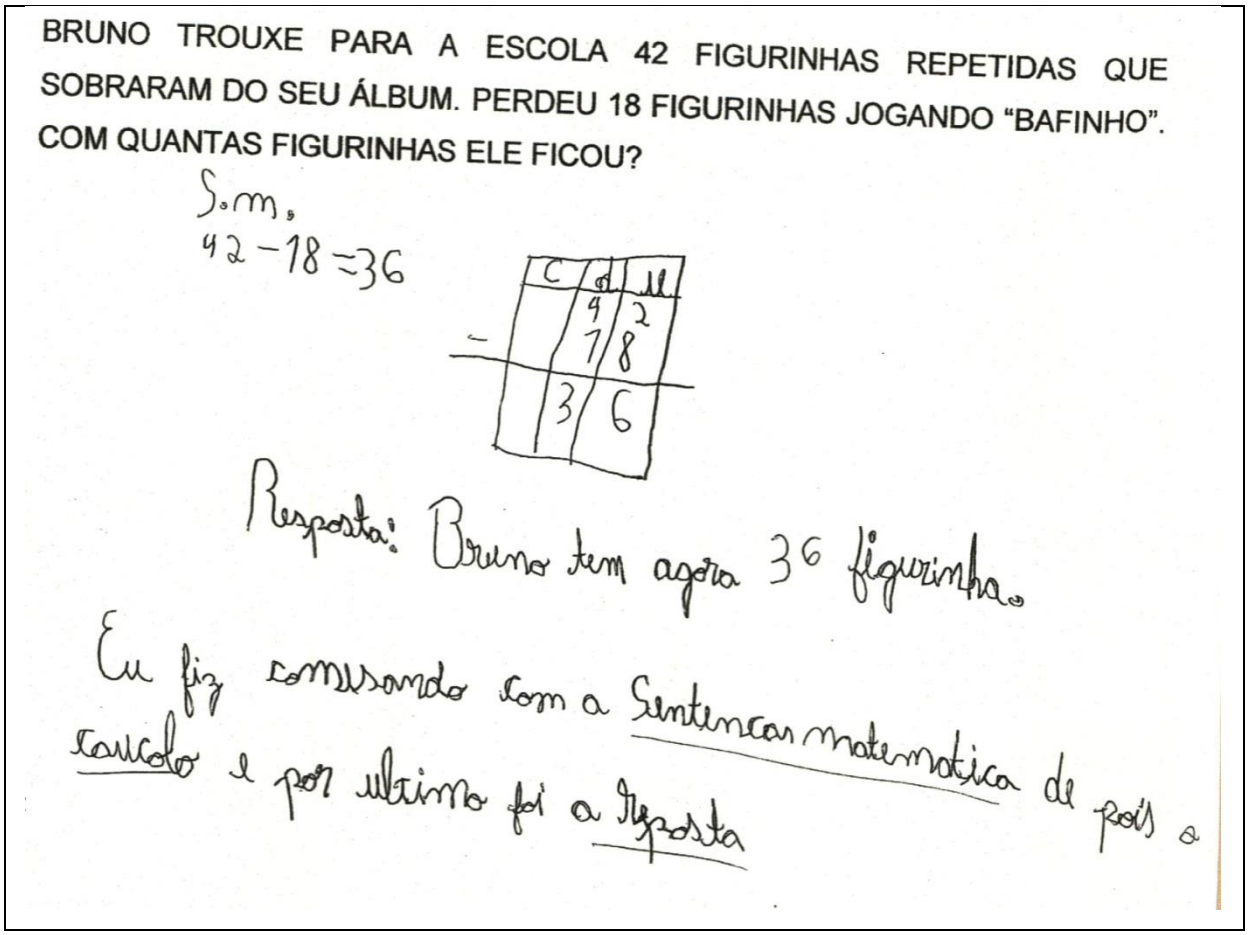


Figura 4.17 - Solução apresentada pelo aluno AF21

Nota-se que este aluno, além de escrever a sentença, o cálculo e a resposta ainda fez o registro dos passos que seguiu. Esta ação deve ter sido realizada, pois no início da atividade solicitei que escrevessem no papel como haviam pensado, como haviam resolvido o problema. Poucos alunos atenderam a esta solicitação, talvez por falta de hábito e, portanto, por não saber como fazê-lo, o que deveria ser escrito. A anotação sobre a sequência de passos como fez AF21, também foi encontrada em outros dois registros dos problemas 2 e 3, um deste mesmo aluno e o outro do aluno AF5. AF5 e AF21 procederam da mesma forma nos problemas de adição. Isso evidencia que a compreensão que eles tem sobre o "como" resolveram está associada apenas ao cumprimento dos passos, certamente valorizados e exigidos pelo professor.

As estratégias de resolução dos problemas de subtração foram: dois alunos utilizaram procedimentos de contagem, dois desenvolveram estratégias pessoais empregando cálculo mental e 35 utilizaram o algoritmo convencional da subtração.

Além destas 39 produções, quatro alunos não compreenderam a situação do problema e efetuaram uma adição, e/ou utilizaram todos os números do enunciado, como nos três registros abaixo:

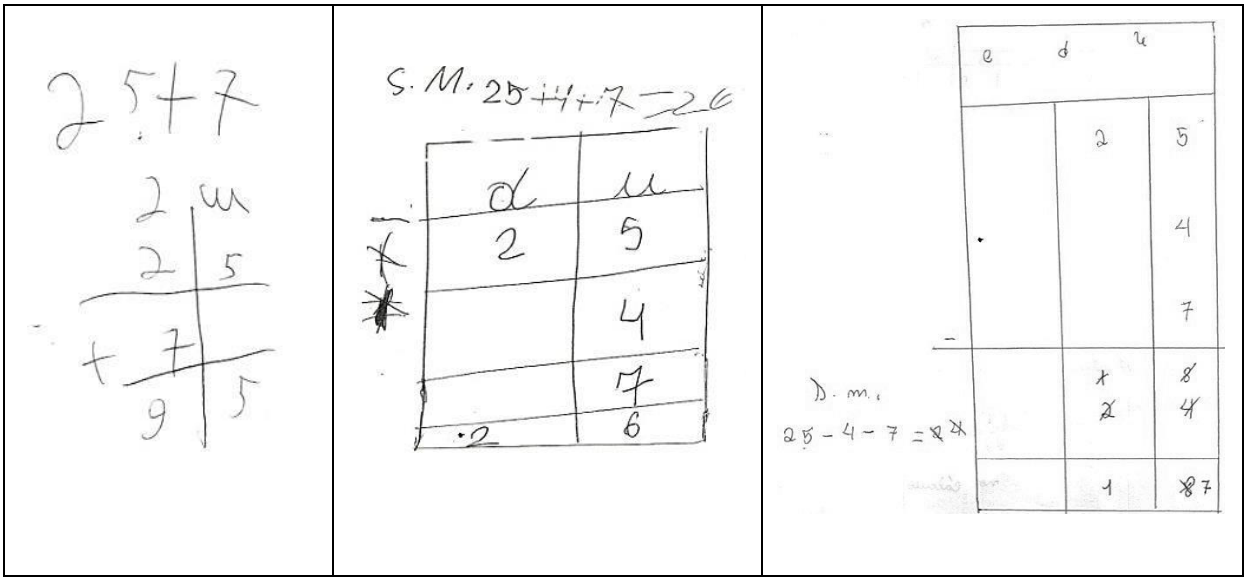


Figura 4.18 – Cálculos realizados pelos alunos AF3, AF23, AF14 no problema 2

A crença predominante é que resolver problemas é utilizar os números do enunciado e realizar uma conta. Para evitar que os alunos tenham este tipo de crença, Mandarino e Belfort (2005, p. 78) indicam a necessidade do trabalho com tipos variados de problemas: “problemas que admitem mais de uma solução; problemas com dados em excesso, ou dados em falta, que também proporcionam ricos momentos de desenvolvimento para a capacidade de análise dos alunos.” Enfim, as autoras sugerem que resolver problemas seja “uma oportunidade de analisar situações, tomar decisões e investigar estratégias.”

Os alunos que utilizaram contagem, organizaram a conta no QVL e depois fizeram uma contagem regressiva de 25 a 18, como se nota no relato a seguir:

PE: “Como você resolveu?”

AF24: “Fui tirando do número até chegar no 18.”

PE: “Como você foi tirando: na cabeça, nos dedos?”

AF24: “Na cabeça, diminuindo um número de cada vez, até tirar 7.”

Apesar de terem utilizado estratégia diferente, só houve o registro do cálculo no QVL. Não houve anotação de como o aluno realmente pensou para calcular. A estrutura de resolução ensinada foi tão preponderante que eles voltaram a ela para colocar o resultado encontrado por outro processo.

Dois outros alunos, apesar de também apresentarem suas soluções com a estrutura já evidenciada, relataram terem usado estratégias pessoais de cálculo. O aluno AF4, para calcular 25-7, contou ter tirado cinco de 25, depois dois de 20 encontrando 18 como resultado.

O aluno AF24 relatou que para efetuar 42-18 contou que primeiro “tirou 10 na cabeça”, depois tirou mais 8 e chegou a 24. Percebe-se que estas estratégias envolveram cálculo mental e flexibilidade para operar com os números. AF24 utilizou o que Fuson (apud Golbert, op. cit., p. 97) denominou “método de começar com um número. Consiste em começar com um número e andar para frente ou para trás, por dezenas e unidades.”

Observa-se nas produções destes quatro alunos uma preocupação em realizar a estrutura que aprenderam para apresentar a solução. Mesmo depois tendo pensado de outra forma não registraram no papel o modo como realmente pensaram para calcular.

Das 35 produções em que houve a aplicação do algoritmo convencional da subtração em cinco pode-se notar que os alunos já conheciam o algoritmo da subtração com reagrupamento (subtração com reserva), porém não demonstraram compreensão clara deste conhecimento. Como se pode notar no relato de AF5 que nos contou como calculou 42-18:

AF5 – “2 não pode tirar 8. Aí eu peguei emprestado e botei o 1 aqui (apontou para o 12 formado). Aí fiz 12-8 e deu 4”

PE – “Quanto você pegou emprestado?”

AF5 – “Um.”

AF5 fez a troca que denominou como “peguei emprestado”, mas não compreendeu o valor posicional desta, pois afirmou que pegou um e não dez ou uma dezena. Nos demais registros pode-se verificar que os alunos não haviam aprendido o algoritmo convencional com reagrupamento, como já comentado, e tentaram inventar estratégias baseadas em seus conhecimentos prévios, apresentadas a seguir.

A estratégia mais comum foi a de calcular a subtração do maior para o menor. Devido a esta, oito crianças concluíram que a resposta 25-7 era 22, pois como não sabiam lidar com 5-7, fizeram 7-5. O registro do aluno AF6 evidencia este tipo de decisão:

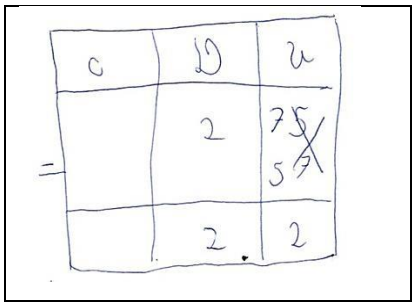


Figura 4.19 – Cálculo realizado pelo aluno AF6 para o problema 2

O aluno ainda explicou:

AF6 – “Botei 5-7, mas como eu sei que não pode tirar 7 de 5, então troquei.”

No problema três esta estratégia foi utilizada por 12 alunos. A resolução do aluno AF22 exemplifica este tipo de adaptação:

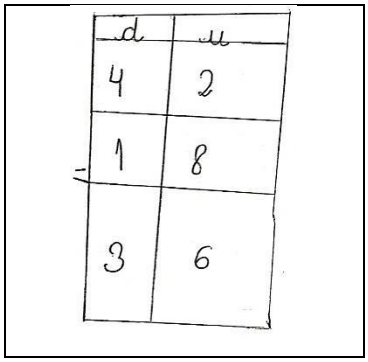


Figura 4.20 – Cálculo realizado pelo aluno AF22 para o problema 3

Trocar a ordem dos números ou algarismos de uma subtração para que a operação fosse possível foi um procedimento bastante observado, já que, como sabíamos, os alunos ainda não haviam aprendido o algoritmo convencional da subtração com recurso.

Zunino (1995, p. 67) encontrou resultados semelhantes em sua pesquisa com crianças que não haviam aprendido o algoritmo convencional da subtração. Os procedimentos que utilizaram foram: “somar em lugar de subtrair, inverter os termos da subtração (subtrair ao contrário), tirar do minuendo o que se pode tirar e não realizar a operação.” Neste último caso registraram com zero ou repetiram o minuendo.

Este mesmo impasse no cálculo de 5-7 gerou outra decisão, colocar zero como resultado. Os alunos AF1 (Figura 4.21) e AF15 concluíram que a resposta era 20 porque de 5 não “dava para tirar” 7, e esta impossibilidade acabou sendo registrada pelo zero nas unidades. Dois alunos fizeram isto no cálculo 42-18 diante da dificuldade de subtrair 8 de 2 e por isso registraram 30 como resultado. Fuson

(apud GOLBERT, op. cit., p. 79) detectou que este pensamento é comum, as crianças sabem “que a subtração não é comutativa, mas desconhecem como obter mais unidades para poder subtrair. Então elas colocam o zero para indicar que não foi possível fazer a subtração.”

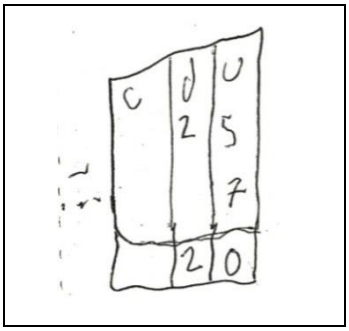


Figura 4.21 – Cálculo realizado pelo aluno AF1 para o problema 2

Já as alunas AF11 (Figura 4.22) e AF19 trocaram o algarismo das unidades de 42 por 48, para que a subtração fosse possível, como explicaram nas entrevistas.

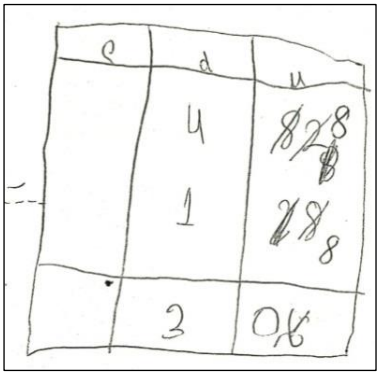


Figura 4.22 – Cálculo realizado pelo aluno AF11 para o problema 3

4.4.4 – Análise dos resultados encontrados pelos alunos do Colégio Pedro II para os problemas de subtração (2 e 3)

Apresentamos na Tabela 4.6 os resultados encontrados pelos alunos para os problemas 2 e 3.

Tabela 4.6 – Resultados encontrados no problema 2

Problema 2 - A turma de 1º ano da escola possui 25 alunos. No dia 4 de agosto faltaram 7 alunos. Quantos alunos foram para escola?

	Resultado	**Quantidade**	**Porcentagem**
Resultado correto	18	5	22,72%
Resultados incorretos	08	1	4,54%
	20	2	9,09%
	22	8	36,36%
	23	1	4,54%
	26	1	4,54%
	32	1	4,54%
	55	1	4,54%
	95	1	4,54%
Não conseguiu concluir qual seria o resultado		1	4,54%
Total		22	100%

Dos cinco alunos que acertaram, dois calcularam por contagem, um por cálculo mental e dois pelo algoritmo convencional. Todas as respostas incorretas resultaram da tentativa de aplicar o algoritmo convencional.

O registro classificado como “não conseguiu concluir qual seria a resposta certa” foi de um aluno que encontrou 17 como resposta, mas na entrevista percebeu que havia errado e não conseguiu refazer o problema de outra forma.

Notamos que o problema foi resolvido com grande dificuldade pela turma, apenas 22,72% de respostas corretas. Tal resultado foi surpreendente, já que os números envolvidos no problema eram pequenos, o que possibilitava várias formas de calcular: uso de desenhos para representação, dos dedos para contar regressivamente. Porém os alunos demonstraram estar tão acostumados a calcular usando o algoritmo que sequer buscaram outra estratégia. Nagy-Silva e Buriasco (2008, p. 30) comentam que num ensino baseado em memorização e repetição de procedimentos, “o aluno, então, não precisa refletir seja sobre quais estratégias pode utilizar, seja sobre de quantas maneiras pode abordar o mesmo problema; enfim, ele parece não precisar ‘pensar’, mas, sim, repetir, corretamente, o que o professor faz.”

Outra dificuldade para a resolução do problema 2 foi o fato do enunciado conter um dado desnecessário para sua resolução. Conforme comentamos no Capítulo 1, a modificação da estrutura dos problemas pode gerar dúvidas e dificuldades quando os alunos estão habituados a sempre resolver problemas usando todos os números do enunciado, da mesma maneira e sem interpretar de forma mais global a situação.

Quatro alunos não compreenderam a situação e não conseguiram identificar a operação e/ou os números que deveriam ser utilizados no cálculo.

Nota-se que os resultados 26, 32, 55 e 95 poderiam ter sido avaliados como errados pelos próprios alunos, visto que o enunciado informava que na turma havia 25 alunos e perguntou quantos foram à escola, pois faltaram alguns. Fato que evidencia, mais uma vez, que o desenvolvimento de competências previstas no planejamento da escola não foram valorizadas, dando-se ênfase ao cumprimento de rotinas.

A seguir apresentamos o desempenho da turma no problema 3.

Tabela 4.7 – Resultados encontrados no problema 3

Problema 3 - Bruno trouxe para a escola 42 figurinhas repetidas que sobraram do seu álbum. Perdeu 18 figurinhas jogando “bafinho”. Com quantas figurinhas ele ficou?

	Resultados	**Quantidade**	**Porcentagem**
Resultado correto	24	3	14,28%
Resultados incorretos	16	1	4,76%
	22	1	4,76%
	30	4	19,04%
	36	12	57,14%
Total		21	100%

Dos três alunos que acertaram, dois calcularam usando o algoritmo convencional e um por estratégia pessoal de cálculo mental. Todas as respostas incorretas foram encontradas na tentativa de aplicar o algoritmo convencional da subtração.

Neste problema houve um número de acertos relativamente pequeno (14,28%), ainda menor do que no problema da quantidade de alunos que não faltaram à aula. A maioria dos erros cometidos foi causada pela tentativa de adequar

o que já sabiam do algoritmo da subtração para situações envolvendo reagrupamento e pelo desconhecimento de outra forma de calcular.

4.5 – As estratégias utilizadas, os resultados encontrados e sua relação com as práticas de ensino vivenciadas pela turma da escola municipal

A escola municipal situada em Duque de Caxias atendia, em 2012, da Educação Infantil ao 9º ano e possuía 35 turmas divididas em dois turnos. Quatorze turmas no Ciclo de Alfabetização (1º ao 3º ano) e a maior parte destas funcionava no 2º turno. A quantidade de alunos no ciclo era de 25 a 27 por turma. A clientela era, em sua maioria, composta por crianças moradoras das comunidades próximas. A baixa participação dos pais no processo educacional foi uma das problemáticas apontadas pela equipe pedagógica. Outro fator citado foi o barulho excessivo dentro da escola, devido à sua estrutura física.[29]

Segundo a coordenadora pedagógica, a escola segue a proposta pedagógica estabelecida pela Secretaria Municipal de Duque de Caxias e anualmente são definidos, junto com os professores, temas relevantes para serem abordados. A equipe pedagógica era composta por dois orientadores pedagógicos e dois orientadores educacionais[30]. Sobre o ensino das operações matemáticas e sobre a resolução de problemas foi informado que no 1º ano são trabalhados os números, sem indicação de limitação, adição e subtração simples. No 2º ano adição e subtração com reagrupamento, a noção de multiplicação e de divisão. No 3º ano retomam com adição e subtração e chegam a ensinar o algoritmo da multiplicação e da divisão, dependendo do nível da turma. A resolução de problemas como atividade de aplicação é desenvolvida nos três anos de escolaridade.

Para acompanhar o trabalho realizado e o planejamento, a equipe pedagógica se reunia quinzenalmente com os professores, separados por ano de escolaridade. A formação continuada de professores faz parte do calendário escolar. No entanto, as reuniões dos grupos de estudo para esta finalidade foram agendadas, pela

[29] O prédio é do tipo CIEP.

[30] Conforme comentado na introdução, nesta rede de ensino, as funções destes, apesar de possuírem pontos em comum, são bem diferenciadas. Aos orientadores pedagógicos cabe contribuir com a formação dos professores, intervenção nas questões pedagógicas da escola; aos orientadores educacionais é atribuído o papel de atuar nas questões relativas aos alunos (faltas, disciplina, dificuldades na aprendizagem) e responsáveis (atendimentos, orientações).

SME[31], para datas próximas a feriados e, portanto, foram suspensas. Por isso, segundo as orientadoras, até a data de realização da entrevista[32], ainda não havia sido realizado grupos de estudo. Alguns cursos de formação foram oferecidos pela Secretaria Municipal de Educação, estes foram de adesão facultativa e fora da carga horária do professor.

Em geral, há alta rotatividade de professores no 2º turno. A maioria não possui a matrícula vinculada à escola, apenas faz dobra[33] lá. No final de cada ano letivo, eles retornam para a unidade educacional de origem. No ano seguinte poderão fazer hora extra novamente na escola onde houver vaga. Segundo relato das orientadoras, esta situação tem ocasionado troca constante de professores, principalmente dos que atuam nos primeiros anos de escolaridade por funcionarem no 2º turno.

Os materiais didáticos e alguns jogos ficam na sala da equipe pedagógica, em local de fácil acesso. Quando querem utilizá-los os professores os levam para a sala de aula. Os disponíveis são: material dourado, blocos lógicos, mercado imobiliário, batalha naval, barra de medidas, tangran, disco de frações, Uno, resta 1. Fica a critério do professor o que usar e quando, não há previsão nos planejamentos.

A turma do 3º ano em que foi realizada a pesquisa era composta por 25 alunos de oito a nove anos. O grupo foi receptivo e participativo nas atividades propostas.

A professora da turma nos contou que cursou o Normal Superior no ISERJ[34]. Atua na educação desde 2005, nessa escola desde 2010, com a mesma turma. Não realizou cursos e leituras relacionados à Educação Matemática. Expressou possuir interesse, porém não conseguiu horário para cursar o Pró-Letramento em Matemática.

A professora declarou que elaborou sozinha o planejamento das aulas, porém também relatou que ocorreram reuniões de planejamento com outros professores de mesmo ano e que havia uma pasta para troca de atividades. Segundo a professora, a equipe pedagógica também trouxe algumas sugestões. O foco no 3º ano é a

[31] Secretaria Municipal de Educação de Duque de Caxias
[32] A entrevista foi realizada em setembro de 2012.
[33] Na rede escolar de Duque de Caxias, quando há carência de professores é permitida a realização de "dobras", ou seja, o professor trabalha em dois turnos. A matrícula fica em uma escola e a dobra pode acontecer na mesma ou em outra unidade de ensino.
[34] Instituto Superior de Educação do Rio de Janeiro

continuação da alfabetização em língua materna, mas também desenvolvem conteúdos de Matemática.

Não utilizou livro didático de Matemática porque não gostou dos disponíveis na escola. Preferiu utilizar as sugestões de alguns livros variados, trazidas pelos outros professores ou pela equipe pedagógica adequando estas às necessidades dos alunos. A professora declarou que no 3º ano não utilizou materiais concretos para ensino de Matemática, mas que usou bastante no 1º e 2º anos (tampinhas, material dourado). Explicou que agora os alunos querem realizar os cálculos mentalmente. Também contou que não utilizou jogos específicos para o desenvolvimento do raciocínio lógico-matemático, apenas competição para a resolução de contas. Mandarino (2006) verificou o mesmo em sua pesquisa; os professores que declararam usar jogos, na prática realizavam disputas entre grupos envolvendo acertos ou velocidade na execução das atividades, conforme apresentado no Capítulo 1.

Também relatou que realizou correções dos exercícios de forma coletiva no quadro, junto com eles, enquanto os alunos corrigiam em seus cadernos. Algumas vezes fez correções individuais, diretamente nos cadernos dos alunos.

Os conteúdos trabalhados foram: técnicas operatórias de adição (simples e com reserva), de subtração (simples e com recurso) e de multiplicação de números com um algarismo. Declarou que desde o 2º ano ensinou as crianças a registrarem as “contas na vertical”, mesmo para os fatos básicos (operações entre dois números de um algarismo). Trabalhou a resolução de problemas procurando desenvolver o raciocínio lógico.

A parte do planejamento curricular da escola para o 3º ano que trata especificamente do ensino das operações matemáticas e da resolução de problemas é apresentada no Quadro 4.3:

Quadro 4.3 - Planejamento anual/2012 do 3º ano de escolaridade

Núcleo Temático	Conteúdos Conceituais	Conteúdos Procedimentais	Conteúdos Atitudinais
Número	➢ Aplicar corretamente os algoritmos da adição, da subtração, multiplicação e divisão. ➢ Aplicar nos problemas diários o raciocínio lógico.	➢ Resolver situações cotidianas que envolvam as diferentes estratégias e diferentes registros.	➢ Praticar no seu dia-a-dia os cálculos aprendidos. ➢ Apresentação lógica das ideias.

Fonte: Planejamento curricular anual fornecido pela coordenação

Observa-se no Quadro 4.3 que o planejamento indica o desenvolvimento de diferentes estratégias para resolver problemas e diferentes registros. Porém para os cálculos o foco é o ensino dos algoritmos, sem previsão de desenvolverem formas diferenciadas de calcular, como também o cálculo mental e por estimativa. Estes objetivos planejados desconsideram outros conteúdos conceituais e procedimentais sugeridos nos PCN e a Proposta Pedagógica da Secretaria Municipal de Duque de Caxias, como o uso da decomposição para a realização de cálculos mentais e por estimativa, bem como o desenvolvimento de competências ligadas à análise dos resultados.

Desta proposta foi utilizada a ideia da resolução de problemas utilizando diferentes estratégias e diferentes registros. Parte do documento da Secretaria Municipal de Educação do município é apresentada no Quadro 4.4:

Quadro 4.4 – Conteúdos Procedimentais de Matemática para o Ciclo de Alfabetização

- Resolução de problemas utilizando diferentes estratégias de cálculo e diferentes registros;
- utilização da decomposição dos números para a resolução de cálculos mentais;
- utilização de estimativas na análise de resultados;
- resolução dos desafios matemáticos utilizando diferentes estratégias de cálculo e diferentes registros.

