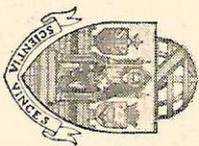


COLEÇÃO CAIROSCÓPIO

---



UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO

REITOR

*Prof. Dr. Luís Antônio da Gama e Silva*

EDITORA DA UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO  
COMISSÃO EDITORIAL

PRESIDENTE

*Prof. Dr. Mário Guimarães Ferré*

FACULDADE DE FILOSOFIA, CIÊNCIAS E LETRAS

MEMBROS

*Prof. Dr. A. Brito da Cunha*      *Prof. Dr. C. da Silva Laceraz*

FAC. DE FILOS., CIÊNC. E LETRAS

FACULDADE DE MEDICINA

*Prof. Dr. Miguel Reale*

FACULDADE DE DIREITO

*Prof. Dr. Walter Borzani*

ESCOLA POLITÉCNICA

OSKAR BECKER

# O PENSAMENTO MATEMÁTICO

*Sua grandeza e seus limites*

EDITORA HERDER

SÃO PAULO

1965

## Ciência exata da natureza

## 1. O papel da astronomia

Freqüentemente se ouve a afirmação que a ciência exata da natureza é, senão uma consequência, pelo menos uma preparação e até um pressuposto da técnica. Afirma-se(1) que a ciência matemática recente é um produto do capitalismo incipiente; que ela é o produto de uma concepção do mundo segundo a qual o trabalho humano nos ofícios e na produção de bens se tornou o modelo dos fenômenos naturais e determinou assim nosso conhecimento da natureza; na ciência está sempre presente a vontade de dominar e subjugar a natureza. As fórmulas matemáticas da física teórica "dominam" um determinado ciclo de fenômenos, mas sem "entendê-los", ou querer entendê-los. E quando Nietzsche afirma que em toda a vontade de conhecer está incluída uma certa crueldade, e quando um neo-romântico moderno se queixa de que a técnica moderna "rebaixou a grande mãe a esgarava", estamos na mesma linha de pensamento. O próprio Heidegger fala de um desafio mútuo, de uma "afirmação" recíproca da natureza e do homem, do ser e do homem, nesta nossa era atô-

(1) Vid. Max Scheler, "Erkenntnis und Arbeit" na obra: Die Wissensformen und die Gesellschaft (Leipzig, 1926).

tica. Mais tarde voltaremos a esta linha do pensamento moderno.

Mas perguntamos: tal concepção, que quase já se tornou lugar-comum, é verdadeira? Parece-nos bastar pronunciar a palavra "astronomia," para refutá-la. Porventura a astronomia não é uma ciência exata da natureza? Quando foi ela a preparação para qualquer técnica? Com as estrelas, até hoje, não se pôde fazer experiências; o máximo que se pode fazer é examinar sua irradiação. Penso que se pode fazer sômente observar, mas não modificar. Galileu pôde fazer rolar suas bolas sôbre um plano inclinado, "com um péso que éle mesmo escolheu" (como Kant diz tão plástica-mente), mas com os astros ninguém pode brincar.

Do ponto de vista histórico a astronomia é muito antiga. Como ciência exata, baseada em métodos matemáticos, existe desde o século VIII antes de Cristo, desde os tempos babilônico-assírios. Desde a metade do século VIII existem observações sistemáticas dos eclipses; a mais antiga, citada por Cláudio Ptolomeu, teve lugar em 746. O primeiro sistema exato do mundo, baseado em observações, é do grego Eudoxo (teoria das esferas homocêntricas); um outro, talvez também do século IV, é de Herakleides Pontikos(2). O mais tardar no século III são conhecidos epiciclos e excêntricos (Apolônio de Perge). No decurso do período helenístico, tanto no mundo grego como neo-babilônico, se desenvolveu uma astronomia subtil baseada em observações e cálculos; os documentos dessa época nos foram conservados sobretudo nos escritos de Cláudio Ptolomeu para

(2) Conforme B. L. van der Waerden já se achou expressa no "Timeu" uma teoria dos epiciclos para Mercúrio e Vênus (Die Astronomie des Pythagoreer in Verhandl. d. K. Nederl. Akad. v. Wetensch. Afd. Naturk. I. N. Deel XX Nr. 1 (Amsterdam, 1951) S. 45 ff.).

a parte grega, e em numerosos textos cuneiformes, para a parte neo-babilônica. O que aí encontramos é, sem dúvida alguma, ciência exata de alto quilate, baseada no pensamento matemático. O valor desta ciência pode ser demonstrado pelo fato que seus métodos e resultados foram aceitos por Copérnico sem restrições. E somente a "Astronomia nova" de Kepler (1609) que produziu uma reviravolta e traz novidades que mais tarde tornaria possível a mecânica celeste de Newton.