Fonte: Proposta Pedagógica da Secretaria Municipal de Duque de Caxias, vol.2, p.68-69

O que mais chamou atenção nas produções dos alunos foi que muitos apresentaram dificuldade em interpretar os problemas e fizeram cálculos que não correspondiam à situação proposta. A crença de que deveriam utilizar todos os

números do enunciado para fazer um cálculo foi demonstrada por vários alunos da turma.

Apesar de serem orientados de que poderiam resolver os problemas como quisessem, todos tentaram solucionar indicando um cálculo organizado verticalmente. Somente três calcularam utilizando outras estratégias: contagem unitária ou regressiva.

Nas aulas observadas, a estratégia de resolução dos problemas predominante foi: quando as operações envolviam números de duas ordens ou mais, os alunos iniciavam pelo desenho (ou preparação) do QVL, depois escreviam os números neste quadro para iniciar a operação começando pelas unidades, depois as dezenas e assim por diante. Apesar de vários alunos terem tentado organizar o cálculo desta forma, alguns erraram no alinhamento das ordens e outros executaram corretamente, mas demonstraram não compreenderem alguns passos dos procedimentos[35].

Estas constatações refletem um trabalho voltado exclusivamente para o ensino dos algoritmos convencionais, atendendo ao que estava previsto no planejamento. A professora afirmou na entrevista que não havia realizado atividades para o desenvolvimento do cálculo mental, por estimativa ou que incentivassem o uso de estratégias diferenciadas para calcular, pois não constavam do planejamento.

Também foi percebida certa dificuldade dos alunos em expressarem, durante a entrevista, o que fizeram e pensaram para resolver os problemas. Alguns alunos apresentaram pouca desenvoltura para explicar como haviam resolvido e foi preciso fazer várias perguntas para conseguir compreender razoavelmente o que haviam feito, como nos exemplos:

PE – “Como você resolveu?”

AM1 – “Resolvendo, tia!”

PE – “Mas como?”

AM1 – “Armando a conta.”

PE – “Como é que você fez, conta para mim?”

AM7 – “Lendo.”

[35] Fato percebido, pois circulei pela sala e fiz perguntas a alguns alunos durante a realização das atividades.

PE – “Você leu primeiro. E depois?”
AM7 – “Armei.”
PE – “Armou a conta?”
AM7 – “Sim.”

PE – “Como você resolveu?”
(silêncio)
PE – “Como você fez esta conta? O que você fez primeiro?”
(novo período de silêncio)
AM12 – “O que que eu fiz?”
(novo período de silêncio)
PE – “Então, o que você fez primeiro, Fulano[36]?”
(novo período de silêncio)
PE – “Fala para mim como você fez esta conta?”

Foi necessário refazer com este aluno todos os passos da resolução para que conseguisse compreender um pouco como pensou.

Nas aulas observadas, durante a correção dos problemas propostos à turma, a professora direcionou a explicação das resoluções, como se pode notar no trecho do relatório da aula observada apresentado a seguir:

“No momento da correção, depois de ler o problema que eles resolveram: ‘Numa festa de aniversário, o palhaço distribuiu 282 sorvetes e ainda ficou com 18. Quantos sorvetes tinha o palhaço?’, a professora ressaltou que não se tratava de uma subtração e que eles precisavam somar 282 com 18 sorvetes que ficaram. Comentou que alguns alunos fizeram uma subtração e que por isso erraram. Organizou o cálculo de 282+18 no Quadro Valor de Lugar. Foi perguntando os resultados do cálculo e os alunos iam respondendo. Juntou as unidades e mostrou que formava uma dezena, fez o reagrupamento; agiu da mesma forma para reagrupar as dezenas e finalizou o cálculo. Falou que alguns alunos organizaram os números de forma errada no QVL pois confundiram as ordens e lhes lembrou novamente[37] de que precisavam colocar as centenas, dezenas e unidades alinhadas.“[38]

[36] Substituição para garantir o anonimato dos alunos.
[37] Já havia feito este lembrete no início desta aula.
[38] Fonte relatório da 1ª aula observada em 15/06/2012.

Somente na correção de um dos problemas ocorreu um diálogo mais longo com as crianças buscando compartilhar as estratégias utilizadas. Sendo assim pressupomos que a pouca desenvoltura dos alunos no momento da entrevista possa ter ocorrido porque não estavam acostumados a ter esta postura na sala de aula.

4.5.1 - Estratégias utilizadas pelos alunos da escola municipal nos problemas de adição (1 e 4)

Conforme vimos na Tabela 4.2 da página 78, nas 31 produções os alunos tentaram efetuar o algoritmo da adição para resolver os problemas. Não houve registro de estratégia diferente na resolução ou na maneira de calcular. Todos organizaram os números verticalmente, porém muitos não conseguiram ordenar “unidade embaixo de unidade, dezena embaixo de dezena...”, para depois adicionarem o que ficou registrado em cada coluna. Apenas quatro alunos desenharam o QVL para organizar os números do cálculo. Como exemplo, apresentamos na Figura 4.23 a produção do aluno AM3:

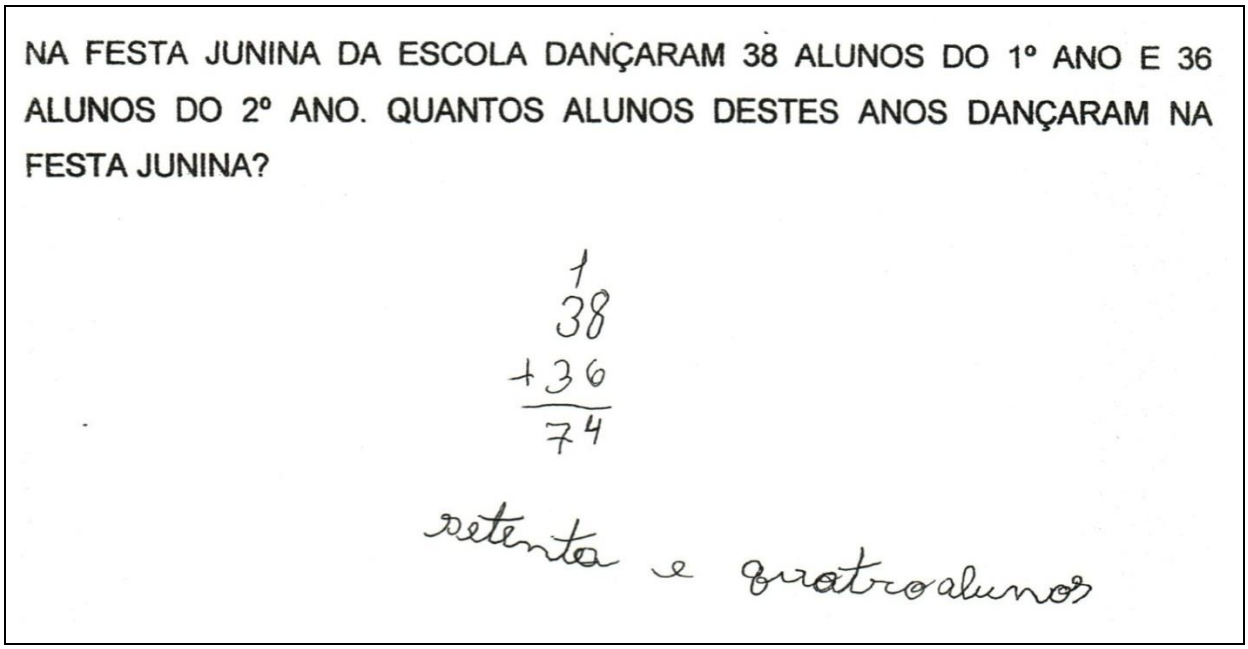


Figura 4.23 – Resolução realizada pelo aluno AM3

Em 18, das 31 soluções em que havia a utilização do algoritmo os alunos pareceram ter alguma compreensão dos passos deste procedimento, como se pode constatar nas declarações dos alunos AM3, AM11, AM20, AM21 feitas nas entrevistas individuais:

AM3 – “Por que aqui é unidade (apontou para as unidades), aí não pode passar de 10.”
AM11 – “Fiz 7+2+6 deu 15, subi o 1 para a dezena.”
AM20 – “Quando passa de 10 tem que subir o 1, então fica o 4 aqui (apontou para as unidades) e o 1 aqui (apontou para as dezenas).”
AM21 – “Se passar de 9, aí tem que subir o 1.”

Em 13 supomos que os alunos não compreenderam os motivos de alguns passos do procedimento devido a algumas declarações dadas nas entrevistas. Por exemplo, os alunos AM4, AM5, AM23, AM24 explicaram por que “subiram 1” para a dezena da seguinte forma:
AM4 – “Se eu não subir o 1 fica errado, ia ficar 2415.”
PE – “E por que tem que subir 1?”
AM4 – “Não sei não.”

PE – “Por que você subiu 1?”
AM5 – “Porque não pode ficar os dois números aqui juntos.”
PE – “Por que não pode?”
AM5 – “Não sei não.”

AM23 – “Não pode deixar dois números na unidade.”
PE – “Por que não pode?”
AM23 – “Porque a professora falou que não pode.”

AM24 – “Não pode ficar embaixo, junto não.”
PE – “Por que não pode?”
AM24 – “Tudo junto vai ficar tudo embolado.”

Frases como “não sei”, “a professora falou que não pode”, “vai ficar tudo embolado” levantaram dúvidas sobre a compreensão dos alunos sobre os passos que executaram.

A estratégia única, usada por esta turma, de resolução pelo algoritmo convencional da adição confirma o ensino exclusivo deste modo de calcular, como já

se poderia supor pelas entrevistas com a professora e a coordenadora, bem como pelo planejamento anual da escola.

No cálculo de 7+52+186, 11 alunos cometeram erros na aplicação da técnica ou na adição de alguma das ordens. Cinco alunos organizaram os números de forma equivocada e, por isso, misturaram centenas, dezenas e unidades no momento de adicionar. Esta desorganização dos algarismos nas ordens acarretou vários erros, como se pode observar na Figura 4.24:

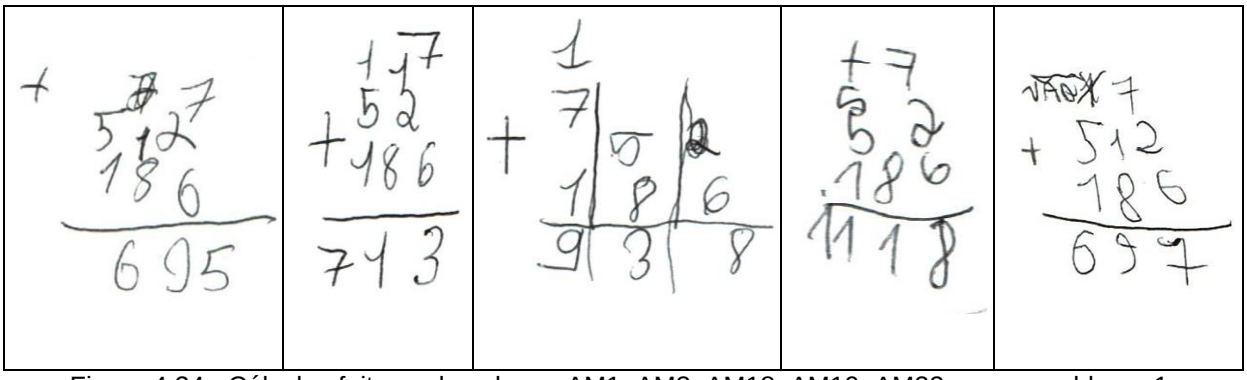


Figura 4.24 - Cálculos feitos pelos alunos AM1, AM3, AM18, AM19, AM22 para o problema 1, respectivamente

Estes exemplos demonstram que estes alunos provavelmente ainda não compreenderam o valor posicional dos algarismos nos números e sua importância para executar os passos do algoritmo.

O aluno AM12 não registrou corretamente os números do enunciado. Escreveu 152 + 186 em vez de 7+ 52 +186, seu registro escrito foi:

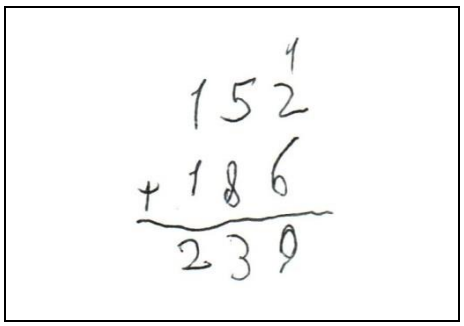


Figura 4.25 - Cálculo do aluno AM12 para o problema 1

AM12 contou que iniciou a conta pelas centenas, fez 1+1=2, depois 5+8=13, deixou 3 dezenas e colocou 1 nas unidades, em seguida 1+2+6=9. Mais uma vez se percebe uma tentativa de aplicação do algoritmo, sem domínio e compreensão.

Além destes erros no cálculo do problema 1, quatro alunos fizeram os reagrupamentos, mas realizaram alguma parte da adição incorretamente: dois erraram ao calcular 7+2+6 e dois a soma de 1+5+8.

No problema quatro só ocorreu um equívoco no cálculo do aluno AM14, na adição de 8+6, como mostra a Figura 4.26.

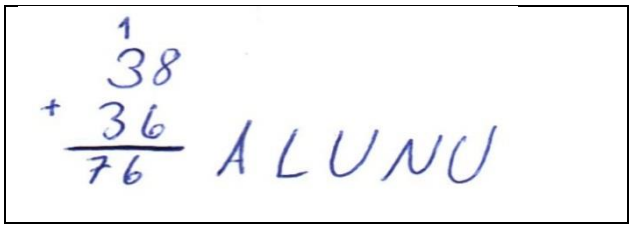


Figura 4.26 - Cálculo realizado pelo aluno AM14 para o problema 4

4.5.2 – Análise dos resultados encontrados pelos alunos da escola municipal para os problemas de adição (1 e 4)

Começamos mostrando, na Tabela 4.8, os resultados encontrados no problema 1.

Tabela 4.8 - Resultados encontrados no problema 1

Problema 1 - Na festa junina da escola vieram: 7 funcionários, 52 professores e 186 alunos. Quantas pessoas participaram da festa junina?

	Respostas dadas	Quantidade	Porcentagem
Resultado correto	245	5	31,25%
Resultados incorretos	234	1	6,25%
	235	1	6,25%
	239	1	6,25%
	244	1	6,25%
	255	1	6,25%
	695	1	6,25%
	697	1	6,25%
	713	1	6,25%
	938	2	12,50%
	1118	1	6,25%
Total		16	

Todos os resultados corretos e incorretos foram encontrados na tentativa de aplicar o algoritmo convencional da adição. Os cinco alunos que acertaram executaram corretamente o algoritmo realizando os reagrupamentos das unidades formadas para a dezena e das dezenas formadas para a centena, como se observa na Figura 4.27:

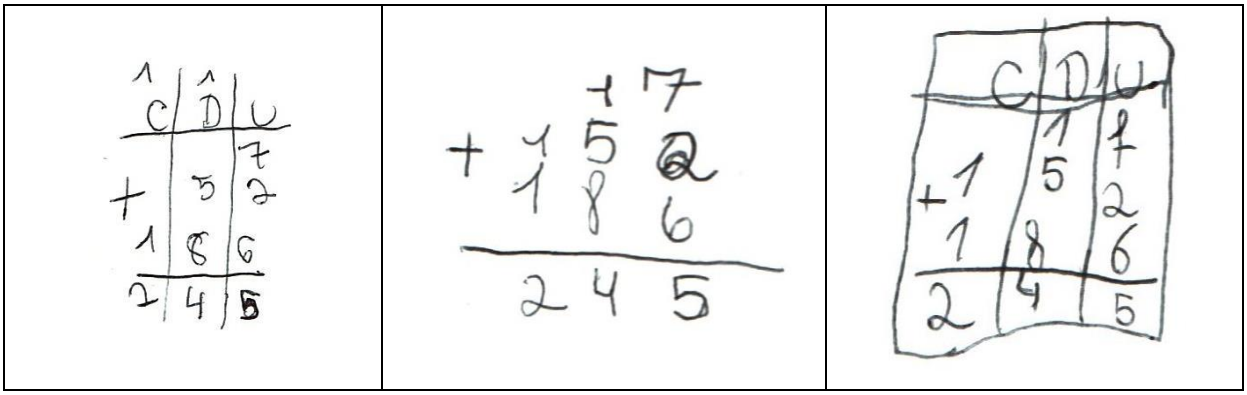


Figura 4.27 - Cálculos dos alunos AM4, AM11 e AM23 para o problema 1, respectivamente

Sistematizando a conclusão de como foi o desempenho da turma na resolução deste problema, houve um número pequeno de acertos (31,25%). Este resultado deve ter ocorrido porque o problema envolvia três números com quantidade de ordens diferente, um deles até centena. Fuson (apud Golbert, op. cit., p.76) relatou estudo em que foram elencados os erros mais frequentes cometidos na adição e mencionou:

> Os erros aparecem quando os números são escritos horizontalmente ou se são formados por multiunidades com diferentes valores, pois estas são situações que requerem conhecimento de que as multiunidades devem ser somadas de acordo com seus valores relativos.

As respostas: 695, 697, 713, 938, 1118 dadas por seis (37,5%) alunos demonstram que não costumam avaliar os resultados encontrados nos cálculos. Zunino (1995) encontrou erros semelhantes em suas pesquisas. Segundo esta autora, várias crianças se concentraram tanto em executar o algoritmo que perderam a noção da grandeza numérica do que estavam calculando. Um aluno que operasse usando o cálculo mental ou por estimativa concluiria que, com esta quantidade de pessoas, o resultado deveria estar entre 200 e 300.

A seguir, na Tabela 4.9, as respostas dadas ao problema 4.

Tabela 4.9 - Resultados encontrados no problema 4

Problema 4 - Na festa junina da escola dançaram 38 alunos do 1º ano e 36 alunos do 2º ano. Quantos alunos destes anos dançaram na festa junina?			
	Respostas dadas	**Quantidade**	**Porcentagem**
Resultado correto	74	14	93,33%
Resultado incorreto	76	1	6,66%
Total		15	100%

Todos os resultados foram encontrados na aplicação do algoritmo convencional da adição. Os 14 alunos que acertaram executaram corretamente o algoritmo realizando o reagrupamento das unidades formadas para a dezena, como se pode constatar em alguns exemplos apresentados na Figura 4.28:

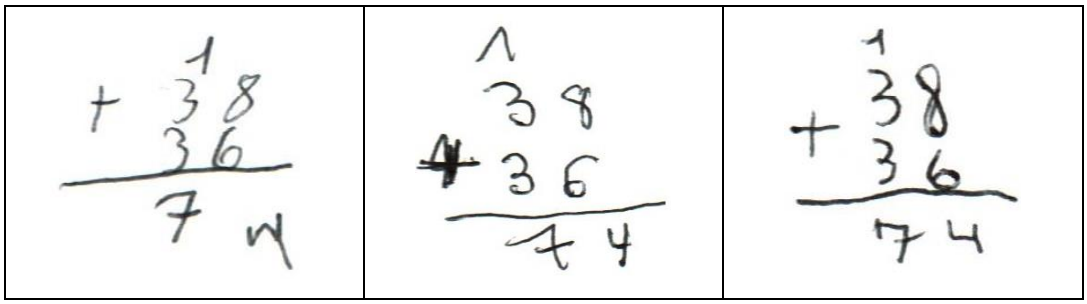


Figura 4.28 - Cálculos realizados pelos alunos AM1, AM4, AM11 para o problema 4, respectivamente

Neste problema, pelo fato envolver apenas duas parcelas e ambos os números terem duas ordens, o percentual de acertos foi bem superior ao do problema 1 (93,33%). Também houve melhor desempenho no momento dos alunos expressarem compreensão dos passos executados.

4.5.3 - Estratégias utilizadas pelos alunos da escola municipal nos problemas de subtração (2 e 3)

Os alunos resolveram os problemas 2 e 3 das seguintes formas: 16 executaram o algoritmo convencional da subtração, três relataram terem utilizado procedimentos de contagem e 12 não conseguiram identificar a operação e/ou os números que deveriam ser utilizados no cálculo. Destes 12, em quatro registros utilizaram os números corretos, porém foi realizada uma adição para solucionar o problema; em oito foram utilizados todos os números que faziam parte do enunciado, alguns destes foram transformados em outros números.

Dentre os 16 registros em que os alunos utilizaram o algoritmo da subtração, 13 pareceram ter compreendido o reagrupamento da dezena em dez unidades para realizar o cálculo, como se nota nos relatos de como resolveram 25-7:

AM4 – “5 não dá para tirar 7, aí eu pedi emprestado para o 2.”

PE – “Você pediu quanto emprestado para o 2?”

AM4 – “Uma dezena.”

PE – “E o 5 ficou valendo quanto?”

AM4 – “15, aí 15 tira 7 sobra 8. O 2 que deu emprestado ficou valendo 1, 1 tira 0, deu 1.”

AM20 contou:

AM20 – “5 não pode tirar 7, peguei 1 dezena e botei aqui (apontou para o desenho de 10 pauzinhos). Aí ficou 15 e tirei 7.”

Seu registro escrito foi:

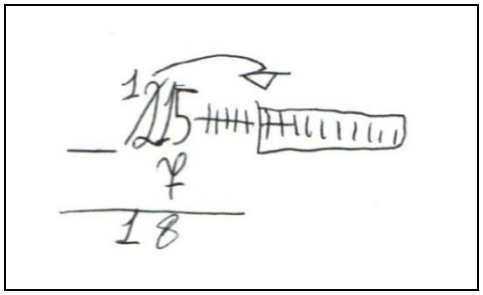


Figura 4.29- Cálculo do aluno AM20 para o problema 2

Dos três alunos que utilizaram estratégias de contagem, dois fizeram contagem unitária e um realizou uma contagem regressiva. Todos fizeram o registro vertical da subtração e, por isso, somente durante as entrevistas descobrimos a estratégia que realmente utilizaram. AM26 relatou ter desenhado 42 pauzinhos e tirado 18 para resolver o problema 3:

AM26 – “Dois menos oito não tem como tirar.”

PE – “E como você fez?”

AM26 – “Eu botei aqui, ó (apontou para o final da folha), quarenta e dois e tirei dezoito.”

AM26 fez o seguinte registro escrito:

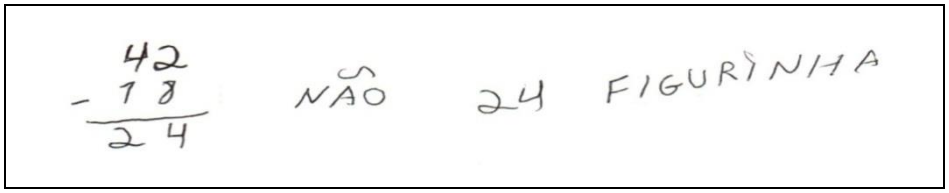


Figura 4.30 - Solução apresentada pela aluna AM26 para o problema 3

No final da folha da atividade, bem pequenininho, AM26 fez a representação gráfica utilizada na contagem:

Figura 4.31 - Representação gráfica utilizada na contagem realizada pela aluna AM26

Um aluno que resolveu o problema 2 usando a contagem unitária fez os desenhos numa das folhas finais do seu caderno e não houve registro na folha da atividade. Apenas nos contou:

PE – “Como você descobriu que 25-7 dá 18?”

AM1 – “Eu contei.”

PE – “Contou como?”

AM1 – “Fazendo pauzinho.”

PE – “Em que lugar você fez o pauzinho?”

AM1 – “No caderno.”

Estas duas resoluções, além do fato de não haver registro de contagem em outra produção da turma, pode significar que a estratégia de representação por desenho não é valorizada nessa sala de aula. Assim, sua utilização precisa ser “quase escondida”, no final do caderno ou bem pequenininho, no final da folha. Starepravo (2006, p. 46) alerta que “o saber instituído pelo professor tem um peso muito grande e, uma vez que é apresentado aos alunos, passa a ser como uma lei a ser obedecida. Além disso, o aluno sabe o que é esperado dele e acaba simplesmente cumprindo a expectativa.” Para mudar este panorama, é necessário que os alunos sejam desafiados a solucionar as atividades propostas de diferentes maneiras e a socializar os procedimentos por eles criados, com valorização destas produções pelo professor. Desta forma, o aluno se sentirá estimulado a usar seus conhecimentos para buscar uma solução e não apenas a seguir padrões únicos de resolução.

O aluno AM22 também organizou a operação verticalmente, porém durante a explicação da estratégia foi percebido que realizou uma contagem regressiva de 25 a 18 com o apoio dos dedos.

Dos erros apresentados, um aluno fez a adição 25+7=32 para resolver o problema e oito utilizaram todos os números do enunciado, como se pode verificar nas Figuras 4.32 e 4.33:

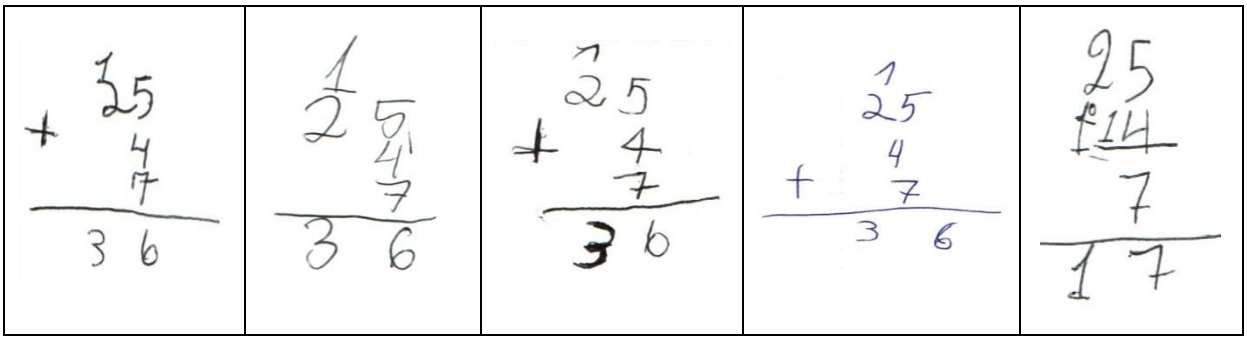


Figura 4.32 - Cálculos feitos pelos alunos AM11, AM18, AM21, AM26 e AM2 para o problema 2, respectivamente

Quatro alunos fizeram 25+4+7 e um tentou calcular 25-4-7. Três alunos usaram os números que apareceram no enunciado: 25, 4, 7 e os transformaram em 25+74, 25+47 (Figura 4.33).