O próprio Kepler ainda adota dois métodos. Suas obras *Mysterium cosmographicum* e *Harmonice Mundi* existem lado a lado com a "Astronomia nova": de um lado pitagorismo, de outro observação empírico-exata. É digno de nota que a terceira lei de Kepler (de significado secundário na *Harmonice Mundi*) juntamente com a determinação feita por Huygens da aceleração centrífuga se tornou o ponto de partida para a lei de Newton sobre a gravitação.(3) Huygens de sua parte se utiliza da analogia entre a aceleração centrífuga e a aceleração da queda como a calculara Galileu. Vê-se assim que na teoria newtoniana se ajuntam os pensamentos de Galileu e de Huygens com os de Kepler para a elaboração da teoria da mecânica celeste(4).

(3) Conforme a terceira lei de Kepler os cubos dos grandes eixos das trajetórias dos planetas (aproximadamente os cubos [r<sup>3</sup>] dos raios) são proporcionais aos quadrados dos tempos das circunvoluções (T<sup>2</sup>). Conforme Huygens a aceleração centrífuga (a) é diretamente proporcional ao quadrado da velocidade da circunvolução (v<sup>2</sup>) e indiretamente proporcional ao raio (r): ora a velocidade citada é igual ao comprimento da circunvolução (2πr) dividida pelo tempo da circunvolução T; então, a aceleração centrífuga a é proporcional a v<sup>2</sup>/r ou π<sup>2</sup>/T<sup>2</sup> ou π<sup>2</sup>/r<sup>2</sup>, então, como T<sup>2</sup> é proporcional a r<sup>3</sup>, conclui-se que está na proporção r<sup>1/2</sup> ou 1/r<sup>1/2</sup>. O cerne da lei da gravitação de Newton é, no fundo, igual, no que concerne à cinemática.

(4) Deve-se acrescentar ainda que Newton ampliou a teoria de Huygens estendendo-a do movimento circular para o movimento elíptico com o eixo maior dirigida para um dos focos (como exigem a primeira e a segunda lei de Kepler) e assim aplicou rigorosamente as leis keplerianas e solucionou o assim chamado "problema dos dois corpos".

Nesta confluência de duas correntes de pensamento, das quais uma trata da mecânica terrestre e a outra das leis dos movimentos dos planetas no céu, se operou algo de novo: a assimilação das leis dos movimentos terrestres e celestes; lançou-se assim uma ponte por sobre o abismo existente entre a terra e o céu, cavado pela tradição clássica antigo-medieval, em oposição ao atomismo democrito-epicureu, difamado como suspeito. Em princípio, a mecânica dos corpos somente observáveis e não influenciáveis é a mesma que a dos corpos terrestres que podemos tocar. Também na esfera terrestre existem leis não menos exatas do que no céu. Com isto se inicia a ciência matemática clássica do Ocidente. É verdade que hoje em dia esta unidade das leis naturais para todas as esferas foi de algum modo abalada, já que para corpos muito grandes (no caso, as estrelas) as leis exatas conservam seu valor, enquanto que para as partículas muito pequenas só existem leis estatísticas (teoria dos quanta). Contudo a passagem da física clássica de Newton para a física moderna (que se efetivou aí por 1900), não é, apesar de tudo o que se diz em contrário, um passo maior na direção de um outro modo de pensar do que a descoberta da mecânica celeste no século XVII (elaborada por Newton já em 1666, mas publicada somente em 1687).

## 2. A "experiência analítica" na Antiguidade e na Idade Moderna

A questão por que a Antiguidade não conseguiu produzir uma ciência exata da natureza, no sentido próprio desta palavra, não pode ser respondida em poucas palavras. Alguma luz, embora

bastante unilateral, é atirada sobre a questão quando se compreende que a ciência antiga não conhecia a "*experientia analytica*".