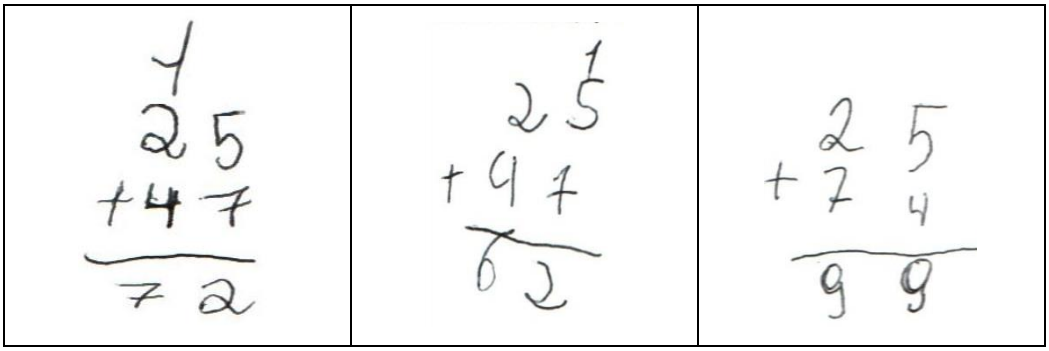


Figura 4.33 - Cálculos realizados pelos alunos AM3, AM12 e AM24 para o problema 2, respectivamente

Estes são exemplos da crença de que resolver o problema é usar os números do enunciado e fazer uma conta. Sobre esta situação, Nacarato alerta que:

> O que se observa, muitas vezes, é a falta de autonomia do aluno diante de uma situação-problema: ele se limita a esperar que a professora diga qual é a operação que deve ser feita ou, então, atira-se a fazer uma série de algoritmos desvinculados do contexto. É como se os alunos estivessem diante de um contrato didático implícito: diante de um problema, há que fazer cálculos. (op. cit., p. 89).

Constata-se, nos cálculos apresentados nas Figuras 4.32 e 4.33, a falta de compreensão do que é resolver um problema e até a ausência de senso numérico, nos casos em que os alunos modificaram os números.

Nagy-Silva e Buriasco (2008) constataram em suas pesquisas sobre produções escritas de alunos, do primeiro segmento do Ensino Fundamental, que “para muitos alunos resolver problemas é apenas juntar números e operar com eles,

demonstrando, assim, a não compreensão dos mesmos" (Ibid., p.45). Verificaram que:

> Muitas das dificuldades dos alunos estão ligadas à leitura e interpretação de enunciados matemáticos. Também podem estar relacionadas a defasagens, por parte dos mesmos, no desenvolvimento do raciocínio lógico-matemático, as quais podem contribuir para que as escolhas feitas não sejam encadeadas de maneira coerente. (Ibid. p. 39).

Três alunos também não conseguiram identificar corretamente a operação que deveria ser realizada para resolver o problema três, como apresentado na Figura 4.34:

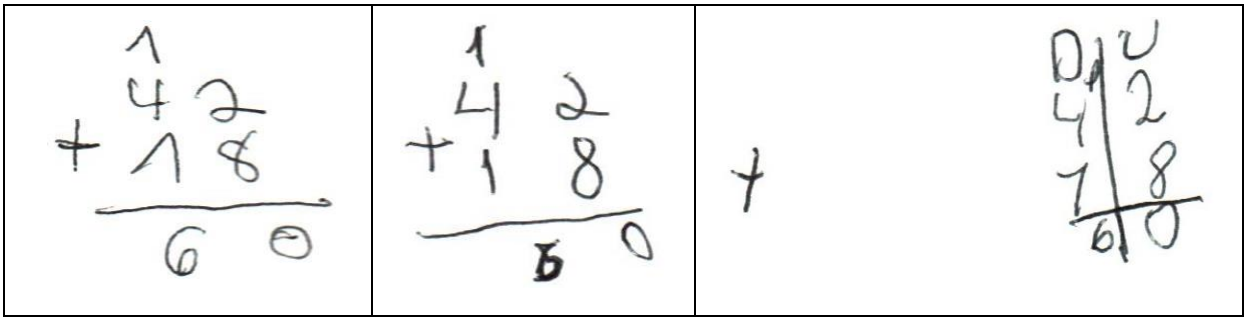


Figura 4.34 - Cálculos realizados pelos alunos AM4, AM e AM18 para o problema 3, respectivamente

Estes alunos não conseguiram explicar o motivo pelo qual haviam escolhido a adição. Nunes e Bryant (1997, p.30) destacam que "dominar um procedimento geral frequentemente não nos diz quando o procedimento é uma boa escolha para resolver um problema. Temos que entender a situação-problema a fim de pensar matematicamente sobre ela."

O aluno AM22 adaptou a subtração das unidades para poder retirar o menor do maior, por isso chegou a 36 como resposta para 42-18. Como já comentado, este é um erro comum entre as crianças dos anos iniciais.

AM14 errou na subtração das dezenas por não ter registrado que passou uma dezena e para as unidades. Seu cálculo foi:

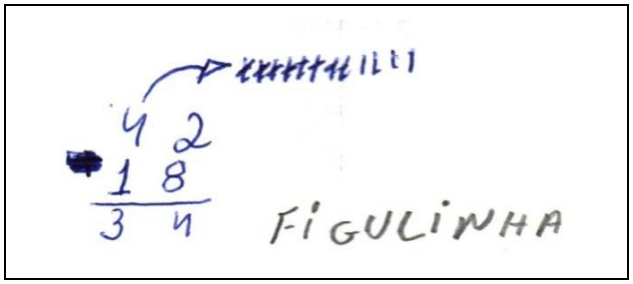


Figura 4.35 - Cálculo realizado pela aluna AM14 para o problema 3

Fuson (apud Golbert, op. cit., p. 79) comenta que este tipo de equívoco ocorre porque “as crianças se fixam somente numa parte do procedimento”. Passam uma dezena para as unidades, sem subtrai-la e violam o que o autor denominou de “princípio da equivalência.”

4.5.4 – Análise dos resultados encontrados pelos alunos da escola municipal para os problemas de subtração (2 e 3)

Para o problema 2, os alunos desta turma encontraram os resultados apresentados na Tabela 4.10.

Tabela 4.10 - Resultados encontrados no problema 2

Problema 2 - A turma de 1º ano da escola possui 25 alunos. No dia 4 de agosto faltaram 7 alunos. Quantos alunos foram para escola?

	Respostas dadas	**Quantidade**	**Porcentagem**
Resultados corretos	18	7	43,75%
Resultados incorretos	17	1	6,25%
	32	1	6,25%
	36	4	25%
	62	1	6,25%
	72	1	6,25%
	99	1	6,25%
Total		16	100%

Dos sete alunos que acertaram, cinco utilizaram o algoritmo da subtração, um calculou pela contagem unitária e um pela contagem regressiva.

Resultados como: 32, 36, 62, 72, 99 encontrados por 8 alunos (50%), evidenciam, mais uma vez, o não desenvolvimento de competências relativas à reflexão sobre as informações contidas nos problemas, o pouco desenvolvimento de habilidades de cálculo mental e por estimativa. Em contrapartida revelam a predominância de um ensino baseado nas técnicas algorítmicas, o que prejudica o desenvolvimento do raciocínio matemático.

O problema foi resolvido com dificuldade pela turma, apenas 43,75% das respostas estavam corretas. Tal resultado foi surpreendente já que os números envolvidos no problema eram pequenos, o que possibilitava várias formas de

calcular: uso de desenhos para representação, dos dedos para contar regressivamente. Porém os alunos demonstraram estar tão acostumados a usar o algoritmo que poucos (somente dois) perceberam a possibilidade de calcular de outra maneira. Outra constatação preocupante foi a não identificação, por muitos alunos da turma, da operação e/ou dos números que deveriam ser utilizados.

Segue a Tabela 4.11 com os resultados encontrados no problema 3.

Tabela 4.11 - Resultados encontrados no problema 3

Problema 3 - Bruno trouxe para a escola 42 figurinhas repetidas que sobraram do seu álbum. Perdeu 18 figurinhas jogando "bafinho". Com quantas figurinhas ele ficou?			
	Respostas dadas	**Quantidade**	**Porcentagem**
Resultado correto	24	8	53,33%
Resultados incorretos	14	1	6,66%
	25	1	6,66%
	34	1	6,66%
	36	1	6,66%
	60	3	20%
Total		15	100%

Dos oito alunos que acertaram o resultado, sete calcularam usando o algoritmo convencional e um usou a estratégia de contagem unitária[39].

Neste problema houve um número de acertos relativamente maior do que no problema dois (53,33%). Este possuía um nível de dificuldade menor por se tratar de um cálculo com dois números de duas ordens e por não haver dados desnecessários à resolução no enunciado.

4.6 – As estratégias utilizadas, os resultados encontrados e sua relação com as práticas de ensino vivenciadas pela turma da escola particular

A escola particular participante da pesquisa atendia, no ano letivo de 2012, da Educação Infantil ao 8º ano. Eram 25 turmas funcionando em dois turnos. As turmas dos anos iniciais do Ensino Fundamental continham 25 alunos. A escola recebe

[39] Estratégia em que a aluna desenhou 42 pauzinhos no final da folha e cortou 18, relatada junto às Figuras 4.30 e 4.31.

alguns filhos de funcionários e crianças oriundas, em sua maioria, dos bairros da zona sul do Rio de Janeiro, em geral, com boas condições socioeconômicas.

A proposta pedagógica, segundo a coordenadora pedagógica do Ensino Fundamental, é formulada por "vários mãos, tem gente que já saiu e ajudou a formular, tem gente que acabou de chegar" e está em constante atualização. Os fundamentos principais desta proposta são: "

> [..] a crença na democracia, na solidariedade e na fraternidade como valores universais; a busca da participação, da livre expressão e do respeito mútuo; a necessidade da escuta cuidadosa e amorosa das diferentes inquietações, necessidades, anseios e sonhos de cada pessoa, grupo, povo ou nação; a certeza de que a paz política, social e econômica é o único ambiente propício para o desenvolvimento humano. (Fonte: site da escola).[40]

Além destes fundamentos, todo ano elegem coletivamente um tema geral para o projeto a ser desenvolvido por toda comunidade escolar. Em 2012 o tema foi: O Bicho Inventor e visou que os alunos conhecessem as principais invenções humanas, as necessidades que motivaram estas invenções, assim como as implicações geradas por estas.

Sobre o ensino das operações matemáticas e sobre a resolução de problemas, a coordenadora pedagógica declarou que no 1º ano discutem o que é um problema, pensam em situações-problema cotidianas e posteriormente em problemas matemáticos. Os alunos são incentivados a fazer registros de diferentes soluções e há socialização das estratégias elaboradas por eles. A partir do 2º ano também são discutidas as estratégias que são mais econômicas.

Para o cálculo usam a decomposição dos números em dezenas[41] e unidades e estratégias de cálculo mental. É dada continuidade a este desenvolvimento no 3º ano, quando as crianças também aprendem a operar com o ábaco (representação, adição e subtração). No final do 1º semestre é apresentado o algoritmo convencional da adição e no início do 2º semestre, o da subtração.

Para acompanhar o trabalho realizado, há uma reunião semanal da coordenadora pedagógica com os professores do mesmo ano escolar. Além desta, há um encontro, com duração de três horas, entre todos os profissionais da escola, chamado de Colegiado. Neste são discutidas questões sobre o cotidiano escolar,

[40] O endereço eletrônico não será divulgado para garantir o anonimato da escola.
[41] Não nomeiam dezenas e unidades, "desmanchar o número" significa ver, por exemplo, quantos "dez" tem esse número.

levantamento de sugestões para o desenvolvimento do projeto da escola, temas para a formação continuada dos professores e realização do planejamento. A escola financia a participação de seus professores em cursos oferecidos em outros locais de formação, como, por exemplo, os de Educação Matemática, oferecidos pela Escola da Vila, em São Paulo.

A turma do 2º ano em que foi realizada a pesquisa era composta por 25 alunos de sete a nove anos. O grupo foi receptivo e participativo. Os algoritmos convencionais das operações matemáticas não haviam sido ensinados, pois, conforme já mencionado, não são previstos no planejamento do 2º ano.

A professora da turma é formada em Pedagogia e atua no magistério desde 1997. Em 2012 foi o seu terceiro ano nesta escola. Declarou que seus conhecimentos sobre Didática da Matemática foram obtidos por meio de cursos de formação continuada e do acesso a textos de alguns pesquisadores, em especial, das argentinas Délia Lerner e Patrícia Sadovsky.

Para o trabalho de Matemática desenvolvido com a turma, organizou seu planejamento nas reuniões com a coordenação pedagógica e com a outra professora do mesmo ano. Utilizaram parte do livro didático Projeto Prosa: Alfabetização Matemática, da autora Daniela Padóvan et all. (2008). No entanto, não seguiram a sequência do livro, selecionaram algumas atividades de acordo com a proposta da escola. Todos os anos as turmas do 2º ano trabalham também com o livro “Os problemas da Família Gorgonzola”, da autora Eva Furnari (2004). Este livro é usado tendo como objetivos que os alunos aprendam a ler e a selecionar os dados do problema, planejar estratégias próprias de resolução e formas de registro. Em aulas de resolução de problemas fizeram a socialização e o debate sobre as estratégias utilizadas, o que contribuiu para a ampliação das possibilidades de resolução conhecidas pela turma.

Foi relatado que utilizaram materiais variados de contagem e jogos, como: Memória de dez, Batalha de Composição sobre valor posicional, Jogo do Banqueiro com material dourado. Também prepararam um mercadinho para os alunos do 1º ano em que pesquisaram e analisaram preços, organizaram os itens trazidos, fizeram as etiquetas com os valores, calcularam o total das compras e os trocos. A descrição destas atividades pode ser encontrada no Anexo 1.

A professora trabalhou com a decomposição dos números em dezenas e unidades (desmanchar os números), com a organização de pares que formam dez e

a realização de sobrecontagem. Na resolução de problemas ela sugeriu que as crianças registrassem no papel como pensaram: com desenho, ícone, número e depois foram discutidas as estratégias mais econômicas.

A correção costuma ser feita coletivamente. Segundo a professora ocorre da seguinte forma:

PR – “Eles vão lá na frente explicar para os colegas, apresentar a estratégia e eu dou uma circulada para ver as resoluções que eu gostaria de chamar atenção do grupo. E a gente costuma ver pelo menos duas maneiras diferentes de resolver o problema.”

Pelas declarações das entrevistas e pelas aulas observadas, percebemos que o trabalho desta escola com as operações matemáticas e a resolução de problemas está em consonância com o que foi sugerido nos PCN, exposto no Capítulo 1. Incentiva-se a reflexão coletiva sobre as estratégias de resolução, a prática docente valoriza a troca de ideias entre os alunos por meio da socialização de diferentes estratégias de cálculo.

Quanto ao planejamento curricular do 2º ano, a escola propõe uma lista de conteúdos a serem desenvolvidos. Sobre a temática dessa pesquisa são indicados:

Quadro 4.5 – Conteúdos de Matemática da escola particular

CONTEÚDOS DE MATEMÁTICA
2º ANO
- Números e Operações: . Exploração dos procedimentos de cálculo; . Organização dos procedimentos de cálculo . Ideias das operações

Fonte: lista de conteúdos para o 2º ano fornecida pela coordenação pedagógica

O documento se refere a conteúdos, porém consideramos mais adequado denominá-los de temas ou de competências e habilidades a serem desenvolvidas ou até de capacidades. Nota-se, pelos relatos sobre o trabalho realizado no 2º ano, que este planejamento possui bem menos competências e habilidades do que efetivamente foi desenvolvido. Nesta lista só há três indicações que se referem à resolução de problemas e às operações, citados acima. Porém, pelo que foi relatado e observado, poderia ser acrescentado, no mínimo: cálculo mental, decomposição das escritas numéricas.

Nas resoluções dos problemas propostos nesta pesquisa, a estratégia mais utilizada pelos alunos desta turma foi a decomposição dos números em partes menores que facilitassem o reagrupamento das quantidades para realização do cálculo. Aplicaram este procedimento de forma diferenciada, dependendo do nível de compreensão de cada aluno sobre o Sistema de Numeração Decimal. Sobre esta questão, Golbert (op. cit., p. 117) afirmou que "é essencial que as crianças tenham a possibilidade de adaptar as estratégias ao seu nível de compreensão do sistema de numeração e usar estratégias inventadas que façam sentido para elas."

Além desta, outras estratégias foram percebidas, como: contagem e estratégias pessoais. Demonstraram autonomia para solucionar os problemas, flexibilidade nas operações com os números e desenvolvimento do cálculo mental. Estas estratégias confirmaram o que foi percebido nas aulas observadas:

- Grande autonomia dos alunos para resolver problemas e os cálculos envolvidos.
- Utilização do cálculo mental e da decomposição numérica, na maioria dos cálculos.
- Diversidade nas estratégias utilizadas para efetuar os cálculos e solucionar o problema. Em uma das aulas a proposta foi resolver o mesmo problema utilizando duas estratégias diferentes.
- Os registros demostraram que eles recorreram a formas de resolução que dão atenção ao contexto.

(Fonte: relatório das aulas observadas).

Durante as entrevistas, os alunos apresentaram desenvoltura para expressar oralmente a forma como solucionaram as atividades. Esta facilidade na expressão do pensamento parece ser consequência de um trabalho sistemático da escola neste sentido, conforme observado nas aulas. Nestas, os alunos foram instigados a explicar diante da turma sua resolução, enquanto todos os demais ouviam e procuravam entender o que o colega havia pensado. As dúvidas e erros nos resultados encontrados eram encarados com naturalidade. Os PCN sugerem que os professores estimulem deste tipo de relação aluno-aluno, conforme apresentado no Capítulo 1.

No relatório da escola sobre as aulas de Matemática, este trabalho também teve destaque:

> As aulas de Matemática foram recheadas de conversas sobre os diferentes "jeitos" de pensar. Compartilhando com os amigos o seu raciocínio de cálculo, as crianças foram diversificando e aprendendo novas formas de se chegar a um mesmo resultado. (Fonte: Relatório das atividades realizadas no 2º semestre pela turma, disponível no site da escola).

Segundo Kamii (2002) justificar a forma como pensou para resolver o problema é muito benéfico, porque quando explicamos nosso próprio pensamento, nós pensamos não somente neste, “mas também em como o ouvinte está entendendo o que estamos dizendo.” (Ibid., p.152).

Todos os alunos identificaram a operação matemática e os números envolvidos nos cálculos dos problemas propostos. Provavelmente resultado de um trabalho voltado para o desenvolvimento da compreensão mais ampla dos dados dos problemas, conforme relato da professora e da coordenadora pedagógica. Esta informação também foi evidenciada no relatório sobre o que foi desenvolvido com a turma:

> No trabalho com problemas, fazemos a análise dos mesmos para chegarmos à resolução. Vemos os dados, localizamos as informações relevantes, localizamos a pergunta, procuramos entender a “história” que o problema traz para pensar em como resolver. (Fonte: Relatório das atividades realizadas no 1º semestre pela turma, disponível no site da escola).

A seguir detalhamos as estratégias que os alunos utilizaram para solucionar os problemas de adição.

4.6.1 - Estratégias utilizadas pelos alunos da escola particular nos problemas de adição (1 e 4)

Em 32 produções os alunos organizaram o cálculo horizontalmente, fizeram a decomposição dos números envolvidos em grupos de 100, 10 e/ou 1 ou em partes convenientes para o cálculo mental. Estas decomposições possibilitaram a realização do cálculo através da contagem da anotação dos números feitos, com o apoio dos dedos e/ou por cálculo mental. Utilizaram flechas para organizar as decomposições e os reagrupamentos realizados. Alguns demonstraram mais autonomia e compreensão do Sistema de Numeração Decimal, outros ainda precisaram decompor os números em partes bem pequenas. Dentre estas

produções, em cinco, os alunos tentaram realizar a decomposição dos números e a organização dos registros de cálculos parciais por meio de flechas, mas cometeram equívocos quanto ao valor posicional e/ou às propriedades do SND. Em dois registros os alunos realizaram contagem: um demonstrando domínio da sobrecontagem e outro aplicando a contagem unitária das quantidades. Em cinco produções houve emprego de estratégias pessoais de cálculo, nestas os alunos evidenciaram flexibilidade mental para operar com os números e desenvoltura no cálculo mental.

Um exemplo de como organizam a resolução apresentamos, na Figura 4.36, a solução do aluno AP16:

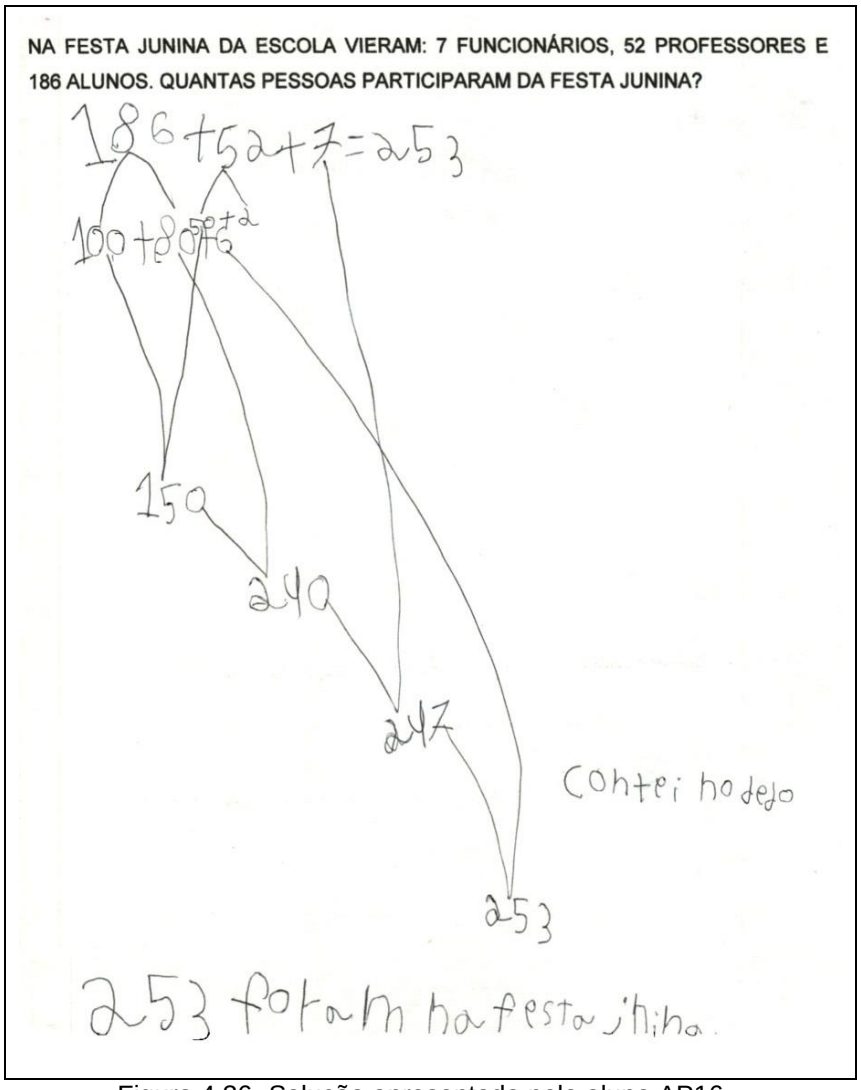


Figura 4.36- Solução apresentada pelo aluno AP16

Conforme o padrão da turma, AP16 utilizou a decomposição dos números, as flechas para indicar os resultados parciais e as somas realizadas; anotou que contou no dedo para adicionar quantidades. Nesta produção se nota a habilidade de cálculo

mental e a compreensão do Sistema de Numeração Decimal. Em outras 12 soluções também percebemos estas características. Nestas os alunos desmembraram os números em agrupamentos maiores, sem a necessidade de decompor dezena por dezena, unidade por unidade para calcular, como ocorreu nas soluções apresentadas na Figura 4.37:

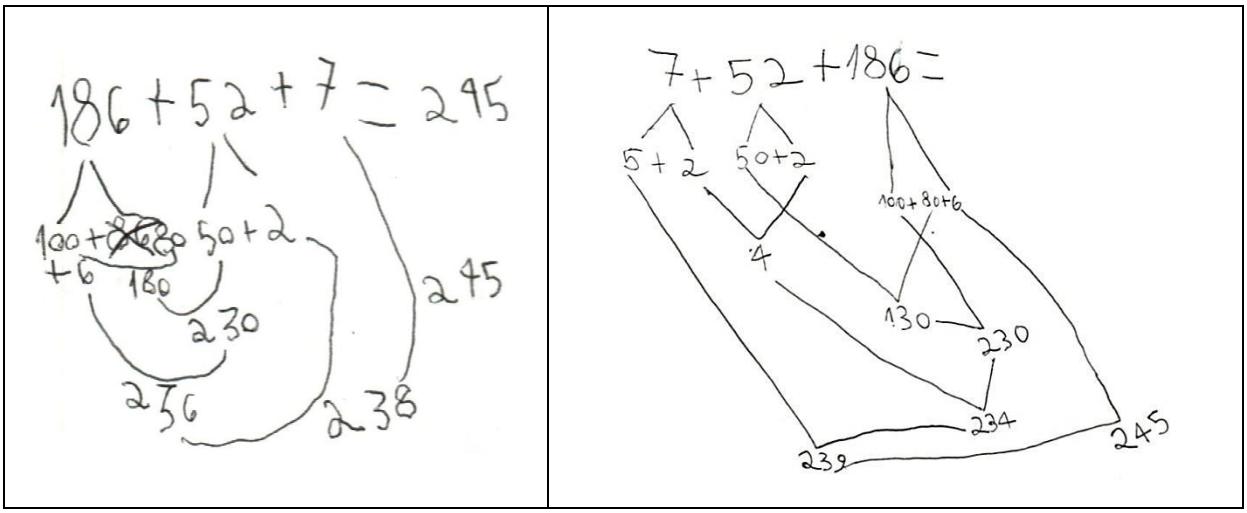


Figura 4.37 - Soluções apresentadas pelos alunos AP4 e AP14 para o problema 1, respectivamente

Estes exemplos evidenciam que, apesar de a estratégia de decomposição dos números para somar ser utilizada pela maioria dos alunos, a ordem do que realizam a seguir pode variar bastante. Por meio das entrevistas também verificamos que é comum os alunos recorrerem aos dedos para fazer as adições parciais, fato relatado pelos dois alunos que realizaram as produções da Figura 4.37.