Não há dúvida que os gregos eram finos observadores e pensadores penetrantes, mas tinham um pavor instintivo de analisar artificialmente, por manipulações apropriadas, qualquer fenómeno e assim destruí-lo em sua integridade. O que se podia observar diretamente na natureza e aquilo que resultava de atividades práticas pré-científicas na guerra e na paz (técnica manual e técnica guerreira), era considerado como objeto de ciência "*vivre*". Mas quase ninguém construiu aparelhos para fins unicamente de pesquisa.

Típica, para uma assim chamada "*experientia*" na antiguidade helênica, é a descrição que Empédocles (B 100, 8-21) nos oferece de uma criada que brinca com um elevador de água (*klepsidra*, literalmente: "ladroão de água?"). A clepsidra é um artigo aparelho doméstico (conservam-se alguns exemplares), uma espécie de pipeta que servia para tirar água dos enormes cântaros que não se podiam facilmente levantar ou inclinar. A "*experientia*" descrita no jôgo da criada serve como modelo (que na poesia de Empédocles toma a forma de uma parábola homérica) de um processo fisiológico. Mas se trata da observação de uma inocente brincadeira de criada e não de uma experiência com fins científicos.

Algo semelhante encontramos freqüentemente entre os pré-socráticos. As homoiomerias de Anaxágoras, por exemplo, são explicadas pela mistura (manual) de côres (Anaxágoras B 10 [p. II 37, 7-10], B 21 [p. II 43, 8-12 Diel-Kranz]; sobre a clepsidra: A 69). Igualmente as experiências acústicas, parcialmente verdadeiras, parcialmente pretensas, dos antigos pitagóricos pertencem a este

gênero de experiências, como a de Hipaso (12.13) com discos de diferente grossura e com recipientes mais ou menos cheios de água. Sômente em época mais recente se praticam ocasionalmente experiências sistemáticas, por exemplo, no terreno da ótica: Claudio Ptolomeu pesquisa a visão binocular e a refração da luz. Mas mesmo aí o fenómeno natural nunca é decomposto em seus componentes, como seja, a luz branca através de um prisma em seus componentes coloridos.

Ainda mais importante é o fato que a decomposição e a composição das forças mediante o tão conhecido paralelogramo de forças é inteiramente desconhecido na Antiguidade; parece que sômente pelo fim do século XVI foi utilizado por Stevin para explicar o equilibrio no plano inclinado. Os gregos não foram capazes de calcular esse equilibrio (vide uma tentativa falha em Pappus, Coll. math. VIII, 8-9); conseguiu-o, é verdade, no infício do século XVI um discípulo de Jordanus Nemorinus, mas sômente pela applicação do principio dos deslocamentos virtuais, e não pela decomposição dos componentes. No decurso do século XVII o principio do paralelogramo é extensamente applicado aos mais variados problemas e a dinâmica newtoniana seria ininteligivel sem elle.

Não entraremos agora nas particularidades históricas ou nos diferentes experimentos e suas explicações, mas insistimos no principio fundamental da análise dos fenómenos naturais e na decomposição dêstes em seus elementos para depois novamente reuni-los, geralmente (embora não sempre) pela simples superposição dos componentes. O principio da análise dos elementos foi formulado por Descartes em suas "*Regulae ad directionem ingenii*" (1629). Está em estreita relação com a "*Mathesis universalis*" que se serve da "*Algebra*

speiosa” (cálculo por meio de letras, descoberta por Viète e melhorada pelo mesmo Descartes) e que pode ser aplicada a toda espécie de números e grandezas; está além disto em relação com o ideal cartesiano da matematização da física, segundo a qual tudo se consegue pela elaboração de axiomas e pelo cálculo algébrico. A matemática de Descartes é assim um modelo metódico. Na realidade pertence à essência mesma da matemática ser fácil e até trivial em todos os seus passos, pela conexão gradual de figuras sempre mais complexas e argumentos sempre mais intrincados que são difíceis de seguir e compreender. Contudo seu caráter científico provém precisamente desta complexidade estrutural.

Portanto, um traço característico e fundamental da ciência natural exata, a partir do século XVII, é que ela decompõe em seus elementos, muitas vezes invisíveis, os fenômenos pré-científicos e cotidianos, para depois novamente reuni-los; por aí se exerce igualmente uma crítica sobre a observação ingênua dos sentidos. Pense-se, por exemplo, na ingênua concepção de Aristóteles, e de outros, que velocidade e força motora são proporcionais entre si; a doutrina da física clássica moderna, ao contrário, ensina a proporcionalidade da força e da aceleração. O caráter matemático da física moderna repousa precisamente sobre esse traço construtivo, próprio da ciência exata moderna.