AP6 reagrupou as quantidades de forma diferente, mas manteve o número 100 inteiro para calcular, como se pode ver na Figura 4.38:

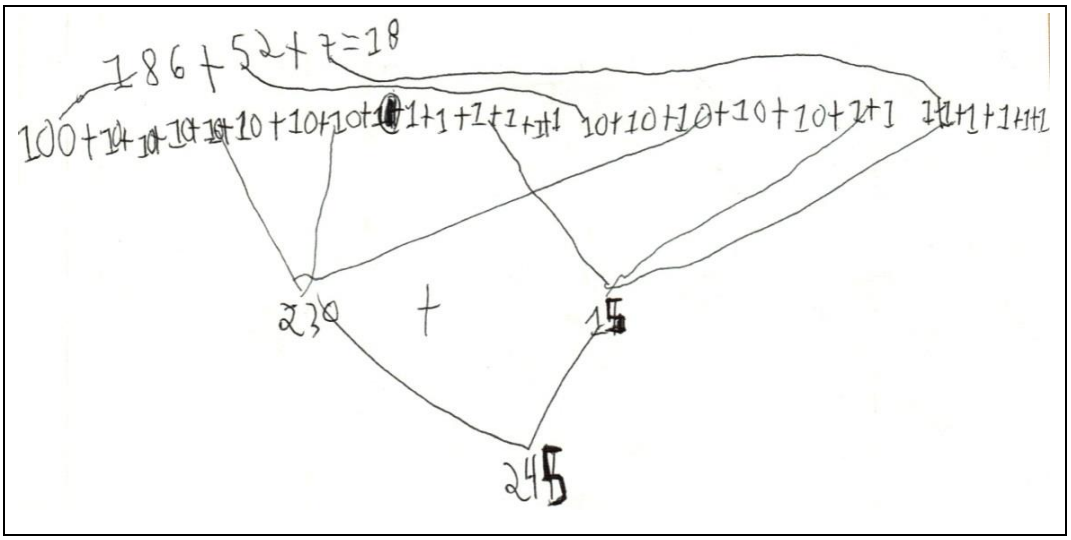


Figura 4.38- Solução apresentada pelo aluno AP6 para o problema 1

O aluno decompôs todos os números em grupos de 100, 10 e 1. Somou 100 com os grupos de 10, juntou todas as unidades. Depois calculou 230+15. Para fazer esta conta, o aluno declarou:

PE – “Como você sabe que 230 mais 15 dá 245?”

AP6 – “Eu botei o 10 de 15 e formou 240, sobrou 5, deu 245.”

Para calcular 38+36 os alunos que evidenciaram maior domínio fizeram:

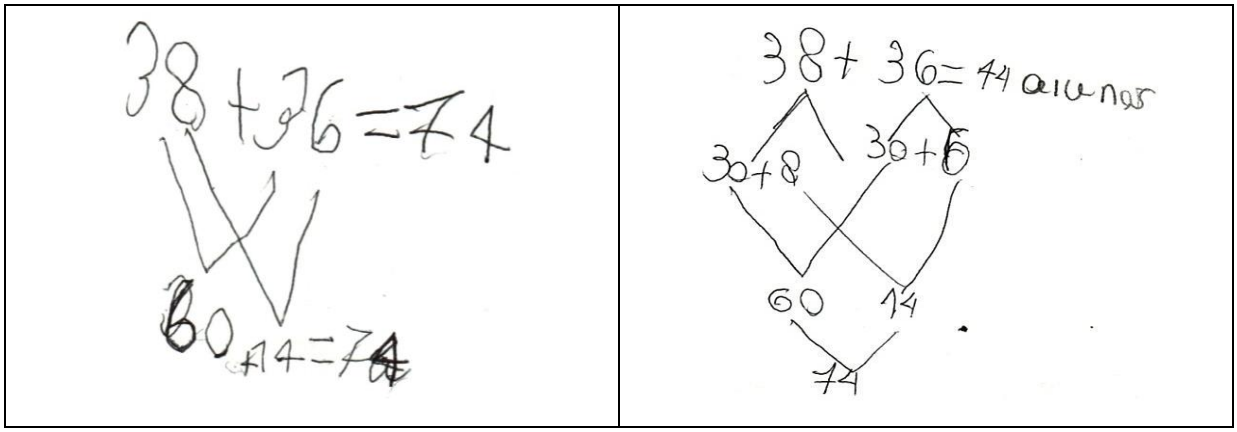


Figura 4.39- Soluções apresentadas pelos alunos AP1 e AP21 para o problema 4, respectivamente

Percebe-se que AP1 já somou direto a partir dos números, ele explicou como calculou 60+14:

AP1 – “Juntei 10 de 14 com 60 e deu 70, mais 4, 74.”

AP14 realizou suas decomposições buscando formar grupos de dez, como se pode verificar na Figura 4.40:

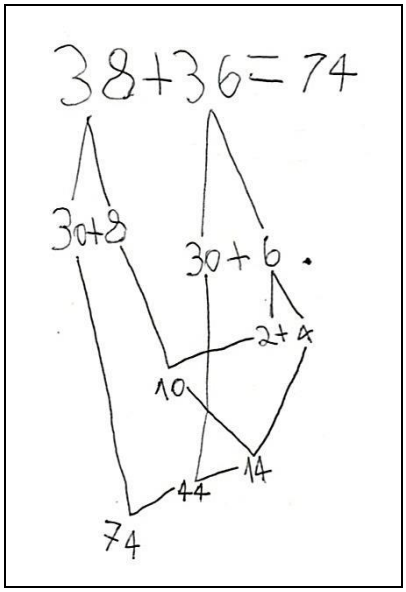


Figura 4.40 - Solução apresentada pelo aluno AP14 para o problema 4

AP14 demonstrou ter construído o que Kamii (2002, p.86) denomina “uma rede de relações numéricas.” Segundo a autora é muito importante desenvolver com as crianças várias formas de pensar os números, por exemplo, o 10 pode ser: 1+9, 2+8, 3+7, 6+4, 5+5, etc. Este desenvolvimento estimula o desenvolvimento do pensamento reflexivo sobre os números que colabora com a realização do cálculo mental. Nesta turma, este tipo de trabalho foi notado nos registros de sala de aula (cartaz contendo as combinações de dez), nas produções das crianças e explicações de como fizeram. Como um dos alunos que relatou, em uma das aulas observadas, que para resolver 5+6 pensou:

A[42] – “Sei que 5+5 é 10, então mais 1 é 11.”

Em 14 soluções foram usados os conhecimentos sobre o Sistema de Numeração Decimal, porém de forma mais aproximada da contagem. Os alunos reagruparam as quantidades envolvidas nos cálculos em grupos de dez e/ou de um e somaram cada grupo formado, como se pode constatar abaixo:

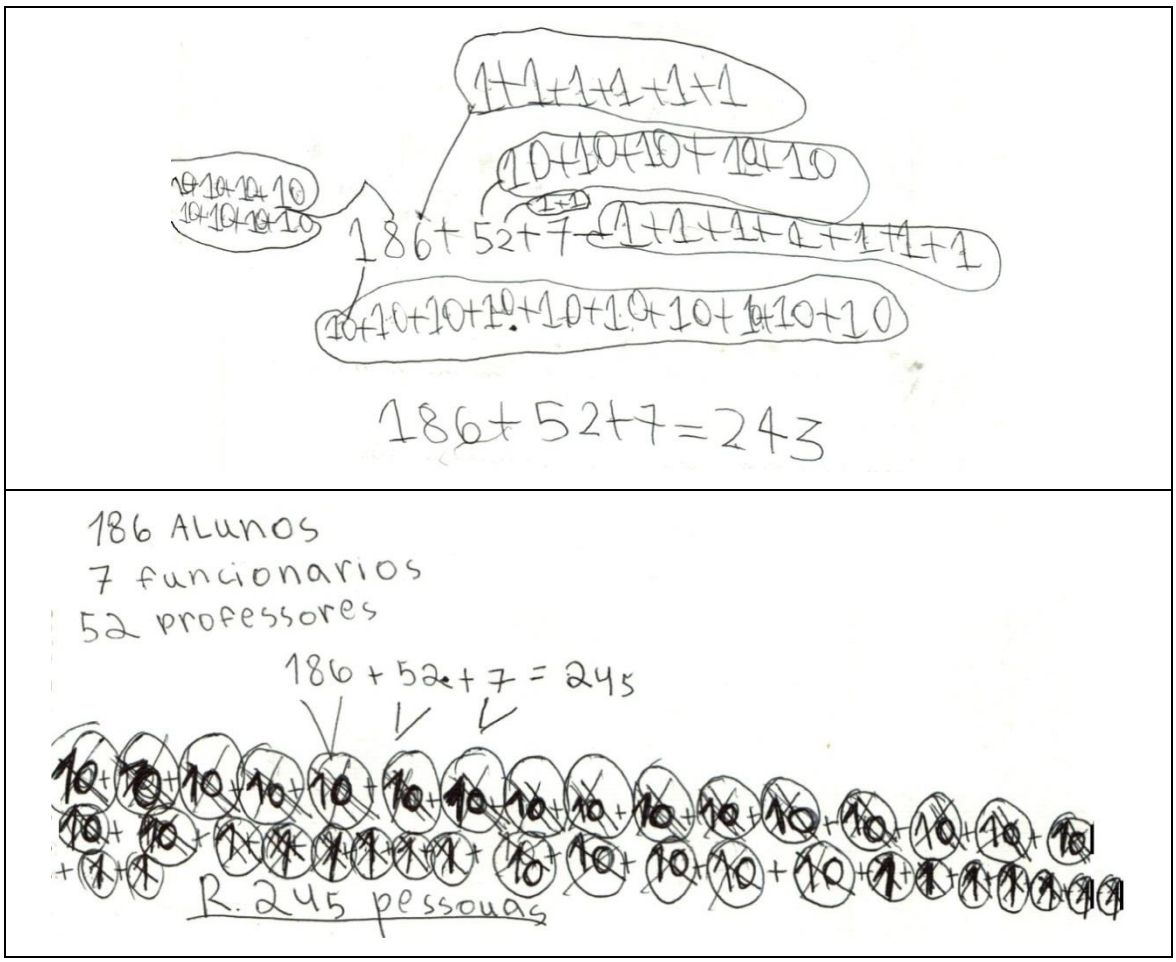


Figura 4.41 - Soluções apresentadas pelos alunos AP11e AP2 para o problema 1, respectivamente

[42] Fala de um aluno não identificado.

De cada algarismo AP11 puxou uma setinha onde anotou quanto valia este. O aluno declarou na entrevista que contou todos os grupos de dez e depois os “uns”. De forma similar fez AP2, porém a diferença foi que seu registro escrito ocorreu abaixo dos números. Decompôs 186, 52 e 7 em grupos de dez e de um. Também relatou ter contado primeiro os grupos de dez. De forma diferenciada fez o aluno AP20 que decompôs assim:

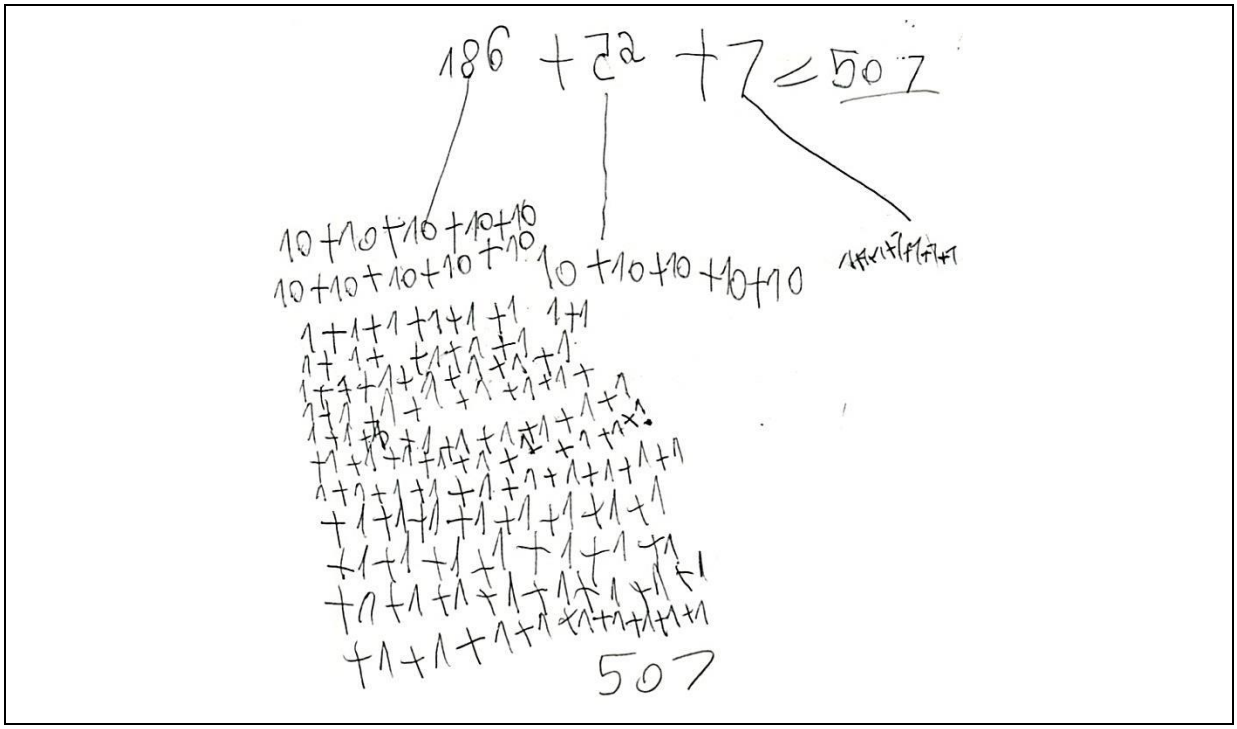


Figura 4.42 - Solução apresentada pelo aluno AP20 para o problema 1

AP20 decompôs 186 em dez grupos de dez e 86 grupos de um. Depois contou tudo. Sua decomposição, apesar de muito longa, foi correta. Porém a contagem ficou muito extensa e acabou confundindo o aluno que chegou a 270 como resposta. Registrou 270 com os algarismos 507, como se pode observar na Figura 4.42. Lerner e Sadovsky (2006) afirmam que o domínio da decomposição decimal indicam um avanço na compreensão do Sistema de Numeração Decimal e cada aluno a realiza de acordo com seu nível de compreensão.

Nas 14 produções, algumas anteriormente citadas, constata-se que os alunos ainda apresentaram a necessidade de desmembrar os números em pequenas partes e depois contaram tudo. Mesmo nos cálculos com números menores este fato ocorreu, como nas produções dos alunos a seguir:

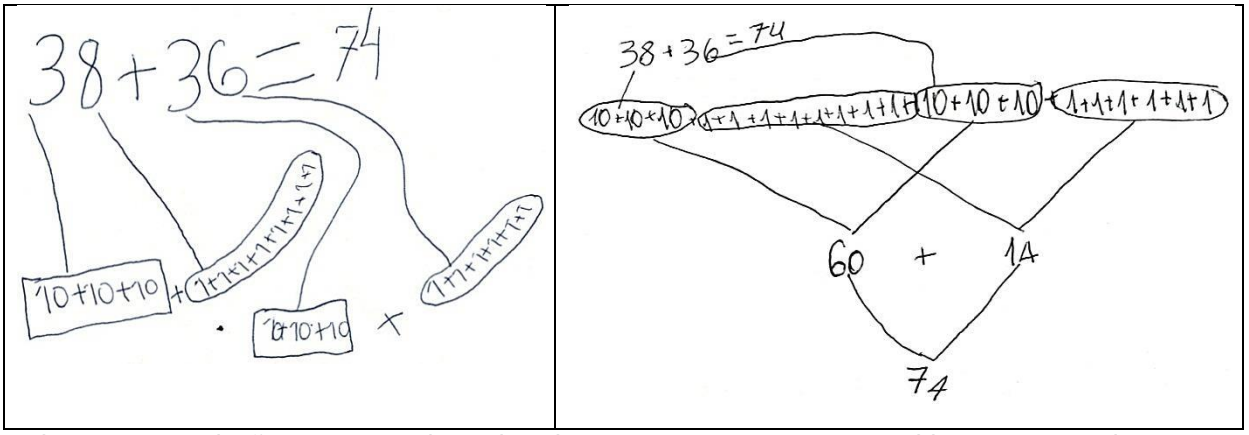


Figura 4.43 - Soluções apresentadas pelos alunos AP17 e AP25 para o problema 4, respectivamente

Dos alunos que fizeram a decomposição, todos começaram a calcular pelas quantidades maiores. Stareparavo (2006, p. 19) também observou este fato:

> Quando as crianças são desafiadas a criar seus próprios procedimentos de solução, em geral começam efetuando o cálculo pelas ordens mais elevadas (centenas, dezenas e depois as unidades), justamente ao contrário da ordem usada nos algoritmos convencionais.

Em dois registros de um mesmo aluno houve a utilização da contagem, mas de forma bem diferenciada. Para calcular 186+52+7, AP10 contou a partir de 186, ou seja, realizou uma sobrecontagem adicionando 52 e 7. Já comentamos que a sobrecontagem é uma estratégia muito mais avançada do que contar tudo e indica um avanço no raciocínio (KAMI, 2002; GOLBERT, 2009). Nota-se que este aluno já percebeu que economiza passos começando a calcular do número maior. Seu registro escrito foi:

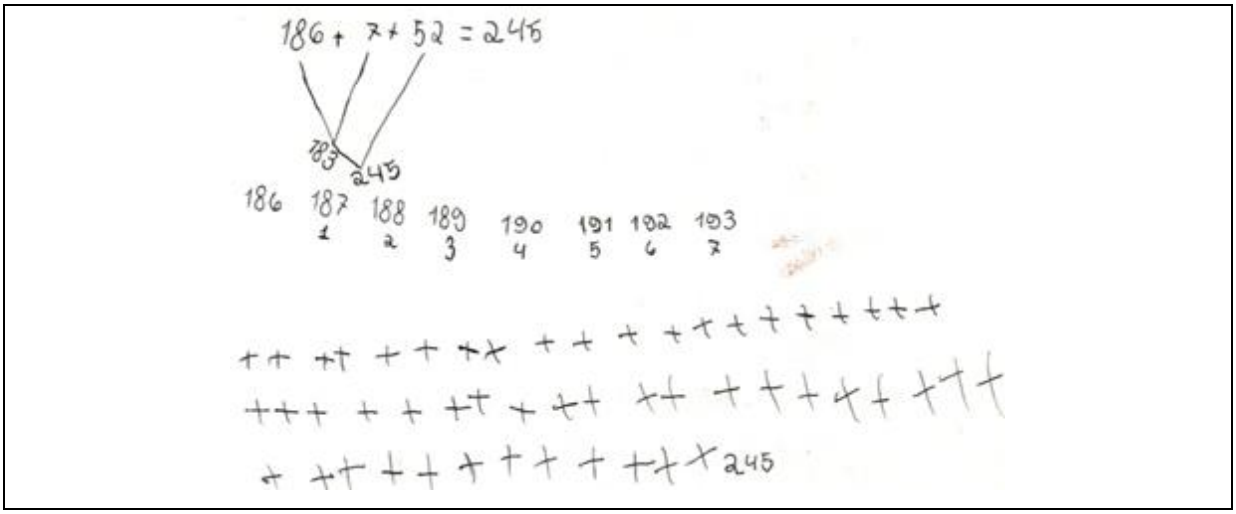


Figura 4.44 - Solução apresentada pelo aluno AP10 para o problema 1

Para o cálculo de 38+36, AP10 tentou utilizar seus conhecimentos sobre o Sistema de Numeração Decimal, decompor os números e reagrupá-los, porém não conseguiu concluir qual seria a resposta utilizando estes procedimentos. Contou da seguinte forma:

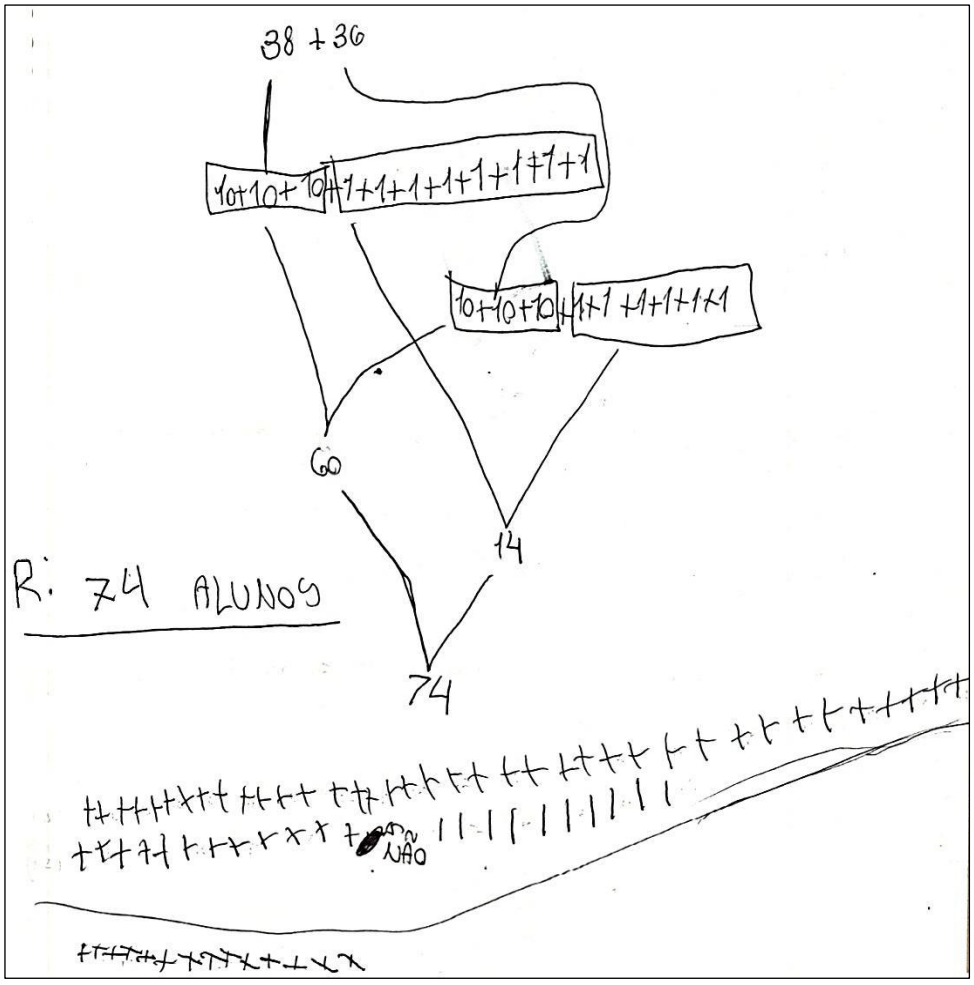


Figura 4.45 - Solução apresentada pelo aluno AP10 para o problema 4

Observa-se que depois de calcular os grupos de dez e chegar a 60, os grupos de um e contar 14, AP10 se deparou com o seguinte cálculo: 60+14. Para somar estes valores retornou à estratégia de contagem unitária e desenhou 60 pauzinhos mais 14 pauzinhos e contou tudo. O que surpreende neste caso é que o aluno não utilizou seu conhecimento a respeito da sobrecontagem para calcular esta soma, nem o próprio esquema que montou após a decomposição. Pode-se inferir que o aluno se encontra ainda em processo de construção dos conhecimentos sobre o SND e sobre estratégias de cálculo, por isso oscilou na forma de resolução.

Cinco crianças calcularam usando estratégias de cálculo pessoais e com muita desenvoltura no cálculo mental. Como o aluno AP1 que para calcular 186+52+7 contou ter feito:

AP1 – “Eu botei 7 mais 52 deu 59 mais 186 deu 239?”

PE – “Mas como você descobriu que esta conta deu 239?”

AP1 – “Eu botei 100 no 59 deu 159. Aí eu botei 169, 179, 189, 199, 209, 219, 229, 239. Ah, esqueci do 6. Então deu 245.”

Então o aluno rabiscou 239 e escreveu 245 como resposta. Constata-se que AP1 calculou mentalmente as adições de 159 mais oito grupos de dez com muita competência. Seu registro no papel só continha os resultados dos seus cálculos feitos mentalmente:

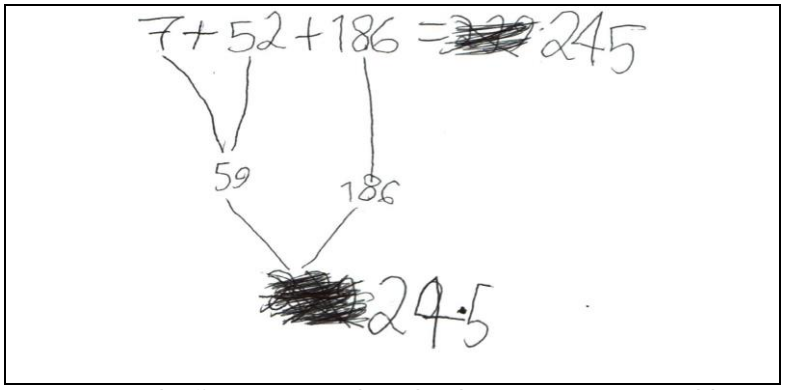


Figura 4.46- Solução apresentada pelo aluno AP1 para o problema 1

O mesmo pode ser notado no registro do aluno AP7:

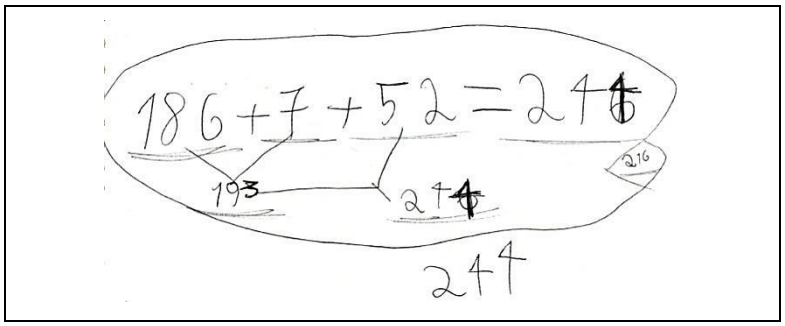


Figura 4.47 - Solução apresentada pelo aluno AP7 para o problema 1

AP7 contou que juntou 186 com sete e chegou a 193. Depois somou mais cinco grupos de dez contando nos dedos; conforme ia somando também fazia um risquinho no papel, até fazer cinco risquinhos. Só errou na contagem de uma unidade de um dos grupos de dez, por isso chegou a 244 como resultado.