Da tendência moderna para a análise segue, antes de mais nada, a construção de aparelhos e seu uso para observações sempre mais exatas. Tal tendência existia na antiguidade somente no campo da astronomia (que necessitava de medições exatas de ângulos) e de algum modo no da geodésia (os “*Diotra*” de Herão). Ao contrário, os aparelhos “pneumáticos” de Heron nada mais são que brin-

quedos geniais, “coisas admiráveis que se movem por si mesmas” (Aristóteles, Met. A 2, Pág. 983a, 14), que serviam para divertir o público e não para pesquisas. O homem antigo encontrava os “modelos” dos fenômenos naturais na própria natureza ou na ocupação manual e não os empregava para fins científicos (excetuados mais uma vez os modelos astronômicos, as “estetas”).

A construção de aparelhos científicos para uso da pesquisa surge quase repentinamente no século XVII; pense-se no telescópio, no microscópio, no relógio de pêndulo, no vácuo de Torricelli e na bomba de ar com que Otto v. Guericke conseguiu tantos efeitos dinâmicos. Mas experiências exatas, levadas de forma realmente científica, não eram ainda frequentes; Blaise Pascal constituiu uma honrosa exceção.

O esforço para ser exato pressupõe um grande interesse por constatações numéricas exatas, o que leva a pesquisa numa direção inteiramente nova. Parece-nos hoje evidente que “o livro da natureza está escrito em linguagem matemática.” (Galileu). Naquele tempo isto era novidade e contrário à tradição antio-medieval, excetuada sempre a astronomia; esta, contudo, com Tycho Brahe muito ganhou em exatidão nas suas observações (de 10 minutos para 1 minuto e até menos!).

Não é por acaso que o mesmo Galileu, para quem a natureza fala a linguagem da matemática, aprova o *método resolutivo e compositivo*, da mesma forma como Descartes. Isto significa: a maneira de pensar matemática em certo sentido nada mais é que o método analítico, tanto que o termo “*Analysis*” tem uma justificativa quando aplicado à alta matemática que surgiu no século XVII.

Este fato não é diminuído por esse outro, que no decurso do século XVIII se descobriram processos

matemáticos que permitem estabelecer leis de caráter integral e aparentemente teleológico, os chamados "princípios extremais" (leis integrais). Trata-se do cálculo das variações, concretamente do problema da curva do percurso no menor tempo ("Brachistochrona", de que se ocuparam Leibniz e Jakob e Johann Bernoulli); do princípio do caminho mais curto para a luz (Fermat) e dos resultados mínimos (Leibniz e Maupertuis). Para Leibniz esses princípios máximos e mínimos têm uma significação básica, filosófico-teológica: Deus, que criou o melhor de todos os mundos possíveis, produz o máximo com os menores meios, solve todos os problemas da maneira mais econômica, como Arquimeto perfeito do universo. Mas, mais tarde se descobriu que a todos esses princípios extremais correspondem sistemas de equações diferenciais (as assim chamadas "equações de Lagrange") e que não têm caráter integral ou teleológico. Esses integrais principais extremais geralmente possuem duas soluções e têm resultados máximos e mínimos e constituem assim as soluções "melhores" e "piores". Apesar disto é digno de nota, do ponto de vista da história da filosofia, que Leibniz tenha tentado conciliar a tradição filosófico-teológica da Idade-Média com a ciência exata da Idade Moderna.

De tudo isto resulta que a experiência analítica e a análise matemática estão em íntima relação entre si e expressa-se pelo fato de em ambas se trazer a tendência construtiva da ciência moderna.

### 3. 'Forçar' a natureza?

Talvez seja o processo analítico da ciência matemática recente que inspirou a idéia do "forçamento" (ou violação) da natureza pelo homem

por meio do método científico, idéia que é uma consequência necessária, senão um pressuposto, da moderna técnica. M. Heidegger exprimi eloquentemente isto ao afirmar que a natureza e o homem mutuamente se "afirmam" ("Ge-stell"), o que entretanto não é entendido como cegueira ou "hybris" do homem, com suas consequências trágicas, mas como o "destino do ser" ("Seins-Geschick") de nossa época(5).