Outra forma de calcular bem diferente foi a do aluno AP21, como se pode ver a seguir:

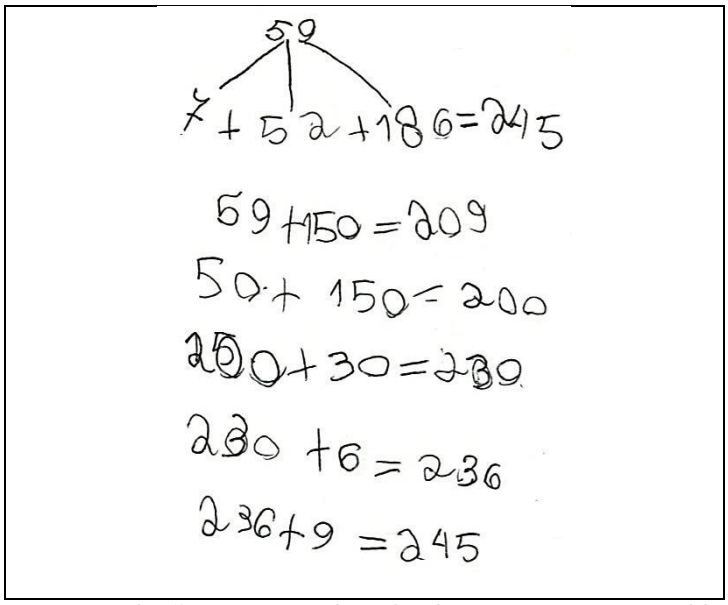


Figura 4.48 - Solução apresentada pelo aluno AP21 para o problema 1

AP21 realizou adições sucessivas desmembrando os números envolvidos nos cálculos de várias formas. O aluno relatou ter calculado mentalmente estas somas. Suas decomposições demonstraram que desenvolveu flexibilidade mental em operar com os números.

AP24 também calculou de forma inusitada:

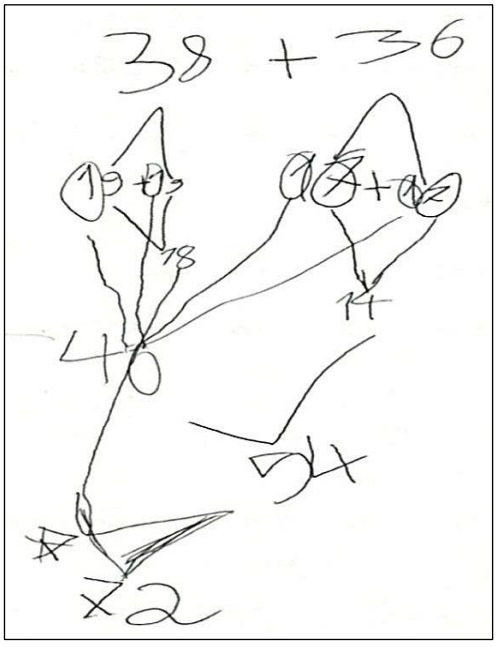


Figura 4.49 - Solução apresentada pelo aluno AP24 para o problema 4

Para realizar a adição de 38+36, AP24 desmembrou 38 em 19+19 e 36 em 17+17. Depois somou todos os dez que resultaram em 40, 9+9=18, 7+7=14, 40+14=54 e 54+18=72; perguntei ao aluno:

PE – “Como você fez para juntar 54 mais 18 e dar 72?”

AP24 – “Botei mais 10 e ficou 64. Botei mais 4, 68 e mais 4, 72.”

PE – “Você foi contando nos dedos, na cabeça?”

AP24 – “Na verdade foi na cabeça.”

AP21 e AP24 fizeram a decomposição dos números de forma muito peculiar, diferente do padrão da turma de separar os grupos de 100, 10 e/ou 1, além disto demonstraram desenvolvimento avançado do cálculo mental. Nacarato (2009, p. 96) destaca que “a prática do cálculo mental, com análise das estratégias utilizadas, possibilita ao aluno a constituição de um repertório, além de possibilitar que alguns cálculos mais simples se tornem automáticos.”

Cinco alunos tentaram usar os recursos do Sistema de Numeração Decimal, porém reproduziram alguns passos utilizados pela turma sem compreensão total.

AP8 anotou uma série de decomposições e flechas, repetiu algumas vezes os números decompostos, como se pode observar na Figura 4.50:

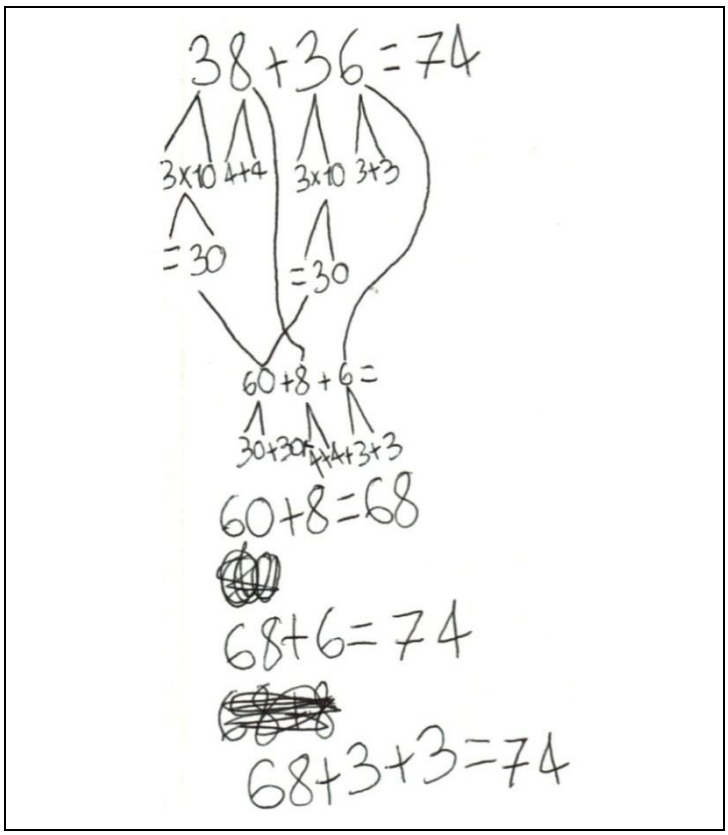


Figura 4.50 - Solução apresentada pelo aluno AP8 para o problema 4

Percebe-se que este aluno fez alguns desmembramentos desnecessários dos números. Apesar de saber fazer as decomposições não dominou ainda quando utilizá-las.

Alguns erros na decomposição foram cometidos pelos alunos AP25 e AP13:

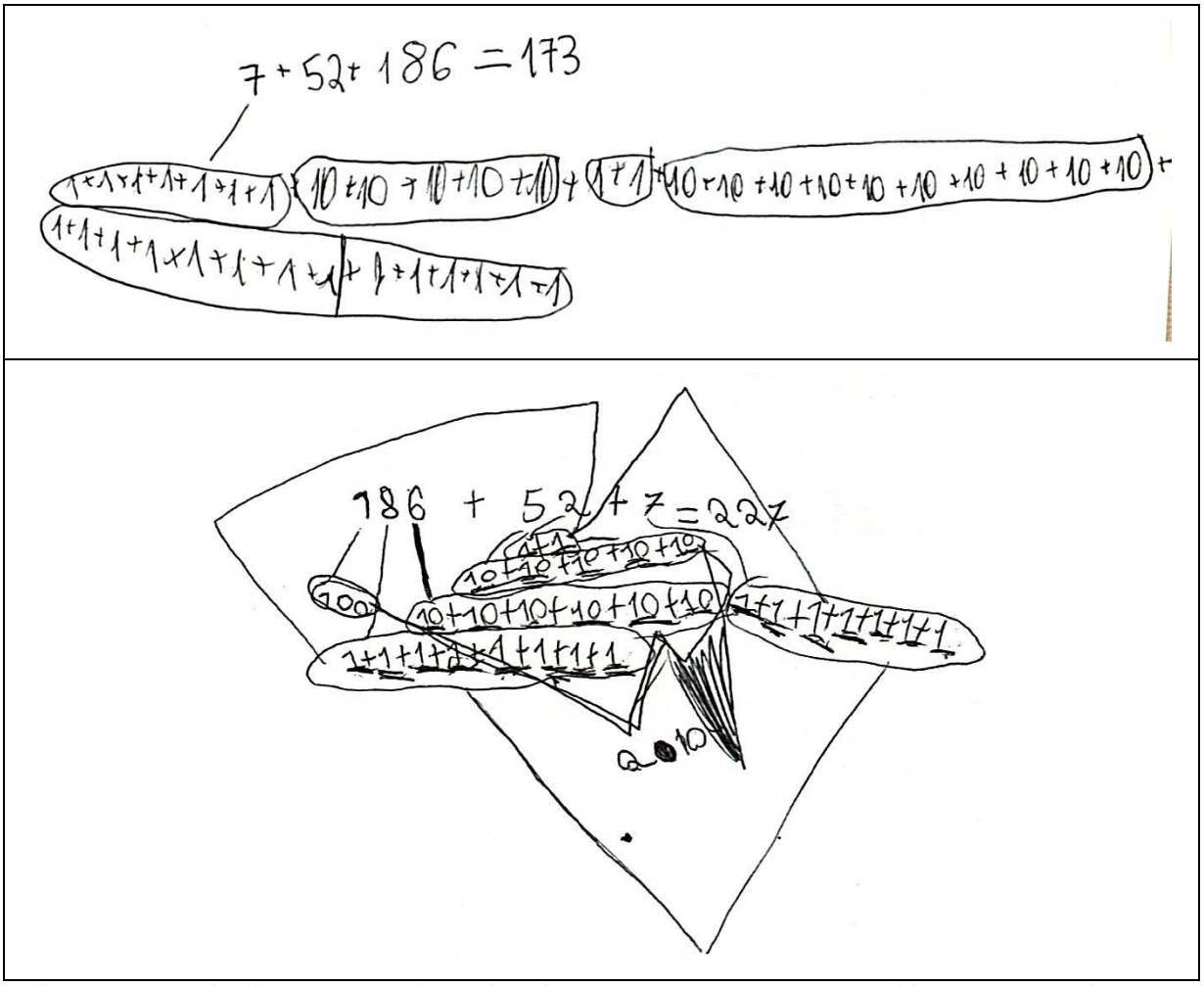


Figura 4.51 - Soluções apresentadas pelos alunos AP25 e AP13 para o problema 4, respectivamente

AP25 cometeu um equívoco na decomposição de 186: fez dez grupos de dez para representar 100 e oito grupos de um para 80. Por isso concluiu que a resposta seria 173. Similar à aluna AP13, só que esta desmembrou 186 em 100+1+1+1+1+1+1+1+1+10+10+10+10+10+10. Parece que o conhecimento sobre o Sistema de Numeração Decimal ainda não está consolidado nestes alunos. Golbert (op. cit., p.117) declara que “nas estratégias inventadas podem aparecer alguns erros conceituais, porém, as crianças que utilizam algoritmos convencionais cometem muito mais confusões.”

AP15 também decompôs incorretamente os números, como se observa na Figura 4.52:

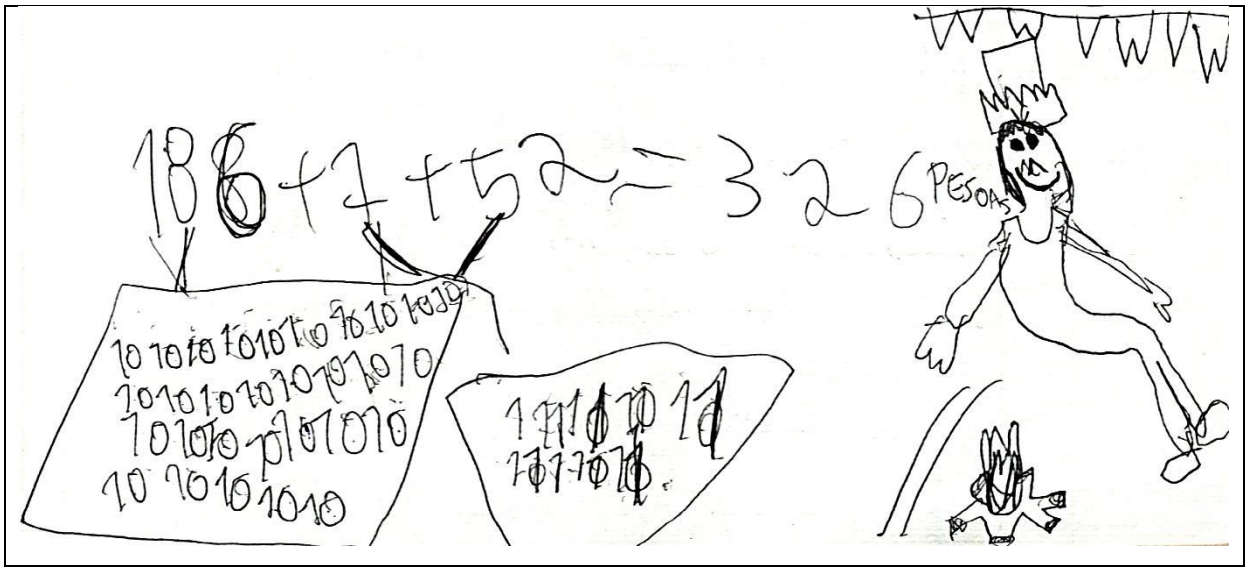


Figura 4.52 - Solução apresentada pelo aluno AP15 para o problema 1

AP15 desenhou um conjunto onde colocou todos os grupos de dez existentes nos números 186, 52 e 7 e todos os grupos de um em outro conjunto. Porém ao decompor sete escreveu sete grupos de dez e também sete grupos de um. Também errou na contagem, provavelmente devido à grande quantidade e proximidade dos números que escreveu. Porém, na entrevista, AP15 explicou corretamente a decomposição. Este fato pode indicar que o aluno apresentou falta de atenção. Além disto, o cálculo envolvia vários números com grandezas numéricas diferentes. AP15 disse:

AP15 -“Primeiro eu fiz 10 dez vezes, depois eu fiz mais oito 10. Aí depois eu pulei o sete que não tem nenhum dez e fui direto para o 52 e acabei botando mais cinco 10. Aí deu 300. Depois tirei dois, seis e sete e fui somando aqui (apontou para o grupo onde colocou o número um).”

Cinco alunos erraram na contagem dos números decompostos. AP17 e AP11 fizeram a decomposição corretamente, erraram apenas ao somar as quantidades. Chegaram a resultados aproximados: 244 e 243, como mostra a Figura 4.53:

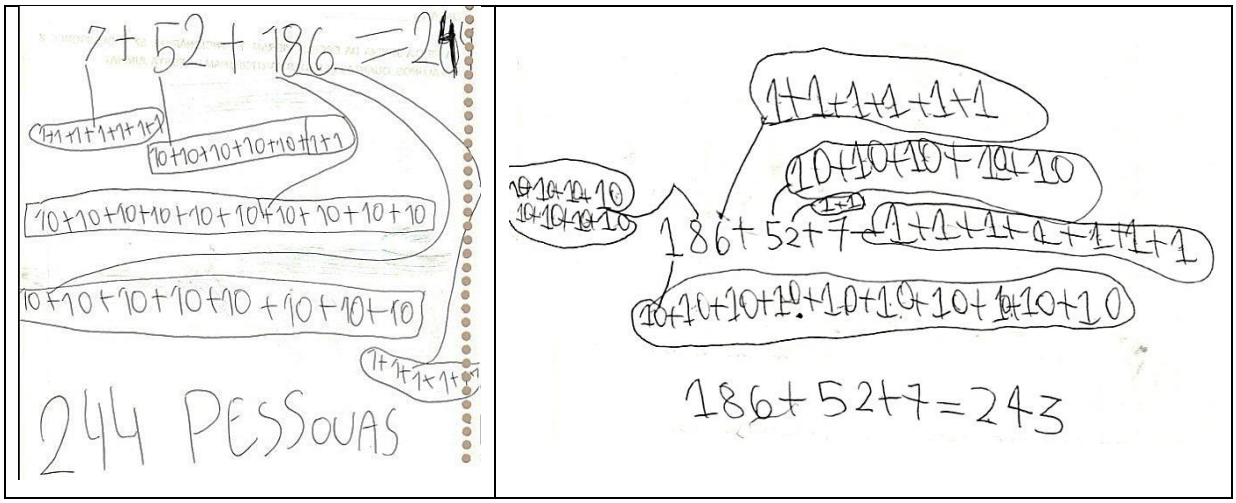


Figura 4.53 - Soluções apresentadas pelos alunos AP17 e AP11 para o problema 1, respectivamente

Um aluno errou por falta de atenção, trocou, de forma não proposital, um dos números do enunciado do problema quatro, como se pode observar em sua resolução:

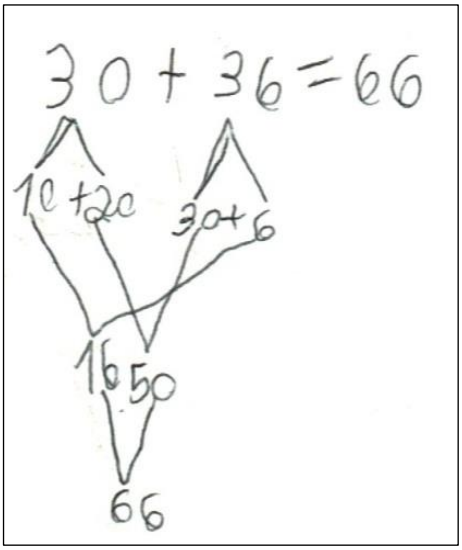


Figura 4.54 - Solução apresentada pelo aluno AP9 para o problema 4

A falta de compreensão do SND e das flechas utilizadas pelos alunos desta turma para calcular são percebidas de forma mais acentuada nos registros de AP3 e AP22:

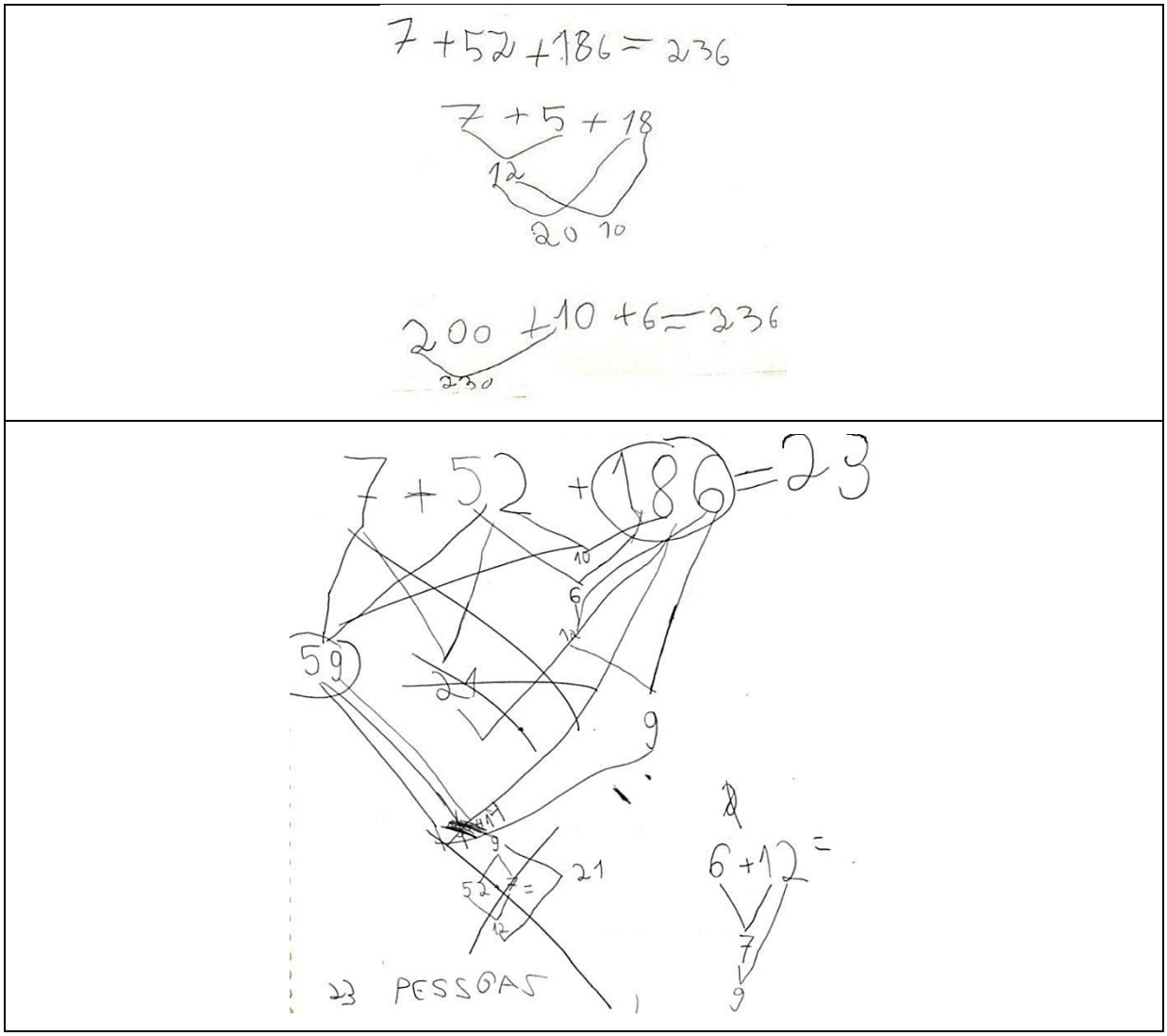


Figura 4.55 - Soluções apresentadas pelos alunos AP3 e AP22 para o problema 1, respectivamente

AP3 e AP22 tentaram realizar a decomposição e soma dos reagrupamentos, porém cometeram vários erros quanto ao valor posicional dos algarismos e às propriedades do SND. Estes repetiram procedimentos, sem demonstrar compreensão do processo e do SND.

Percebemos uma grande variedade de estratégias utilizadas, os alunos se arriscaram demonstrando autonomia intelectual. Starepravo (2006) afirma que:

> Quando o algoritmo convencional não é apresentado às crianças, a atitude delas diante de um problema é diferente. Em vez de se preocupar com qual das contas deve usar, a criança se preocupa em encontrar uma resposta para a pergunta do problema. (Ibid., p.19).

A seguir os resultados que os alunos anotaram para os problemas de adição.

4.6.2 – Análise dos resultados encontrados pelos alunos da escola particular para os problemas de adição (1 e 4)

Para o problema 1, os alunos desta turma anotaram os resultados conforme a Tabela 4.12.

Tabela 4.12 - Resultados encontrados no problema 1

Problema 1 - Na festa junina da escola vieram: 7 funcionários, 52 professores e 186 alunos. Quantas pessoas participaram da festa junina?

	Respostas dadas	**Quantidade**	**Porcentagem**
Resultado correto	245	11	52,38%
Resultados incorretos	23	1	4,76%
	173	1	4,76%
	227	1	4,76%
	236	1	4,76%
	243	1	4,76%
	244	2	9,53%
	253	1	4,76%
	270	1	4,76%
	326	1	4,76%
Total		21	100%

Dos alunos que conseguiram concluir que o resultado era 245, seis utilizaram os conhecimentos sobre o SND (decomposição, reagrupamento das quantidades), quatro aplicaram o cálculo mental em estratégias pessoais e um realizou uma contagem. Estas estratégias foram explicadas anteriormente.

Pode-se observar um número significativo de acertos neste problema (mais de 52%) que era o que apresentava maior nível de dificuldade pela grande numérica e diferença nas ordens. A maioria dos erros ocorreu por pequenos equívocos na contagem ou na decomposição. Com exceção de dois erros conceituais de compreensão do SND.

Os resultados: 23 e 117 encontrados por dois (9,53%) alunos evidenciam que não realizaram a avaliação dos resultados, como já abordado. Nesta turma houve uma quantidade pequena de resultados com estas características.

A seguir, na Tabela 4.13, os resultados que os alunos escreveram no problema 4:

Tabela 4.13 - Resultados encontrados no problema 4

Problema 4 - Na festa junina da escola dançaram 38 alunos do 1º ano e 36 alunos do 2º ano. Quantos alunos destes anos dançaram na festa junina?

	Respostas dadas	Quantidade	Porcentagem
Resultado correto	74	16	88,88%
Resultados incorretos	66	1	5,55%
	72	1	5,55%
Total		18	100%

Dos 16 alunos que concluíram que a resposta era 74, 15 usaram os recursos do SND (decomposição, reagrupamento das quantidades) e um realizou uma representação unitária e soma das quantidades 38 e 36. Estas estratégias já foram abordadas.

Nota-se que o número de acertos da turma foi bem significativo (quase 90%), os erros foram simples o que evidencia que os alunos compreenderam o problema e o resolveram utilizando estratégias adequadas.

4.6.3 - Estratégias utilizadas pelos alunos da escola particular nos problemas de subtração (2 e 3)

Os alunos solucionaram os problemas 2 e 3 usando as seguintes estratégias: em 17 produções foram realizadas estratégias diferenciadas de contagem; em 20 os alunos tentaram empregar seus conhecimentos sobre o SND e em duas houve a utilização de estratégias pessoais aplicando o cálculo mental, totalizando 39 soluções para análise.

Das produções em que ocorreu contagem foram identificadas: contagem unitária (oito), contagem regressiva (sete), contagem por comparação (duas).

Os alunos que realizaram a contagem unitária representaram numericamente as quantidades com desenhos ou números e retiraram a parte a ser subtraída, como fizeram AP20, AP8 e AP15:

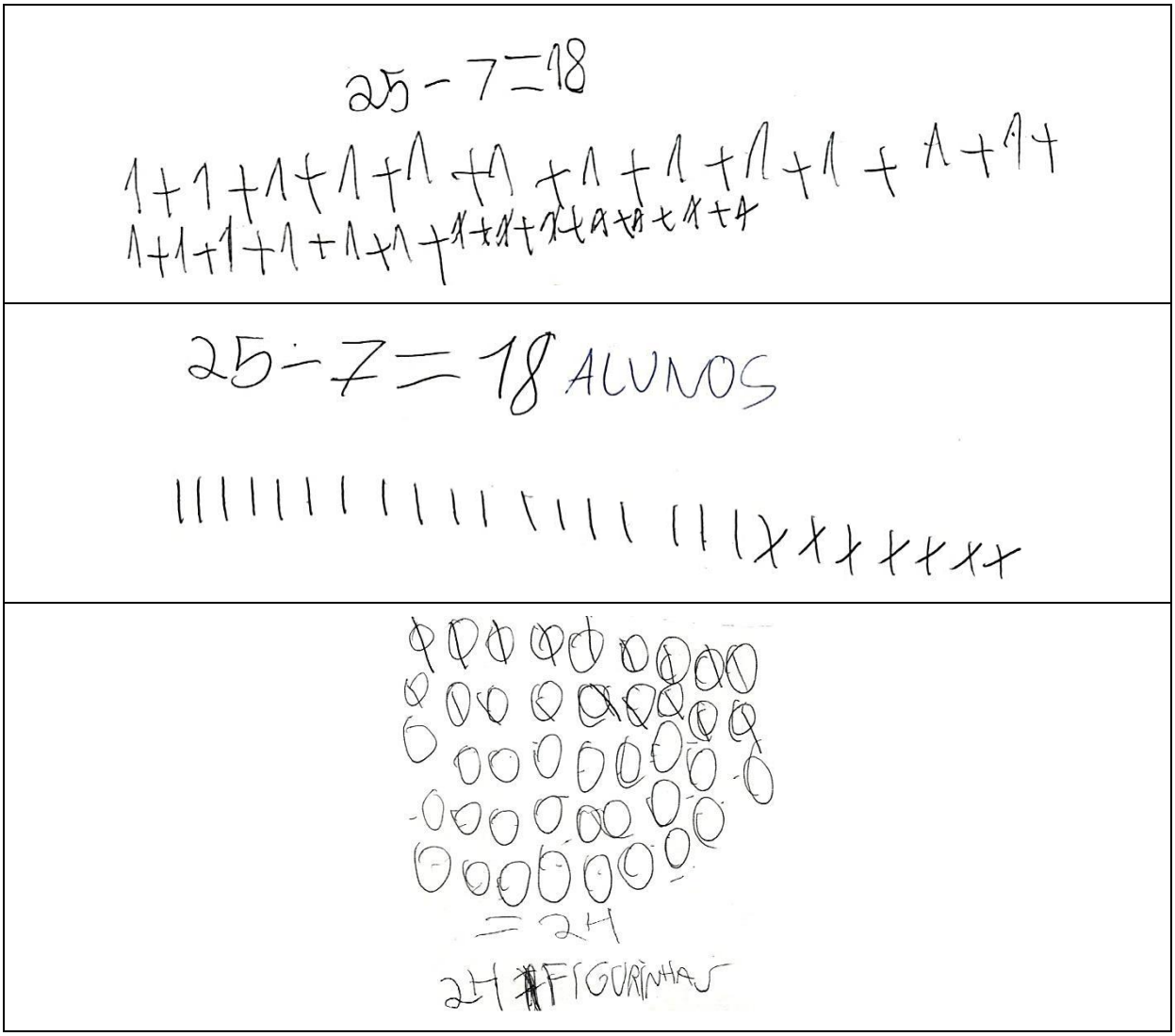


Figura 4.56 - Soluções apresentadas pelos alunos AP20, AP8 e AP15, respectivamente

Estes registros confirmam a constatação de Golbert (op. cit., p. 60). Esta verificou que as crianças “não abandonam facilmente a contagem por unidades. As estruturas unitárias são construídas ao longo de muitos anos e envolvem esforços cognitivos consideráveis.” Segundo a autora a contagem unitária pode “persistir até os oito ou nove anos”.

Nas soluções em que houve contagem regressiva de 25 a 18 ou de 42 a 24 apareceu o registro escrito dos números numa sequência decrescente, anotação das quantidades a serem contadas regressivamente ou este tipo de contagem foi relatada na entrevista. Como exemplo, apresentamos três formas diferentes em que foi realizada a contagem regressiva:

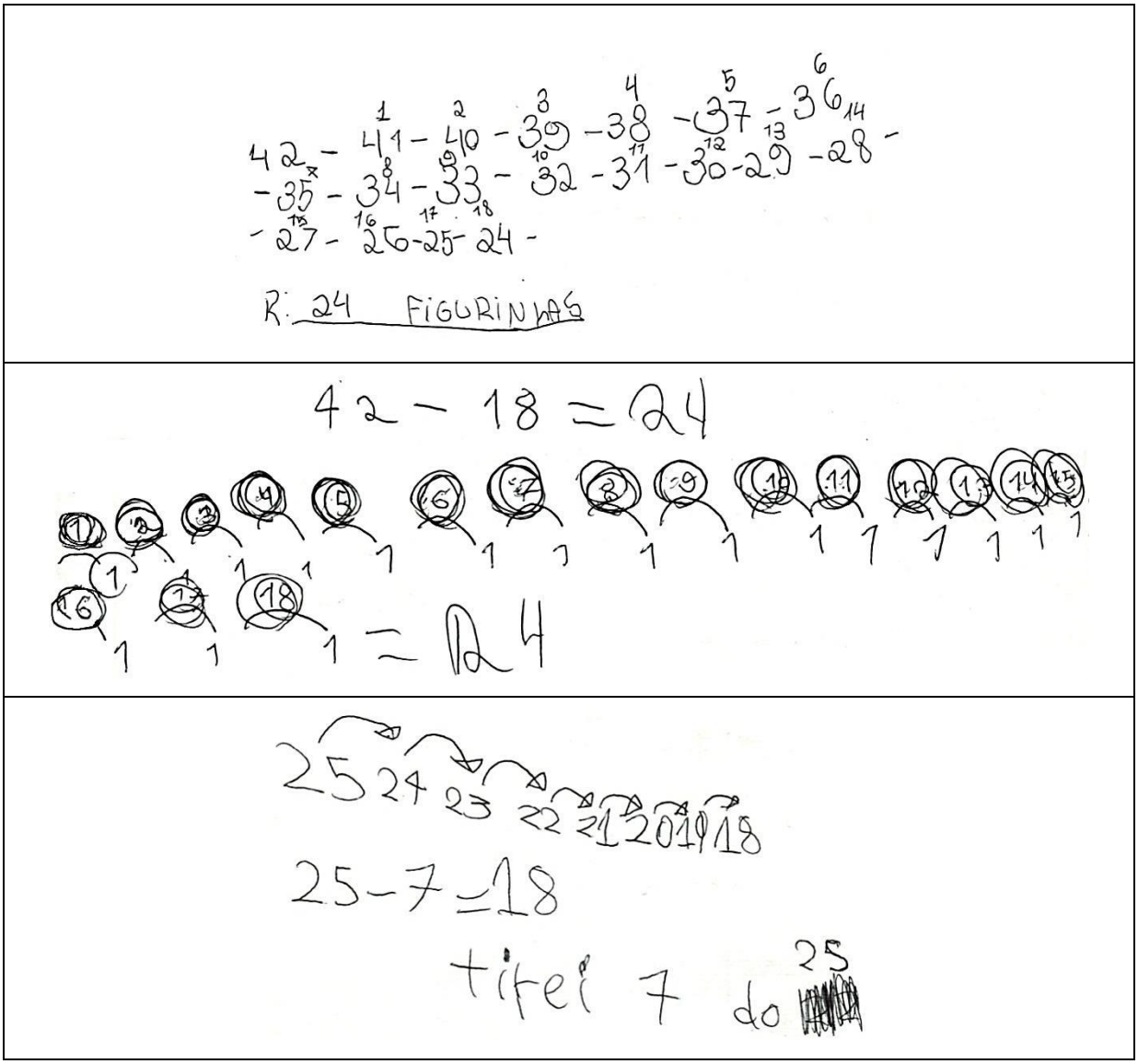


Figura 4.57 - Soluções apresentadas pelos alunos AP10, AP13 e AP11, respectivamente

AP10 iniciou escrevendo 42 e depois foi anotando os números em ordem decrescente com o registro acima de cada um destes da quantidade que já havia regredido, até chegar a 18. AP13 escreveu o número um 18 vezes anotando em cima de cada um a quantidade escrita, até chegar a 18. Depois contou regressivamente de 42 a 24 utilizando o registro escrito como apoio. AP11 usou setinhas para indicar a quantidade que deveria retroceder e ainda anotou: “tirei sete de 25.” Já comentamos que este tipo de contagem exige um raciocínio muito mais avançado do que a contagem progressiva.

Em dois problemas, o mesmo aluno fez uma contagem por comparação de 42 para chegar a 18 quantos números faltam?; de 25 para chegar a 7, quantos números faltam? Suas produções foram:

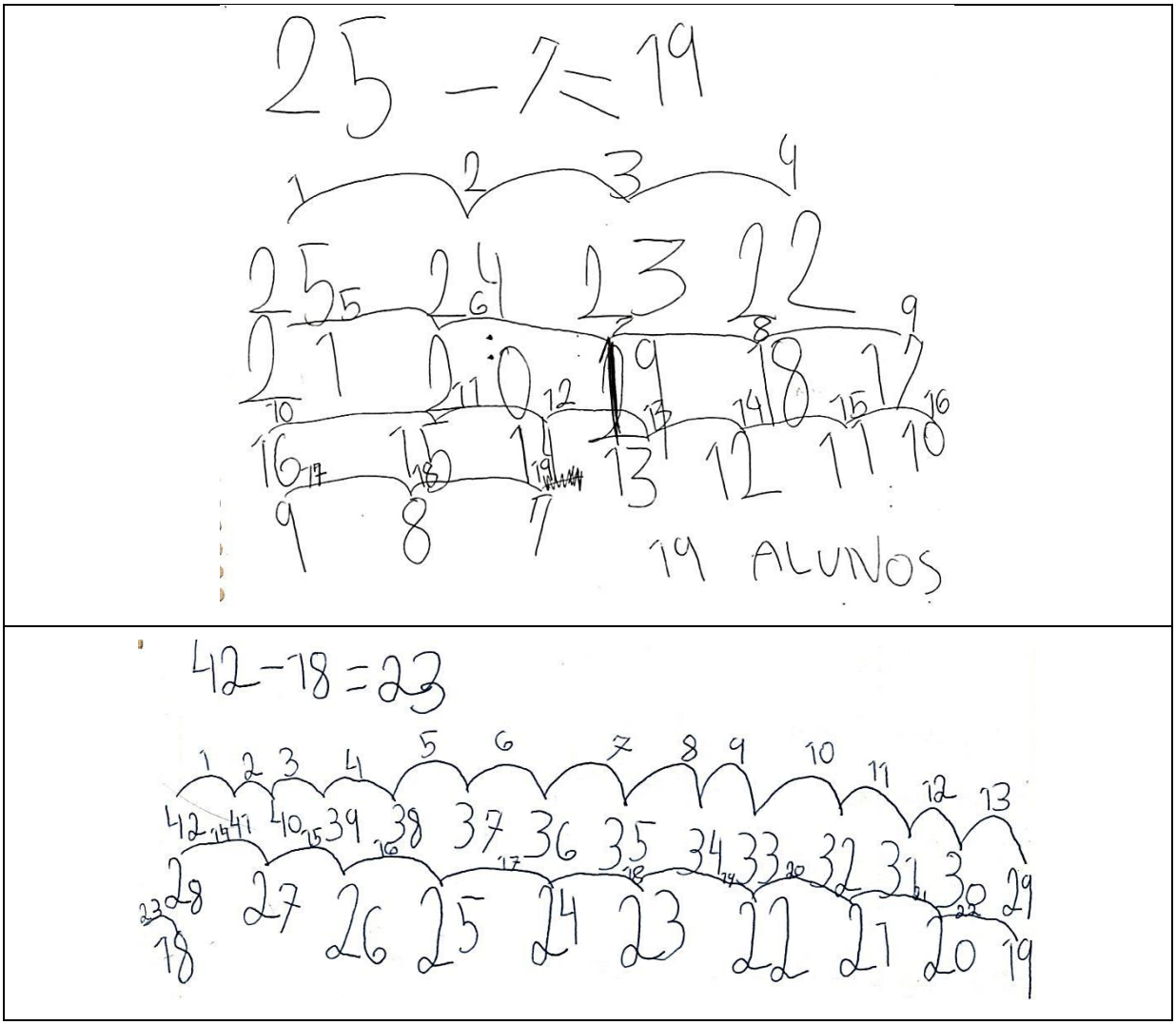


Figura 4.58 - Soluções apresentadas pelo aluno AP17

AP17 escreveu de 25 até 7 e depois contou quantos números havia escrito. O mesmo fez de 42 até 18. O equívoco de AP17 foi inserir os números 42 e 25 nas contagens. Explicou na entrevista como resolveu o problema 3:

AP17 – “Eu fui fazendo 42, 41, 40, 39... até o 18. Aí eu fui fazendo isso aqui: 1, 2, 3, 4...”

PE – “Mas para que são esses números aqui (apontei para os números anotados acima da numeração decrescente)?”

AP17 – “Para poder ir contando?”

PE – “Contando o quê?”

AP17 – “Quantos números eu fiz.”

Este raciocínio é similar ao utilizado quando se compara duas posições numa reta numérica. Mandarino e Belfort (2005, p. 62) citam o exemplo de uma aluna que

compara o número 13 e 38 na reta, contando quantos números existem entre eles, para descobrir a diferença de idade entre duas pessoas.

Vinte crianças tentaram usar os conhecimentos do Sistema de Numeração Decimal para solucionar os problemas. Fizeram a decomposição dos números, subtraíram partes que facilitassem o cálculo e adicionaram o que sobrou. Algumas formas de calcular foram apresentadas nas Figuras 4.59 e 4.60.

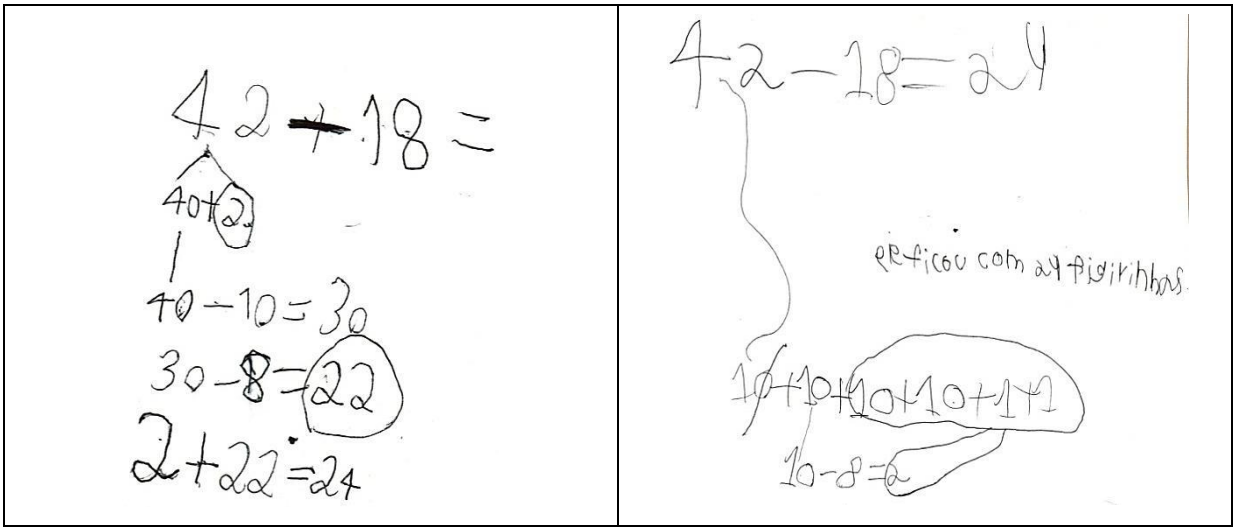


Figura 4.59 - Soluções apresentadas pelos alunos AP1, AP16 para o problema 3, respectivamente

Nota-se que estes alunos realizaram a decomposição de 42 e depois fizeram subtrações parciais até subtraírem 18. No final juntam as partes que sobraram.

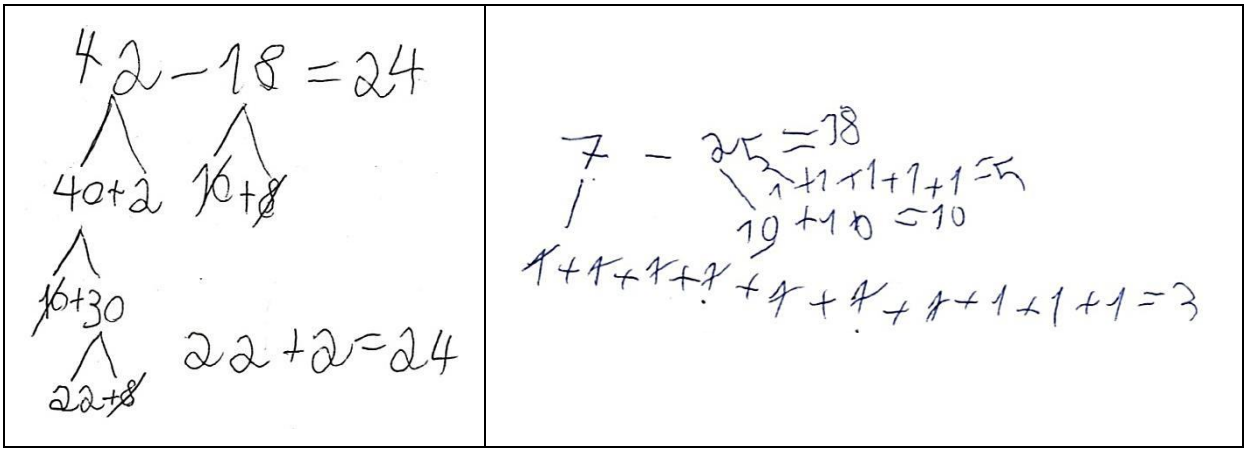


Figura 4.60 - Soluções apresentadas pelos alunos AP9 e AP3, respectivamente

AP9 decompôs 42 e 18, este último sem necessidade. Por isso riscou o número 18 decomposto. Separou 40 em 10+30 e riscou dez. Depois decompôs 30 em 22+8 e cortou oito. Ressalta-se na resolução deste aluno que ele propositadamente decompôs o número 30 de forma a conseguir riscar oito. Ele não

fez 30=20+10 e sim 30=22+8, o que demonstrou flexibilidade mental desenvolvida para operar com os números. AP3 ordenou de forma trocada a subtração, fez 7-25, porém realizou a operação corretamente: separou 25 em grupos de dez e de um. De um grupo de dez puxou um tracinho e desmembrou este em dez grupos de um. Cortou sete deste grupo e depois somou o que restou: 5+10+3. Outras resoluções similares foram realizadas pelas outras crianças que usaram as ideias do SND, com exceção de três produções em que foram cometidos erros conceituais apresentados abaixo:

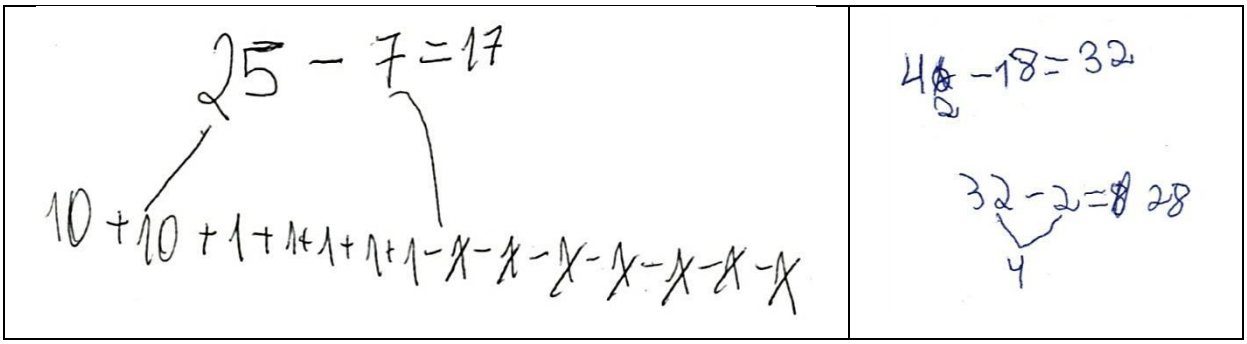


Figura 4.61 - Soluções apresentadas pelos alunos AP25 e AP3, respectivamente

AP25 desmembrou 25 e 7 em grupos de dez e de um, cortou 7 unidades que havia representado sem necessidade. Não consegui compreender na entrevista porque escreveu 17 como resposta, já que, pela estratégia que montou, seria 25, uma vez que o aluno também decompôs o número a ser subtraído. AP3 não explicou de forma clara como pensou para calcular. Contou que tirou 10 de 42 e ficou com 32, mas depois não se lembrou de como havia pensado e chegado a 28 como resposta. Parece que este aluno ainda não dominou esta forma de cálculo e tentou reproduzir alguns procedimentos sem muita compreensão.

O aluno AP12 cometeu um erro simples, como se verifica na Figura 4.62.

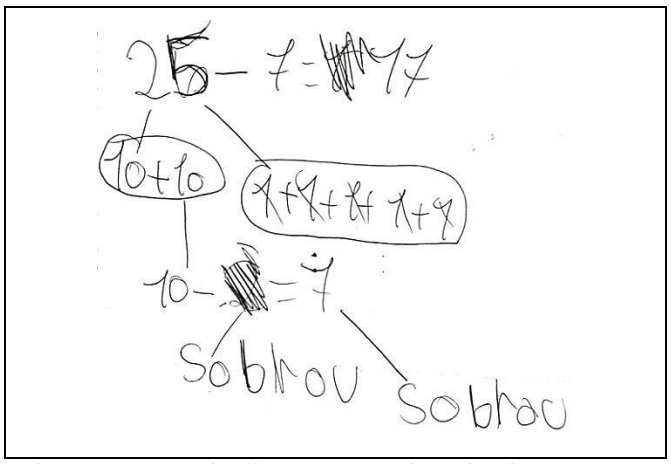


Figura 4.62 - Solução apresentada pelo aluno AP12

O aluno decompôs 25 em grupos de dez e de um. Subtraiu cinco unidades soltas, tirou duas unidades de dez e anotou que sobraram sete. Depois adicionou sete que sobrou com dez e escreveu 17 como resposta. Seu equívoco foi no cálculo de 10-2.

Para calcular 25-7, AP14 escreveu vinte cinco vezes o número um, riscou sete. Depois reagrupou os números que sobraram, porém cometeu erros na contagem destes grupos, como se pode constatar na Figura 4.63.

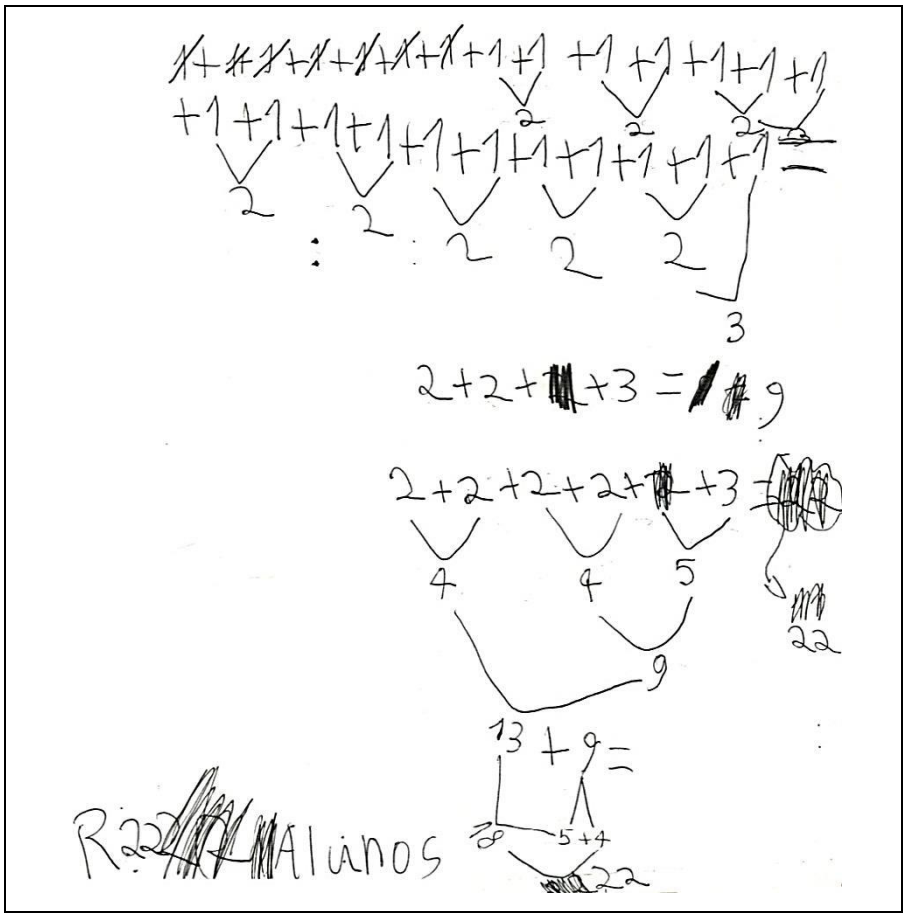


Figura 4.63 - Solução apresentada pelo aluno AP14

De forma mais equivocada foi a produção do aluno AP22 no problema 2 como mostra a Figura 4.64:

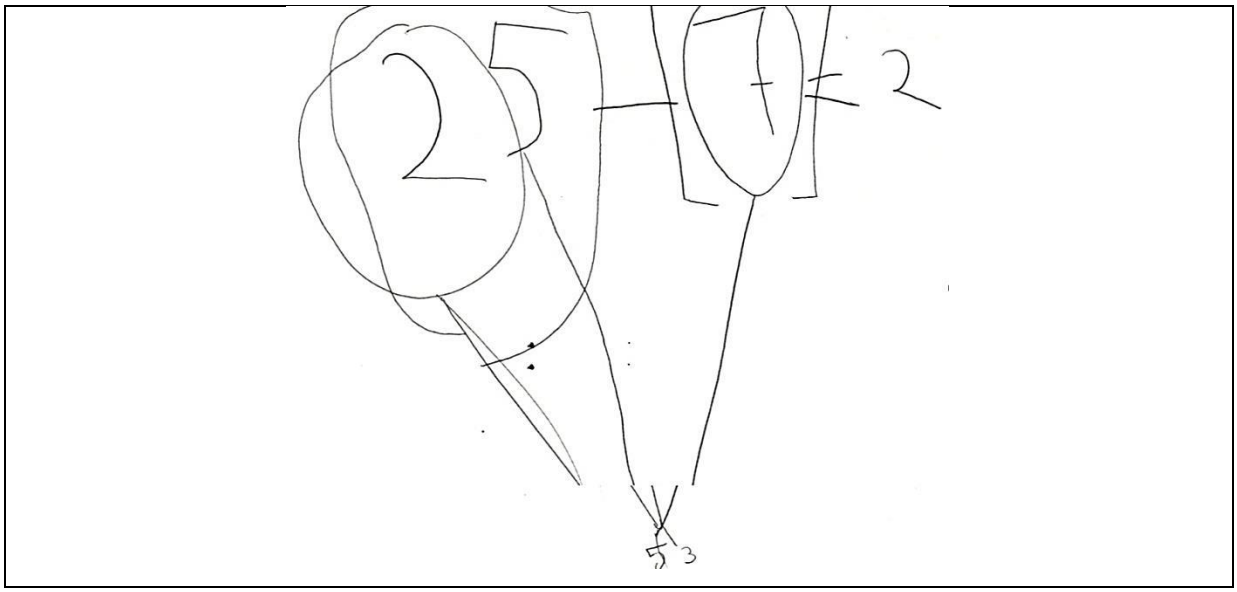


Figura 4.64 - Solução apresentada pelo aluno AP22

AP22 desconsiderou totalmente o valor posicional dos algarismos e as características da operação de subtração. As Figuras 4.61 e 4.64 revelam que alguns alunos tentam reproduzir este procedimento de cálculo, porém ainda sem compreensão.