O limite onde começa esse "forçar" da natureza não é fácil de determinar. Heidegger, por exemplo, ainda não considera como forçamento o aproveitamento da força do vento pelas velas ou pelos moinhos de vento nem o aproveitamento do solo na agricultura tradicional, mas considera forçamento da natureza a máquina a vapor, a eletricidade e o adubamento químico, que supõe uma técnica química muito desenvolvida. Mas pode-se perguntar: qual é o princípio da distinção?

No século XVII Luis XIV fez construir as obras hidráulicas de Marly no Sena, as quais por meio de bombas acionadas por rodas hidráulicas elevavam a água para as margens do rio a uma altura que lhes permitia alimentar os chafarizes do parque de Versailles. Esta obra tão admirada em seu tempo, extensa e cara, pode ser considerada um forçamento da natureza? A eficiência desta enorme obra era extraordinariamente baixa; fizeram-se os cálculos que o produto de toda essa imensa maquinaria poderia hoje em dia ser alcançado pelo motor de um carro médio. Pode-se dizer que as máquinas de Marly constituíam um forçamento muito débil da natureza, apesar de seu tamanho. Mas

(5) Vid. M. Heidegger, "Vortrage und Aufsätze" (Pfullingen 1954), pág. 113 ss. ("Die Frage nach der Technik" (1953), pág. 163 ss. ("Das Ding", (1950); "Identität und Differenz" (Pfullingen 1957), pag. 29 ss.

qualquer aparelho produzido pela técnica perfeita de nossos dias, como seja um avião a jato, um foguete espacial que coloca um satélite em órbita ao redor da terra, ou uma máquina de calcular eletrônica (da qual algumas pessoas chegam a afirmar que é capaz de pensar por si), tem um efeito bem mais conspicuo e de fato "força" a natureza. Existem pessoas que julgam que o lento e o esforço que o inventor tem de gastar na construção de um desses aparelhos diabólicos exercerá algum dia qualquer ação nefasta sobre a humanidade! Ainda que se não tenha em vista o uso e o abuso militar dessas descobertas, as reações sociológicas que inevitavelmente suscita a técnica sempre mais desenvolvida das máquinas são de temer, e sem sombra de dúvida já se fizeram sentir. Os homens perdem aos poucos a liberdade que no decurso da história tão denodadamente conquistaram para serem absorvidos inexoravelmente pelo coletivismo, como uma "engrenagem" na monstruosa máquina socialista.

Pode-se acrescentar que não havia outra escolha. O enorme aumento da população na Europa no decurso do século XIX obrigou a uma evolução técnica em etapas forçadas, o que teria sido evitado apenas se ela se tivesse conformado a descer até o nível de vida das populações asiáticas, realmente insuportável. Mas com Heidegger se pode responder que é precisamente nisto que reside a necessidade inelutável (o "destino do ser") do homem ocidental.

Quando se pergunta como e porquê se chegou a esse estado de coisas, será necessário chamar a atenção para o papel desempenhado pelo pensamento matemático. É ele que torna possível a pesquisa analítica dos fenômenos naturais, sua decomposição em processos simples e controláveis

*simultaneamente / separação completa da natureza*

em suas causas, e assim a construção de aparelhos tecnicamente mais perfeitos do que era capaz de produzir a cultura antiga que "nasceu" da natureza. Foi preciso antes de tudo destruir e decompor os conjuntos naturais para conseguir que as forças da natureza agissem segundo a vontade do homem.

Em segundo lugar o pensamento matemático não é somente analítico, mas também construtivo, e construtivo de forma inteiramente consequente. Seu método fundamental, o cálculo, é um processo segundo regras bem determinadas que não permitem exceção, um processo de consequências inelutáveis; depois que se escolhem livremente as regras de um cálculo estamos restritos a elas de modo absoluto. "Na primeira escolha somos livres, na segunda escravos". Um tal processo leva sempre mais longe, para novas construções e argumentos.