Dois alunos executaram estratégias pessoais que envolveram o cálculo mental para chegar à resposta. AP23 contou que calculou mentalmente: “5-7=2, 20-2=18”. AP24 relatou ter calculado: 25-5=20, 20-2=18. Os registros escritos destes alunos foram:

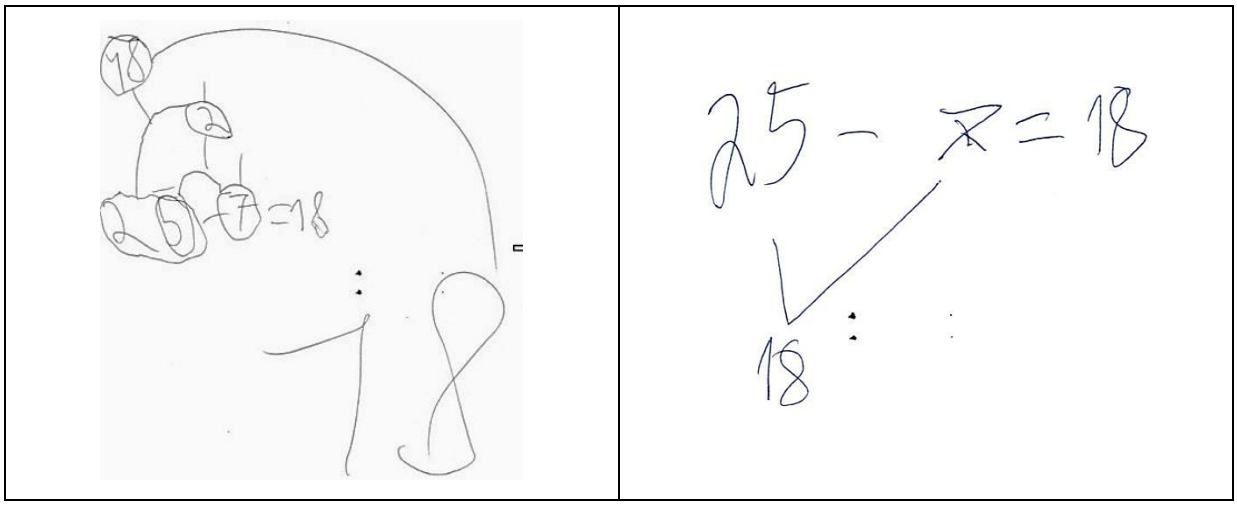


Figura 4.65- Soluções apresentadas pelos alunos AP23 e AP24, respectivamente

Apresentamos a seguir os resultados nos problemas de subtração.

4.6.4 – Análise dos resultados encontrados pelos alunos da escola particular para os problemas de subtração (2 e 3)

Os resultados que os alunos escreveram no problema 2 foram:

Tabela 4.14 - Resultados encontrados no problema 2

Problema 2 - A turma de 1º ano da escola possui 25 alunos. No dia 4 de agosto faltaram 7 alunos. Quantos alunos foram para escola?

	Respostas dadas	**Quantidade**	**Porcentagem**
Resultado correto	18	16	76,19%
Resultados incorretos	2	1	4,76%
	17	2	9,52%
	19	1	4,76%
	22	1	4,76%
Total		21	100%

Os alunos que acertaram o resultado calcularam assim: nove executaram estratégias que envolviam algum tipo de contagem, cinco utilizaram os conhecimentos sobre o SND (decomposição, reagrupamento e subtração das quantidades) e dois aplicaram procedimentos pessoais de cálculo mental.

O resultado geral da turma neste problema foi satisfatório. Este foi resolvido sem grandes dificuldades (mais de 75% de respostas corretas). Os alunos utilizaram estratégias diferenciadas para resolvê-lo. Alguns pequenos erros ocorreram na contagem e na subtração de quantidades. Houve dois erros que envolveram a falta de compreensão do SND e/ou da subtração.

No problema 3, os resultados encontrados foram:

Tabela 4.15 - Resultados encontrados no problema 3

Problema 3 - Bruno trouxe para a escola 42 figurinhas repetidas que sobraram do seu álbum. Perdeu

	Respostas dadas	**Quantidade**	**Porcentagem**
Resultado correto	24	13	72,22%
Resultados incorretos	20	1	5,55%
	22	2	11,11%
	23	1	5,55%
	28	1	5,55%
Total		18	100%

Os alunos que concluíram ser 24 a resposta calcularam da seguinte forma: oito empregaram estratégias que envolviam decomposição, reagrupamento, subtração de quantidades (SND) e cinco aplicaram procedimentos em que fizeram algum tipo de contagem. Estratégias já abordadas.

Sintetizando os resultados, o problema três foi solucionado através de diferentes estratégias e com um alto índice de acertos (72,22%). Cinco alunos apresentaram dificuldades em executar o cálculo utilizando a decomposição, o reagrupamento e subtração das quantidades. Esta subtração envolvia números de uma grandeza numérica um pouco maior do que o problema 2. Além deste fato, Kamii (2002, p. 105) afirma que a subtração é realmente mais difícil para os alunos do que a adição. Golbert (2009) também considerou as subtrações com dois dígitos que requerem trocas de dezenas para unidade mais difíceis e que “devem-se evitar os procedimentos automáticos”, como o de ‘emprestar um’, feitos sem compreensão. (GOLBERT, op. cit., p. 68).

Também foi percebido que alguns alunos parecem que ainda não compreenderam todos passos envolvidos no procedimento de subtrair decompondo, diminuindo os valores e reagrupando o que sobrou.

Os resultados destas análises não são passíveis de generalizações, ou seja, não podemos inferir por estes que em todas as turmas do 2º ano do Colégio Pedro II o ensino aconteça da mesma forma ou que os alunos resolveriam os problemas usando as mesmas estratégias. O mesmo se pode afirmar sobre os resultados da turma da escola municipal em Duque de Caxias e da escola particular.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Eu queria uma escola que lhes
ensinassem a pensar, a raciocinar,
a procurar soluções. [...]
Carlos Drumond de Andrade

Há cinco anos reflito sobre a temática desta pesquisa: a aprendizagem das operações matemáticas e a resolução de problemas nos iniciais do Ensino Fundamental. Muitas inquietações, propostas e ideias passaram por mim neste trilhar e deram sentido a este estudo que pretende, acima de tudo, trazer reflexões e contribuições para o ensino das operações matemáticas.

Iniciamos nos aprofundando nas propostas atuais (BRASIL, 1997) para este ensino, constatações de pesquisas sobre como este tem ocorrido e pesquisas acadêmicas realizadas sobre o tema. Verificamos que, apesar de haver orientações curriculares indicando que o trabalho com as operações não se limite a repetir procedimentos e regras para os cálculos, esta é a realidade encontrada na maioria das salas de aulas.

Desta forma, para contribuir com as reflexões sobre as práticas pedagógicas utilizadas no ensino dos cálculos matemáticos, pesquisamos as estratégias utilizadas pelos alunos para resolver quatro problemas de estrutura aditiva, cujos cálculos exigiam reagrupamentos. Desejávamos contato com alunos que tivessem experiências de vida e escolares diversas e, por isso, escolhemos realizar a investigação em três turmas (duas de 2º ano de escolaridade e uma de 3º ano), inseridas em três escolas com realidades e propostas pedagógicas bem distintas: uma federal na cidade do Rio de Janeiro, uma particular nesta mesma cidade e uma municipal na cidade de Duque de Caxias.

Visando conhecer as práticas de ensino vivenciadas pelas crianças destas turmas, optamos por algumas estratégias: analisar o planejamento curricular de Matemática do ano escolar em que a pesquisa foi realizada; entrevistar a coordenadora ou orientadora pedagógica da escola e a professora da turma; observar duas aulas envolvendo resolução de problemas. Para avaliar as estratégias que os alunos utilizam solicitamos que resolvessem problemas com registro escrito e que explicassem suas estratégias, o que foi gravado em vídeo. Nosso objetivo com estas estratégias foi conhecer as práticas de ensino dos professores destas turmas e relacioná-las com as estratégias que os alunos utilizaram na resolução dos

problemas. Além disso, por meio dos resultados encontrados pelos alunos, procuramos compreender como pensaram para resolver cada situação proposta e analisar as principais causas de erros. Coletamos os seguintes dados: três entrevistas com orientador ou coordenador pedagógico, três entrevistas com os professores, seis relatórios de aulas observadas, 226 produções escritas de alunos e as respectivas gravações das entrevistas com eles.

Como já foi dito, a pesquisa foi realizada em três turmas diferentes, de três escolas com propostas curriculares também diferenciadas, o que possibilitou contato com três realidades: uma turma que havia aprendido o algoritmo convencional para realizar a adição e subtração sem reagrupamento[43] e que não havia aprendido outro procedimento para realizar os cálculos; uma turma que havia aprendido o algoritmo convencional da adição e subtração com os reagrupamentos como a única forma de cálculo; e uma turma que havia aprendido a calcular recorrendo à decomposição numérica e à contagem e que não sabia usar os algoritmos convencionais. Estar diante de realidades tão distintas enriqueceu o campo investigativo e trouxe novas questões a nossa pesquisa:

- ✓ Como as crianças que não haviam aprendido ainda a fazer os reagrupamentos, de forma convencional, solucionariam os problemas?
- ✓ O contrato didático vigente nas aulas de Matemática se expressaria na resolução de problemas propostos pela pesquisadora?
- ✓ Será que as crianças que só aprenderam a calcular de forma convencional ousariam calcular por meio de outras estratégias?

Apesar de vários autores mostrarem e analisarem a resolução de alunos, nesta pesquisa o diferencial foi realizar concomitantemente a análise das práticas pedagógicas vivenciadas por eles. Este fato nos possibilitou relacionar a forma como resolveram com o que percebemos sobre o que e como aprenderam. Outro diferencial foi identificar, por meio das entrevistas, a compreensão do que os alunos haviam realizado.

Após muitas leituras, reflexões e análises do material coletado apresentamos as principais conclusões sobre este retomando os objetivos inicialmente traçados, assim como as questões que nos mobilizaram no decorrer da pesquisa.

[43] Apesar da maioria da turma não haver aprendido, encontramos nesta turma alguns alunos que sabiam a técnica por estarem cursando o 2º ano novamente ou por terem aprendido com os pais ou com a explicadora.

Os alunos que haviam aprendido a calcular usando o algoritmo convencional tentaram utilizá-lo e mesmo nos poucos casos em que houve a utilização de outra técnica, como a contagem, só houve o registro vertical da operação, sem anotação de como o aluno realmente havia pensado para calcular[44]. A estratégia que realmente foi utilizada só foi descoberta durante a entrevista.

As principais estratégias utilizadas pelos alunos que só haviam aprendido o algoritmo da adição e da subtração simples e que não aprenderam outra forma de calcular ficaram restritas a tentar adaptar o que sabiam ao desafio proposto. A maioria destes alunos, diante do impasse da necessidade de fazer reagrupamentos, na adição, abandonou o algarismo formado no reagrupamento; enquanto na subtração retirou do maior para o menor, não importando se este ocupava o lugar do minuendo ou do subtraendo.

As crianças que haviam aprendido a calcular utilizando como recurso a estrutura do sistema decimal de numeração recorreram a decomposições diversas, dependendo do nível de compreensão de cada uma sobre o SND e a contagem. Observou-se que suas estratégias são pessoais por evidenciarem o uso de diferentes formas de calcular mentalmente, lançando mão de cálculos intermediários variados, e de diferentes formas de reagrupamento das quantidades, de modo que facilitasse a operação.

Quanto às relações entre as práticas de ensino vivenciadas e as estratégias utilizadas, encontramos uma forte conexão entre o que as crianças realizaram na pesquisa e o que lhes foi ensinado. As estratégias que usaram foram exatamente as que foram observadas nas aulas: alunos que seguiam etapas para resolver (sentença matemática, algoritmo organizado no QVL e resposta); alunos que faziam somente o algoritmo; alunos que calculavam de formas variadas, usando a decomposição, contagem e setas para indicar os reagrupamentos realizados.

O contrato didático vigente com a professora foi mantido em todas as turmas, mesmo após minha tentativa de estabelecer um contrato em que a resolução poderia ser realizada como quisessem, sem um padrão estabelecido. Crianças que estavam acostumadas a seguir etapas para resolver os problemas a reproduziram nas resoluções dos problemas propostos na pesquisa; alunos que só haviam

[44] A única exceção foi o registro da aluna AM26 que desenhou 42 pauzinhos e cortou 18, bem pequenininho e no final da folha, para calcular 42-18 (Figuras 4.30 e 4.31).

aprendido o algoritmo convencional o aplicaram ou tentaram e poucos ousaram outras formas de resolução; crianças que estavam habituadas a conhecer vários modos de resolução arriscaram e produziram registros diferenciados.

Apesar da grande diferença encontrada na realidade e proposta de trabalho das três escolas, verificamos em todas a força da cultura escolar, do contrato didático estabelecido com o professor na forma de resolução adotada pelos alunos.

Alguns alunos identificaram que não sabiam fazer o cálculo usando o que conheciam do algoritmo, porém não conseguiram elaborar outra forma de calcular. Negrão de Lima (2006, p.71) apontou que isto ocorre porque “os alunos aprendem a utilizar as ferramentas matemáticas valorizadas socialmente pela escola, mas não são incentivados a criar, também, suas próprias ferramentas.” Nagy-Silva (2005, p.96-97) levantou uma hipótese que corroboramos com esta pesquisa:

> É possível que muitos professores não incentivem seus alunos a construírem seus próprios algoritmos por desconhecerem essa possibilidade. Por conseguinte, como não é dada aos alunos essa oportunidade, resta-lhes aceitar que a única forma possível de resolvê-los é pelo uso do algoritmo convencional ensinado pelo professor.

E foi isso que os alunos fizeram. O principal erro das crianças que haviam aprendido a realizar os reagrupamentos convencionalmente foi na organização dos números nas ordens para a realização dos cálculos. Também foi encontrado um significativo número de alunos que aplicaram corretamente o algoritmo sem parecer compreender os passos que executaram.

Estes resultados corroboram os estudos de Mandarino (2006) que mostram que muitas escolas continuam enfatizando o ensino de cálculos, sem que haja compreensão pelo aluno dos procedimentos executados. Fato que ocorre apesar dos PCN existirem há mais de uma década e indicarem um trabalho diferenciado para o ensino de cálculos. Supomos que um investimento efetivo na formação do professor possa modificar esta situação. É necessário que haja um aprofundamento nos estudos sobre o ensino dos números e operações matemáticas, assim como amplo debate sobre as práticas pedagógicas utilizadas para este ensino.

Nas produções dos alunos que aprenderam a calcular de diferentes formas, os principais erros encontrados foram na decomposição dos números ou na contagem das decomposições feitas.

Quanto aos resultados, as turmas que aprenderam formas variadas para calcular apresentaram maior quantidade de resultados corretos ou aproximados. Os alunos que aprenderam uma forma única de cálculo chegaram a uma quantidade menor de resultados corretos e muitos apresentaram dificuldade em avaliar os resultados dos cálculos, estimar se estes eram viáveis para responder às perguntas dos problemas. Muitos destes alunos também demonstraram dificuldade em identificar a operação e/ou os números que deveriam ser utilizados nos cálculos. Evidenciaram a crença de que “para resolver o problema preciso fazer uma conta”, ainda não importando qual conta.

Especificamente sobre o ensino dos algoritmos, não podemos afirmar, como vários autores, entre estes Kamii (2005; 2002), pelos resultados desta pesquisa que o ensino deste é prejudicial aos alunos dos anos iniciais, uma vez que a metodologia desta pesquisa não buscou responder esta questão. Embora esta seja minha opinião pelas minhas experiências com alunos dos anos iniciais, pelas leituras que fiz e pela análise dos dados desta pesquisa. Porém, podemos afirmar que ensinar uma forma única de cálculo pode tornar os alunos “engessados” na realização destes, limitados à aplicação de um único procedimento, sem desenvolver a reflexão sobre outras possibilidades de execução. Retomando o que os PCN indicaram: “o objetivo principal do trabalho com o cálculo consiste em fazer com que os alunos construam e selecionem procedimentos adequados à situação-problema apresentada, aos números e operações nela envolvidos.” (BRASIL, 1997, v.3, p. 116). Ou seja, avaliar qual método para calcular mais adequado a situação que vivencia: realizar um cálculo mental estimando o resultado, usar uma calculadora para saber o resultado exato, realizar um cálculo escrito criando estratégias próprias ou operar usando o algoritmo convencional. Por exemplo, se quer resolver o cálculo 1000 – 995 o que é mais prático e eficiente? O algoritmo é uma boa estratégia? Neste caso, o mais indicado seria o cálculo mental, pois o algoritmo, além de muito trabalhoso e demorado, possibilita a ocorrência de erros por envolver o reagrupamento das centenas, dezenas e unidades. É esta capacidade de avaliação que deve ser desenvolvida, o aluno deve analisar a circunstância e necessidade, saber operar de diferentes formas e escolher a mais apropriada.

Sobre os principais problemas relacionados à utilização do algoritmo percebemos:

- ✓ São necessários vários passos para execução correta, por exemplo, na adição: alinhar os algarismos nas ordens, começar pelas unidades, registrar os reagrupamentos nas ordens superiores. Um passo mal executado leva a um resultado incorreto. Os alunos precisam se concentrar muito nas etapas, nem sempre compreendidas. Zunino (1995) constatou que as crianças se concentram tanto em executar o algoritmo que perdem a noção da grandeza numérica que estão calculando.
- ✓ Quando o aluno opera com o algoritmo ele pensa no cálculo separado em ordens numéricas, ele não opera o número como um todo, fato já constatado por Kamii (2005, 2002), Golbert (2009), Walle (2009) e isto pode levá-lo a desconsiderar o valor dos números que está calculando.

Por isso a utilização da decomposição numérica pode ser uma possibilidade para que o aluno execute o cálculo pensando em quanto vale este número, reagrupando de acordo com o cálculo a ser realizado e seus conhecimentos sobre o SND. Walle (2009, p.246-247) indicou as diferenças entre as estratégias inventadas[45] e os algoritmos convencionais, segundo o autor as estratégias inventadas: "são orientadas por números em vez de orientadas por algarismos"; "são orientadas à esquerda e não à direita"; "são flexíveis em vez de rígidas, tendem a mudar com os números envolvidos a fim de tornar os cálculos mais fáceis." Sobre o ensino dos algoritmos, este autor também alerta que:

> Não importa o quão cuidadosamente você apresente esses algoritmos em sala de aula simplesmente como mais uma alternativa, os estudantes provavelmente vão senti-los como "esse é o modo real" ou o "jeito certo" de calcular. "Esse é o modo que o professor nos ensinou a fazer e o modo que meus pais calculam." Uma vez tendo começado com métodos tradicionais, é extremamente difícil sugerir aos estudantes que eles aprendam outros métodos. (WALLE, 2009, p.248).

Como professora, concordo em parte com a afirmação de Walle. Realmente é mais difícil sugerir que os alunos criem estratégias para calcular quando já conhecem o algoritmo, porém um trabalho que valorize a criação de diferentes procedimentos nos cálculos e que estimule a escolha do mais apropriado para cada caso pode minimizar esta situação.

Em relação ao cálculo mental, na turma em que ocorreu um trabalho sistemático para o desenvolvimento deste percebemos uma capacidade de

[45] O autor considera estratégias inventadas como qualquer estratégia diferente do algoritmo convencional que não envolva a contagem unitária ou o uso de materiais concretos.

resolução de problemas desenvolvida, assim como flexibilidade mental nas operações numéricas. Constatação que corrobora os estudos de Parra (1996) que indicam os benefícios do trabalho com cálculo mental no Ensino Fundamental para aumentar o conhecimento a respeito das características dos números e melhorar a capacidade de resolver problemas.

Presumimos que a dificuldade de entendimento das informações contidas nos problemas; o pouco desenvolvimento da capacidade de avaliar os resultados encontrados, do cálculo mental e por estimativa; assim como o ensino exclusivo de técnicas algorítmicas prejudicaram o desenvolvimento do raciocínio numérico, da compreensão mais ampla dos desafios matemáticos em vários alunos. Para trazer contribuições para o ensino das operações matemáticas, elencamos as práticas de ensino que consideramos, por tudo o que foi analisado, como importantes para o trabalho com as operações numéricas e com a resolução de problemas:

- ✓ o professor possuir uma postura investigativa em relação às produções escritas dos alunos, tanto nos erros quanto nos acertos.
- ✓ interpretação dos enunciados dos problemas para que os alunos aprendam a buscar as informações relevantes e identificar qual a questão a ser respondida;
- ✓ trabalho com estratégias diferenciadas para resolução dos problemas;
- ✓ socialização entre os alunos de diferentes estratégias utilizadas visando a ampliação das possibilidades de resolução conhecidas pela turma;
- ✓ registro por escrito de como pensou para resolver o problema estimulando a organização do pensamento e a reflexão sobre a estratégia utilizada;
- ✓ utilização de problemas variados: com números em excesso, com falta de dados, sem dados numéricos, com os dados numéricos escritos por extenso, enfim elaboração de situações variadas para os alunos resolverem[46];
- ✓ desenvolvimento do cálculo mental e por estimativa para desenvolver flexibilidade nas operações numéricas e controle dos resultados;
- ✓ análise da própria produção para que os alunos aprendam a avaliar se os resultados são adequados ao que foi proposto;
- ✓ utilização das decomposições numéricas nos cálculos nos anos iniciais;

[46] Sobre esta questão Zunino (1995, p.78) afirma que "seria conveniente formular às crianças (e com elas) problemas dos mais diversos tipos, que reflitam a variedade de situações problemáticas que possam apresentar-se na vida cotidiana.

✓ ensino do algoritmo somente após os alunos saberem calcular de formas variadas e após a compreensão do SND, como mais um modo de realizar as operações e buscando que haja a compreensão dos passos.

✓ Uma vez ensinados os algoritmos formais o professor não deve privilegiar o uso exclusivo destes na resolução das diferentes propostas.

Nagy-Silva e Buriasco (2008, p.45) destacam que "torna-se cada vez mais evidente e urgente a implementação de práticas educativas que ajudem o aluno a ser capaz de pensar sobre problemas e discuti-los, não bastando, portanto, que dominem algoritmos e façam cálculos corretamente." Possibilitar que a sala de aula seja um espaço de investigação e discussão de modos de pensar e de calcular é abrir caminhos para que as crianças aprendam:

> "[...] muito mais a respeito das operações e suas propriedades, sobre as estratégias que elas mesmas e as outras utilizam frente a diversas situações. Elas poderiam 'fazer matemática', em lugar de ver-se reduzidas a aplicar procedimentos que não compreendem." (ZUNINO, 1995, p. 69).

Em nossa amostra, a elaboração de currículo formal mais de acordo com os estudos da Educação Matemática não foi suficiente para modificar "velhas" práticas; outras ações são necessárias para que uma mudança efetiva ocorra. Percebemos dois fatores que contribuíram para uma prática pedagógica mais renovadora: a formação continuada do professor, o apoio e o incentivo da equipe pedagógica para que novas práticas sejam implementadas.

Para finalizar esta dissertação, desejo que estas discussões e sugestões possam contribuir para que novas práticas para o ensino das operações matemáticas e para a resolução de problemas sejam implementadas. E para todos educadores e pesquisadores da Educação Matemática:

> "Gostaria de te desejar tantas coisas.
> Mas nada seria suficiente.
> Então, desejo apenas que você tenha muitos desejos.
> Desejos grandes.
> [De transformar, de trocar, de renovar sua prática[47]]
> E que eles possam te mover a cada minuto,
> Ao rumo da sua felicidade!"
> [E de uma educação de qualidade.[48]]
>
> Carlos Drumond de Andrade (com adaptações)

[47] Acréscimo da autora.
[48] Acréscimo da autora.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ALVES, A. J. O planejamento de pesquisas qualitativas em educação. In: **Cadernos de Pesquisa**, n. 77, p. 53-61, mai 1991. Disponível em: http://www.fcc.org.br/pesquisa/publicacoes/cp/arquivos/797.pdf Acesso em 30 mar. 2012.

ANANIAS, E. F. **Sobre as operações matemáticas e o cálculo mental.** Paraíba, 2010, 190 f. Tese (Doutorado em Ensino de Ciências e Matemática) - UEPB, Paraíba, 2010.

BARDIN, Laurence. **Análise de conteúdos**. Lisboa: Edições 70, 1977.

BARREIROS, D.R. **O sistema nacional de avaliação da educação básica:** vínculos entre avaliação e currículo. Rio de Janeiro, RJ, 2003. Dissertação (Mestrado em Educação) – UERJ, Rio de Janeiro, RJ, 2003.