Em terceiro lugar está ainda a idéia dos extremos. Alcançar o máximo com o mínimo de meios, tal era já para Leibniz a lei da ação não só dos homens, mas também de Deus. Dêste princípio resulta a tendência para um sempre maior aperfeiçoamento dos aparelhos técnicos. Um conhecido provérbio diz: "O ótimo é inimigo do bom". Uma tal tendência não é tão natural como hoje em dia nos poderia parecer. A Antiguidade, por exemplo, era muito conservadora nas coisas técnicas; e melhoramentos técnicos de grande estilo, como seja no tráfego, tais como a estrada de ferro e o avião consigo trouxeram, dificilmente são encontráveis. Na técnica guerreira algumas vezes apareciam novidades, como os elefantes de guerra, mas nunca se chegou a mudanças tão radicais como a descoberta da pólvora no fim da Idade-Média.

A irrupção de tantas novidades no século XVII é algo de notável. Não é preciso pensar no "apri-

"sionamento" de grandes forças naturais nas máquinas, que então nem sequer tinham sido construídas com êxito (embora o plano de Huygens de uma máquina a pólvora pode ser considerado predecessor dos motores a explosão), mas em descobertas tão simples como o telescópio e o microscópio. A simples justaposição de lentes, conhecidas há tanto tempo (vidros de aumento já havia na Antiguidade e óculos já se usavam no século XV), abriu mundos novos, macrocosmos e microcosmos inteiramente desconhecidos até então. (O telescópio foi descoberto por práticos holandeses desconhecidos; Galileu imediatamente os usou para fins astronômicos e Kepler formulou a teoria que os rege, ainda que não tivesse descoberto a lei dos senos, mas somente uma aproximação da mesma para o cálculo dos ângulos muito pequenos).

De novo perguntamos: O telescópio e o microscópio representam um "forçamento" da natureza, enquanto que a lupa e os óculos não o são ainda? Ou o limite é ultrapassado somente pelo telescópio gigante de Monte Palomar, ou talvez já pelo grande instrumento de F. W. Herschel?

Está-se tentado a ver o critério do "forçamento" da natureza no fato de que novos instrumentos abrem um mundo inteiramente novo; assim pelo telescópio de Galileu ficaram visíveis as luas de Júpiter, de cuja existência antes ninguém jamais sonhara. Não entraria nesta classe, contudo, o telescópio náutico que não trouxe consigo uma reviravolta na navegação marítima; como tal deveria ser considerado o cronômetro náutico que se desenvolveu a partir dos relógios construídos por Huygens.

Voltando para o terreno das máquinas, vemos que o uso das primeiras máquinas a vapor para

trair a água das minas da Inglaterra não foi um fato decisivo; elas simplesmente substituíram os homens e os animais em seu trabalho. Mas já as primeiras locomotivas a vapor trouxeram consigo uma verdadeira revolução nos transportes e na velocidade das viagens, que só se pode comparar com a introdução do avião intercontinental de nossos dias. Igualmente a descoberta do navio a vapor possibilitou a renovação de toda a técnica naval. Estas duas invenções transformaram costumes e hábitos milenares que se criam imutáveis.

Nestes exemplos vemos claramente o que Heidegger chama de forçamento *receptivo* (o "afirmar-se") do homem e da natureza. O homem arrancou da natureza mistérios de cuja existência nem se suspeitava e libertou suas forças secretas (pensemos na eletricidade e na energia atômica!), as quais por sua vez reagem sobre o homem, seus hábitos e sua posição na sociedade; e isto de maneira irresistível. Não no sentido que a natureza se vingaria do homem, mas que aqui se nos revela uma influência necessária de uma sobre o outro. Não se pode negar que em tudo isto o pensamento matemático teve uma participação decisiva. Somente ele torna possível o "forçamento", e isto de maneira paradoxal, pela renúncia, como agora queremos explicar.

#### 4. "*Naturam renuntando vincimus*"

Foi Francis Bacon que forjou o aforisma: *Natura non nisi parando vincitur*; uma variante encontramos neste outro princípio: *Naturam renuntando vincimus*: pela renúncia vencemos a natureza. Por mais paradoxal que isto pareça, o processo para arrancar à natureza seus mistérios e por suas

fôrças a nosso serviço é renunciar ao conhecimento de sua "essência". Esta idéia já se encontra em Galileu. Tendo trabalhado a princípio em Pisa como discípulo dos terministas parisienses (escólásticos do século XIV, dentre os quais os mais conhecidos são Buridano e Oresme), em Pádua (a partir de 1592) se afastou desta tradição medieval, renunciando a investigar as causas do movimento da queda e do tiro, para se limitar inteiramente ao *decurso* desses fenômenos. Embora tal renúncia fôsse em sua mente só provisória, trata-se contudo de um acontecimento de grande significação. Pois êste método paradoxal de penetrar nos segredos da natureza mais e mais profundamente, renunciando a responder às questões que sempre tinham sido propostas (pense-se nas numerosas "causas" de Aristóteles), sempre de nôvo se mostrou frutuoso. Uma tal atitude favoreceu o conhecimento teórico e não só a prática. É isto que é notável, mas facilmente compreensível se se olhar de mais perto.