BESSA, S. Aritmética no Ensino Fundamental: Adição. In: ASSIS, O.Z.M. et al. (org.) **O desafio de ensinar e aprender Matemática na educação básica.** Campinas, SP: FE/UNICAMP, 2011.

BORASI, R. **Using Errors as springboards for the learning of mathematics; an introduction. Focus on Learning Problems in Mathematics.** v.7, n-3-4, p.1-14, 1985.

BORDEAUX, A.L.; RUBINSTEIN, C.; FRANÇA, E.; OGLIARI, E.; MIGUEL, V. **Novo bem-me-quer:** Alfabetização matemática. 2º ano. 1.ed. São Paulo: Editora Brasil, 2008.

BRASIL, MEC. **Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática**. Secretaria de Educação Fundamental. v.3. Brasília: MEC/SEF, 1997.

BRASIL, MEC. **Programa de desenvolvimento profissional continuado:** alfabetização. Secretaria de Ensino Fundamental. Brasília: MEC/SEF, 1999.

BRASIL. MEC. **Pró-Letramento:** Programa de Formação Continuada de Professores dos Anos/Séries iniciais do Ensino Fundamental: Matemática. Secretaria de Educação Básica. Brasília: Ministério da Educação, 2008.

BROUSSEAU, G. **Fondememts et méthodes de la didactique des mathématiques**. Recherches en Didactique des Mathématiques, Nº 7 (2), p.p. 33-116, 1986.

_____. **Le contrat didactique: Le mileu**. Recherches en Didactique des Mathematiques, nº 9 (3), p. 309-336, 1988.

_____. **Introdução ao estudo da teoria das situações didáticas:** conteúdos e métodos de ensino. São Paulo: Ática, 2008.

CAMPOS, T.M.; MAGINA, S.M. Concepções e desempenhos de professores das séries iniciais no campo das estruturas aditivas. In: **Anais do VII Encontro Paulista de Educação Matemática** - VII EPEM - Matemática na escola: conteúdos e contextos. SP: USP, jun. 2004. Disponível em: http://www.sbempaulista.org.br/epem/anais/Comunicacoes_Orais%5Cco0049.doc. Acesso em 20 abr. 2012.

CÂNDIDO, P. T. Comunicação em matemática. In: SMOLE, K.; DINIZ, M. **Ler, escrever e resolver problemas:** Habilidades básicas para aprender Matemática. Porto Alegre: Artmed, 2001, p.15-28.

CARRAHER, T.N.; SCHLIEMANN, A. L. A adição e a subtração na escola: algoritmos ensinados e estratégias aprendidas. In: **Revista Brasileira de Estudos Pedagógicos**, v. 64, n. 148, set./dez 1983a, p. 234-242.

_____. **O método clínico:** usando os exames de Piaget. Petrópolis, RJ: Vozes, 1983b.

_____.; CARRAHER, D.; SCHLIEMANN, A. **Na vida dez, na escola zero.** São Paulo: Cortez, 2006.

CAVALCANTI, C. T. Diferentes formas de resolver problemas. In: SMOLE, K.; DINIZ, M. **Ler, escrever e resolver problemas**: Habilidades básicas para aprender Matemática. Porto Alegre: Artmed, 2001, p.121-149.

CHARNAY, R. Aprendendo (com) a resolução de problemas. In: PARRA, C.; SAIZ, I. (org.) **Didática da Matemática:** Reflexões Psicopedagógicas. Porto Alegre: Artes Médicas, 1996, p. 36-47.

CHEVALLARD, Y.; BOSCH, M.; GASCÓN, J. **Estudar matemáticas**: o elo perdido entre o ensino e a aprendizagem. Porto Alegre: Artmed, 2001.

CURI, E. **A Matemática e os Professores dos Anos Iniciais.** São Paulo: Musa Editora, 2005.

CURY, H. N. **Análise de erros:** o que podemos aprender com as respostas dos alunos. Belo Horizonte: Autêntica, 2008.

DANTE, L.R. **Formulação e resolução de problemas de Matemática** – teoria e prática. São Paulo: Ática, 2009.

ESTEBAN, M T. **O que sabe quem erra?** : reflexões sobre avaliação e fracasso escolar. 3.ed. Rio de Janeiro: DP&A, 2002.

FONTES, C.G. **O valor e o papel do cálculo mental nas séries iniciais.** São Paulo, 2010. 220 f. Tese (Doutorado em Educação).- USP, São Paulo, 2010.

FREIRE, P. **Pedagogia da autonomia:** saberes necessários à prática educativa. São Paulo: Paz e Terra, 1996.

FURNARI, E. **Os problemas da Família Gorgonzola:** Desafios matemáticos. 4. ed. São Paulo: Global, 2004.

GOLBERT, C. S. **Novos rumos na aprendizagem Matemática:** conflito, reflexão e situações-problema. Porto Alegre: Mediação, 2009.

GONÇALVES, A.O. Resolução de problemas de estrutura aditiva: a compreensão de uma professora de primeira série. In: **Anais do IX Congresso Nacional de Educação – III Encontro Sul Brasileiro de Psicopedagogia.** Paraná: PUCPR, out. 2009.

_____.. **Algoritmos**: uma perspectiva de professores de quarta e quinta séries do Ensino Fundamental. Paraná, 2010. 295 f. Dissertação (Mestrado em Educação) - UFPR, Paraná, 2010.

_____. Algoritmos das quatro operações: com a palavra o professor. In: **X Congresso Nacional de Educação – EDUCERE** – I Seminário Internacional de Representações Sociais, Subjetividade e Educação – SISSSE. Curitiba: PUCPR, nov. 2011.

GOODE, W.; HATT, P.K. Como construir um questionário. In: **Métodos em pesquisa social.** São Paulo: Cia Editora Nacional, 1979, p. 171-218.

GUIMARÃES, S. D. **A prática regular de cálculo mental para ampliação e construção de novas estratégias de cálculo por alunos do 4º e 5º ano do Ensino Fundamental.** Campo Grande, MS, 2009. 262 f. Tese (Doutorado em Educação) - UFMS, Campo Grande, MS, 2009.

_____.; FREITAS, J. L. Um olhar sobre o papel do cálculo mental para a aprendizagem de conceitos matemáticos nos anos iniciais do ensino fundamental. In: **Anais do IX ENEM – Encontro Nacional de Educação Matemática** – Diálogos entre a pesquisa e a prática educativa. Belo Horizonte: UNI-BH, SBEM, jul. 2007.

INEP Instituto Nacional de Pesquisas Educacionais. Portal do IDEB. **Resultados completos do IDEB entre 2005 e 2009.** Disponível em http://portal.inep.gov.br/web/portal-ideb/portal-ideb. Acesso em 30 mar. 2012.

INEP Instituto Nacional de Pesquisas Educacionais. Portal do IDEB. **Resultados SAEB/Prova Brasil 2011.** Disponível em http://sistemasprovabrasil2.inep.gov.br/resultados/ Acesso em 28 jan. 2013.

ITACARAMBI, R. R. **Resolução de problemas nos anos iniciais do ensino fundamental** – construção de uma metodologia. São Paulo: Editora Livraria da Física, 2010.

KAMII, C. **A criança e o número**: implicações educacionais da teoria de Piaget para atuação com escolares de 4 a 6 anos. 11ª ed. Campinas, SP: Papirus, 1990.

_____. **Aritmética** – novas perspectivas: implicações da teoria de Piaget. Campinas, SP: Papirus, 1992.

_____.; HOUSMAN, L. **Crianças pequenas reinventam a aritmética – Implicações da teoria de Piaget.** 2.ed. Porto Alegre: Artmed, 2002.

_____.; JOSEPH, L. **Crianças pequenas continuam reinventando a aritmética** – séries iniciais – Implicações da Teoria de Piaget. Porto Alegre: Artmed, 2005.

LERNER, D.; SADOVSKY, P. O sistema de numeração: um problema didático. In: PARRA, C.; SAIZ, I. (org.) **Didática da Matemática:** Reflexões Psicopedagógicas. Porto Alegre: Artes Médicas, 1996, p.73-155.

LÜDKE, M.; ANDRÉ, M. E. D. A. **Pesquisa em Educação:** abordagens qualitativas. São Paulo: EPU, 1986.

MACEDO, L.; BOAS, M. C. V. Jogos de corrida e construção da noção de número na educação infantil. In: ASSIS, O.Z.M. et al. (org.) **O desafio de ensinar e aprender Matemática na educação básica.** Campinas, SP: FE/UNICAMP, 2011.

MAGINA, S.; CAMPOS, T.M.M.; GITIRANA, V. e NUNES, T. **Repensando adição, subtração:** contribuição da teoria dos campos conceituais. 2ª ed. São Paulo: PROEM, 2001.

MANDARINO, M.; BELFORT, E. **Números naturais:** conteúdo e forma. Rio de Janeiro: Ministério da Educação: Universidade Federal do Rio de Janeiro, LIMC, 2005.

_____. **Concepções de ensino da Matemática elementar que emergem da prática docente**. Rio de Janeiro, 2006. 273 f. Tese (Doutorado em Educação) – Pontífica Universidade Católica do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, 2006.

_____.; BELFORT, E.; COELHO, F.R. E.; OLIVEIRA, A. T.; PINHEIRO L.; CABANAS, M. I.; MARTINS, R. Soluções inesperadas na resolução de problemas matemáticos: erro ou acerto? In: **Anais do II Internacional Cotidiano**: Diálogos sobre Diálogos. Niterói: UFF, 2008.

_____.; _____.; _____. Práticas didáticas em Matemática que exploram análise de soluções. In: **Anais do III Congresso Internacional Cotidiano:** Diálogos sobre Diálogos. Niterói: UFF, 2010.

MELLO, E. **Análise de dificuldades de alunos com o algoritmo da subtração** São Paulo, 2008. 141 f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Pontífica Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2008.

MENDONÇA, M. C. A intensidade dos algoritmos nas séries iniciais: uma imposição sócio-histórico-cultural ou uma opção valiosa? **Zetetiké**, Campinas, SP: Faculdade de Educação / CEMPEM / UNICAMP, v.4, n.5, p. 55-76, jan/jun. 1996.

MENEZES, E. T. de; SANTOS, T. H. dos. "CIEPs (Centros Integrados de Educação Pública)" (verbete). In: **Dicionário Interativo da Educação Brasileira** - EducaBrasil. São Paulo: Midiamix Editora, 2002, http://www.educabrasil.com.br/eb/dic/dicionario.asp?id=83 , Acesso em 9 jan. 2012.

MINOTTO, R. **Compreensões de professores das séries iniciais sobre o ensino dos procedimentos matemáticos envolvidos nos algoritmos convencionais da adição e da subtração com reagrupamento.** Paraná, 2006. 153 f. Dissertação (Mestrado em Educação) - UFPR, Paraná, 2006.

MOREIRA, A. F. (org) **Currículo: questões atuais.** 14ª ed. Campinas: Papirus, 1997.

MOREIRA, M. A. A teoria dos Campos Conceituais de Vergnaud, o ensino de Ciências e a pesquisa nesta área. In: **Investigações em Ensino de Ciências.** Porto Alegre: UFRGS, 2002. V7(1), pp. 7-29.

NACARATO, A.M. **A Matemática nos anos iniciais do Ensino Fundamental:** Tecendo fios do ensinar e do aprender. Belo Horizonte: Autêntica Editora, 2009.

NAGY-SILVA, M. C. **Do observável para o oculto: um estudo da produção escrita de alunos da 4ª série em questões de Matemática**. 2005. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Educação Matemática) - Universidade Estadual de Londrina/UEL, Londrina, PR, 2005.

NAGY-SILVA, M. C.; BURIASCO, R. L. A análise da produção escrita em Matemática: possível contribuição. In: BURIASCO, R. L. (org.) **Avaliação e Educação Matemática**. Recife: SBEM, 2008.

NEGRÃO DE LIMA, R. C. **Avaliação em Matemática: análise da produção escrita de alunos da 4° série do Ensino Fundamental em questões discursivas.** 2006. Dissertação (Mestrado em Educação). Universidade Estadual de Londrina/UEL, Londrina, PR, 2006.

NUNES,T.; BRYANT, P. **Crianças fazendo Matemática.** Porto Alegre: Artes Médicas, 1997.

OLIVEIRA, M.; TOURINHO, E. Desempenho de crianças do Ensino Fundamental na solução de problemas aritméticos. In: **Estudos de Psicologia**, Campinas: PUC Campinas, 2001, 6(1), p. 63-74.

ORTIGÃO, M.I. **Currículo de Matemática e desigualdades sociais**. Rio de Janeiro: PUC-Rio, 2005. Tese de doutorado não publicada.

PADÓVAN, D.; GUERRA, I.C.; MILAN, I. **Projeto Prosa**: Alfabetização matemática. 2º ano, 4 ed. São Paulo: Saraiva, 2011.

PARRA, C. Cálculo mental na escola primária. In: PARRA, C.; SAIZ, I. (org.) **Didática da Matemática:** Reflexões Psicopedagógicas. Porto Alegre: Artes Médicas, 1996a, p.186-235.

PAIS, L. C. **Didática da Matemática:** uma análise da influência francesa. 2. ed., 2. reimp. Belo Horizonte: Autêntica, 2008.

PEDROSO, A. P. **Os algoritmos no contexto da história:** uma experiência na formação de professores pedagogos. Santa Catarina, 2008. 174 f. Dissertação (Mestrado em Educação Científica e Tecnológica) - UFSC, Santa Catarina, 2008.

PESSOA, F. Site **Pensador. Info**. Disponível em: http://pensador.uol.com.br/busca.php?q=H%E1+um+tempo+em+que+%E9+preciso+abandonar+as+roupas Acesso em 07 mai. 2012.

PINHEIRO, L. C. O. **Episódios de correção:** Informações sobre como o professor lida com as produções matemáticas de seus alunos. Rio de Janeiro, 2009. 128 f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Matemática) - UFRJ, Rio de Janeiro, 2009.

PIRES, C. M. **Currículos de Matemática:** da organização linear à ideia de rede. São Paulo: FTD, 2000.

POLYA, G. **A arte de resolver problemas.** Rio de Janeiro: Interciência, 2006.

RABIOGLIO, M. O jogo pega varetas na sala de aula: trabalhando aspectos de geometria e aritmética. In: ASSIS, O.Z.M. et al. (org.) **O desafio de ensinar e aprender Matemática na educação básica.** Campinas, SP: FE/UNICAMP, 2011.

RAMOS, L. F. **Conversas sobre números, ações e operações** – uma proposta criativa para o ensino da Matemática nos primeiros anos. São Paulo: Ática, 2009.

SANTOS, A.A.; MANDARINO, M. C. Estratégias utilizadas por alunos do segundo ano de escolaridade para calcular e resolver problemas. In: **Anais do IV Congresso Internacional Cotidiano: Diálogos Sobre Diálogos.** Niterói: UFF, 2012.

SACRISTÁN J. G.; GÓMEZ, A. I. **Compreender e transformar o ensino.** 4. ed. Porto Alegre: Artmed, 1998.

SCHÖN, D.A. Formar professores como profissionais reflexivos. In: NÓVOA, A. **Os professores e sua formação**. 2.ed. Lisboa: Publicações Dom Quixote, 1995, p. 77-92.

Secretaria Municipal de Educação. **Proposta Pedagógica da Secretaria de Educação de Duque de Caxias**. v. 2 Duque de Caxias, RJ: SME, 2004.

SIGNORINI, M. **Crianças, algoritmos e o sistema de numeração decimal.** Paraná, 2007. 124 f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Matemática) - UEM, Paraná, 2007.

SILVA, D. A. **O algoritmo de cálculo escrito convencional nas aulas de Matemática da EJA.** Itatiba, 2011, 122f. Dissertação (Mestrado em Educação) – USF, Itatiba, 2011.

SKOVSMOSE, O. **Educação Matemática crítica** – a questão da democracia. 5ª ed. Campinas, SP: Papirus, 2001.

SMOLE, K.S.; DINIZ, M. **Ler, escrever e resolver problemas:** Habilidades básicas para aprender Matemática. Porto Alegre: Artmed, 2001.

_____. **Jogos de Matemática de 1º a 5º ano.** Porto Alegre: Artmed, 2007.

SOUZA, R. F. **Escola e currículo.** Curitiba: IESDE Brasil S.A., 2008.

SOUZA, E. **A prática social do cálculo escrito na formação de professores:** a história como possibilidade de pensar questões do presente. Campinas, SP, 2004. 284 f. Tese (Doutorado em Educação) - UNICAMP, Campinas, SP, 2004.

STANCANELLI, R. Conhecendo diferentes tipos de problemas. In: SMOLE, K.; DINIZ, M. **Ler, escrever e resolver problemas:** Habilidades básicas para aprender Matemática. Porto Alegre: Artmed, 2001, p.103-120.

STAREPRAVO, A. R. **Jogos para ensinar e aprender Matemática**. Curitiba: Coração Brasil, 2006.

TRINDADE, A. F. **Investigações matemáticas e resolução de problemas** – que fronteiras? Curitiba, 2008. 176 f. Dissertação (Mestrado em Educação) - UFPR, Curitiba, 2008.

VERGNAUD, G. **A criança, a Matemática e a realidade:** problemas do ensino da Matemática na escola elementar. Curitiba: Ed. da UFPR, 2009.

VERGNAUD, G. A classification of cognitive tasks and operations of thought involved in addition and subtraction problems. In Carpenter, T., Moser, J. & Romberg, T. (1982). **Addition and subtraction. A cognitive perspective.** Hillsdale, N.J.: Lawrence Erlbaum, 1982. p. 39-59.

VILLA, A.; CALLEJO, M. L. **Matemática para aprender a pensar:** o papel das crenças na resolução de problemas. Porto Alegre: Artmed, 2006.

VYGOTSKY, L. S. **A formação social da mente**: o desenvolvimento dos processos psicológicos superiores. São Paulo: Martins Fontes, 1994.

WALLE, J. A. V. **Matemática no Ensino Fundamental –** formação de professores e aplicação em sala de aula. Porto Alegre: Artmed, 2009.

ZABALA, A. **A prática educativa:** como ensinar. Porto Alegre: Artmed, 1998.

ZAIA, L.L. Jogar para desenvolver e construir conhecimento: jogar para desenvolver o prazer de aprender matemática. In: ASSIS, O.Z.M. et al. (org.) **Jogar e aprender Matemática**. Campinas, SP: FE/UNICAMP, 2010.

ZATTI, F.; AGRANIONIH, N.; ENRICONE, J. R. Aprendizagem Matemática: desvendando dificuldades de cálculo dos alunos. In: **Perspectiva,** Erechim: URI, dez. 2010. v. 34, n.128, p. 115-132.

ZUNINO, D. L. **A Matemática na escola**: aqui e agora. 2 ed. Porto Alegre: Artmed, 1995.

Anexo

Anexo 1 – Descrição das atividades realizadas na escola particular

- Jogo do Banqueiro

Organizam as crianças em grupos de 4 e escolhem um banqueiro. Uma criança de cada vez joga o dado e recebe do banqueiro a quantidade de cubinhos correspondentes. Ao acumular 10 cubinhos, troca por uma barrinha que vale 10 e, quando juntar 10 barrinhas, troca por uma placa que vale 100. Quem conseguir a placa primeiro é o vencedor. O objetivo dessa atividade é que as crianças possam realizar diferentes agrupamentos, de 1 em 1 e de 10 em 10, presentes em nosso sistema de numeração.

- Mercadinho

As crianças pesquisam os produtos das seções dos supermercados, leem encartes, analisam preços, fazem arredondamentos, simulam compras e calculam as despesas e o troco. Depois arrumam "os produtos" que foram trazidos, preparam as etiquetas de preços e esperam as crianças do Primeiro Ano que chegam com suas sacolas ecológicas para fazer as compras. A cada compra, as crianças se revezavam para experimentar a função de "caixa" e calcular o total e o troco. Depois de fechado o mercado, foi hora de calcular o total das vendas. Muitos desafios foram colocados ao grupo, inclusive sobre possíveis estratégias para agilizar contas de várias parcelas como, por exemplo, fazer decomposições e agrupar números para formar 10.

- Dez na Cabeça

O objetivo é formar pares de cartas que somam 10. Esses pares são importantes para a resolução de cálculos e quanto mais sabidas as crianças ficam em relação aos mesmos, mais ágeis ficam para calcular.

- Batalha de Composição

Nesse jogo, cada participante recebe cartas com algarismos sortidos. No momento certo, eles viram as cartas e, com elas, formam o maior número possível. Em seguida, comparam os números com os amigos para ver quem formou o maior.

Apêndices

APÊNDICE A – Termo de autorização para participação do aluno na pesquisa

UNIVERSIDADE FEDERAL DO ESTADO DO RIO DE JANEIRO

Centro de Ciências Humanas e Sociais - CCH

Programa de Pós-Graduação em Educação – Mestrado

AUTORIZAÇÃO DO RESPONSÁVEL PARA PARTICIPAÇÃO DE ALUNO EM PESQUISA

Senhor(a) Responsável,

No decorrer deste ano, a turma _____, do 3º ano de escolaridade, na qual seu filho(a) está matriculado(a) participará da pesquisa: *"Estratégias utilizadas pelos alunos dos primeiros anos de escolaridade para calcular e resolver problemas*" realizada pela Orientadora Educacional e mestranda Andreia Almeida dos Santos e coordenada pela Professora Doutora Mônica C. F. Mandarino, através do Programa de Mestrado da UNIRIO. Esta pesquisa objetiva compreender as estratégias que as crianças utilizam para calcular e resolver problemas numéricos e será realizada com o consentimento da Secretaria Municipal de Educação de Duque de Caxias, direção, orientação pedagógica da escola e acompanhada pela professora regente da turma.

A autorização para participação nesta pesquisa significa que os alunos participantes e seus pais (ou responsáveis) permitem, através deste documento, que suas falas, suas manifestações e os materiais que venham a produzir nas aulas sejam utilizados para os fins da pesquisa. Acrescentamos que as intervenções poderão ser filmadas

Nós, pesquisadores, comprometemo-nos com os seguintes cuidados éticos:

- Não serão divulgados nomes ou outras informações que permitam identificar os participantes;
- A participação na pesquisa é voluntária e, caso não deseje a participação, nenhum dado referente ao seu filho será utilizado;
- Os participantes, quando solicitarem, serão informados do andamento da pesquisa e dos seus resultados;
- As filmagens serão utilizadas somente para a produção de relatórios escritos sobre o desenvolvimento das aulas, em contextos de divulgação da pesquisa e não serão usadas em veículos de comunicação de qualquer espécie.
- Após concluída a pesquisa, será doado um exemplar da dissertação correspondente para a escola, que ficará à disposição dos participantes e da comunidade escolar.

Este "Termo de Consentimento" possui duas vias: uma para o responsável pelo(a) aluno(a) e uma para a pesquisadora.

Diante do exposto, e afirmando que estamos esclarecidos sobre o conteúdo deste documento, confirmamos a nossa participação na pesquisa descrita acima.

Duque de Caxias, _____ de _____ de 2012.

_____

Mestranda

Nome do aluno:_____

Nome do responsável: _____

Assinatura do responsável:_____

APÊNDICE B – Termo de autorização para divulgação da aplicação piloto

UNIVERSIDADE FEDERAL DO ESTADO DO RIO DE JANEIRO
Centro de Ciências Humanas e Sociais - CCH
Programa de Pós-Graduação em Educação – Mestrado

AUTORIZAÇÃO DO RESPONSÁVEL PARA DIVULGAÇÃO DA APLICAÇÃO PILOTO

Senhor(a) Responsável,

A turma 204, na qual seu filho(a) está matriculado(a), participou da aplicação piloto da pesquisa: *"Estratégias utilizadas pelos alunos dos primeiros anos de escolaridade para calcular e resolver problemas*" realizada pela mestranda Andreia Almeida dos Santos e coordenada pela Professora Doutora Mônica C. F. Mandarino, através do Programa de Mestrado da UNIRIO. Esta pesquisa objetiva compreender as estratégias que as crianças utilizam para calcular e resolver problemas numéricos.

Solicitamos a sua autorização para que possamos utilizar as falas, manifestações e materiais escritos produzidos pelo seu(ua) filho(a) para fins de publicações acadêmicas.

Garantimos o sigilo quanto ao nome da criança ou outras informações que permitam identificá-la.

A participação na pesquisa é voluntária e, caso não deseje que o material seja utilizado, nenhum dado referente ao seu(ua) filho(a) será utilizado.

Diante do exposto e estando esclarecido sobre o conteúdo deste documento, o(a) Sr(a):

( ) concorda com a utilização do material produzido pelo meu(inha) filho(a) para fins de pesquisa acadêmica.

( ) não concorda com a utilização do material produzido pelo meu(inha) filho(a) para fins de pesquisa acadêmica.

Rio de Janeiro, _____ de _____ de 2012.

Nome do aluno:_____

Nome do Responsável: _____

Assinatura do responsável:_____

APÊNDICE C – Termo de consentimento informado

UNIVERSIDADE FEDERAL DO ESTADO DO RIO DE JANEIRO
Centro de Ciências Humanas e Sociais - CCH
Programa de Pós-Graduação em Educação – Mestrado

Termo de Consentimento Informado
Documentos, Registros e Entrevistas

A Orientadora Educacional Andreia Almeida dos Santos, aluna do PPGE da UNIRIO, desenvolve a pesquisa: "*Estratégias utilizadas pelos alunos dos primeiros anos de escolaridade para calcular e resolver problemas*" sob a orientação da Profª Drª Mônica C. F. Mandarino e como parte das exigências do Mestrado em Educação.
A professora Andreia Almeida dos Santos compromete-se a esclarecer qualquer dúvida ou questionamento que os participantes venham a ter através do e-mail deca2000@ig.com.br ou telefone 9812-9115.
Após ter sido devidamente informada(o) dos objetivos desta pesquisa, eu _____,
concordo em participar desta, cedendo o material descrito para utilização na pesquisa, em relatórios e publicações decorrentes do estudo: _____
_____
Sobre a informação da(o) cedente do material nos relatórios e publicações da pesquisa, a mesma é opcional e seu consentimento em ceder o material não é afetado pela sua opção de ser ou não identificada(o) nas divulgações associadas a este trabalho:
( ) Concordo com a minha identificação na utilização das informações em relatórios referentes a esta pesquisa.
( ) Não concordo com a minha identificação na utilização das informações em relatórios referentes a esta pesquisa.

Rio de Janeiro, _____ de _____ de 2012.

_____
Entrevistado

Documento de identificação apresentado:_____

E-mail e telefone:_____