Aqui está o ponto em que a maneira específica-mente matemática de pensar desempenhou seu papel. A "renúncia" tem por consequência uma limitação de respostas possíveis sobre a natureza. Em muitos casos esta limitação, a impossibilidade de dar diversas respostas, se deixa precisar matematicamente. Resulta daí que as possibilidades estruturais de formular matematicamente as leis da natureza são igualmente limitadas. A fórmula é sempre determinada e em casos extremos absolutamente imutável. Não é como se somente o processo, e não a causa, de um fenômeno fôsse representável pelos meios matemáticos, mas que outros conhecimentos a que se renunciou podem ser conhecidos positivamente por métodos matemáticos.

Este fato aparecerá de forma particularmente clara quando se tomam em consideração as diferentes "teorias da relatividade" que no decurso da longa história da física viram a luz do mundo. Estas teorias sempre afirmam que certas coisas não podem ser concebidas de maneira "absoluta" e que sobre elas nada se pode em princípio afirmar de absoluto. Daí se segue que as leis fundamentais da natureza devem ser invariantes relativamente a determinado grupo de transformações. E isto significa que deve haver simetrias correspondentes na estrutura das leis naturais e nas fórmulas matemáticas que as exprimem. E isto de nôvo nos leva ao ponto de partida de nossas considerações que expuseram a tese básica dos pitagóricos.

Tal modo de pensar já se encontra no exemplo mais antigo que temos de raciocínio matemático, isto é, na relativização dos conceitos "em cima" e "em baixo", de Anaximandro. Como já vimos, segundo êle a terra paira no centro do mundo e "em cima" significa o que se afasta "da terra" e "em baixo", o que se aproxima da terra em direção radial. Esta afirmação vale ainda hoje e permanece imutável quando se representa a terra como girando em redor de um eixo que passa pelo seu centro.

Esta concepção nos é hoje em dia tão evidente que raras vêzes refletimos no fato que ela não é clara assim. Na Antiguidade pensadores como Demócrito e Epicuro não partilharam desta opinião mas falaram de uma "queda" de átomos no sentido absoluto, e durante a Renascença os anípodas pertenciam ao reino da fantasia e eram representados como seres fantásticos agarrados na beirada do mundo, como cefalópodos e semelhantes.

Anaximandro, portanto, elaborou uma "teoria da relatividade" para os conceitos "em cima —

em baixo” e Ihes deu uma definição invariável relativamente às rotações da terra (onde o centro fica firme). Ao mesmo tempo todo o mundo, considerado da terra, recebe uma estrutura radial-simétrica.

Outro exemplo temos na relatividade do lugar e do movimento no espaço. Não nos é possível entrar nos pormenores desta questão que já existia na Antiguidade (sobretudo nas teorias do eleata Zenão). Chamamos a atenção somente para o assim chamado princípio de relatividade de Galileu (embora não fôsse ainda plenamente formulado por Galileu, e mais tarde fôsse usado por Huygens na dedução que daí fêz de suas leis sôbre o choque), a célebre discussão entre Leibniz e Clarke (que defendia a Newton) e as discussões posteriores entre Euler e Kant.

Na polémica entre Leibniz e Clarke não se trata da invariância das leis mecânicas no movimento retilíneo uniforme de todo o sistema em consideração, pois sôbre este ponto todos estavam concordes; mas, entre outras, da questão, que hoje nos parece um pouco grotesca, se Deus poderia ter colocado o mundo real em outro lugar do espaço absoluto e vazio ou se ainda agora pode mudar o lugar do universo. Leibniz declarava a questão tóda como absurda; não tem sentido falar de um lugar absoluto do mundo no espaço vazio. Clarke (e Newton) é de opinião inteiramente contrária.

Constatamos que a posição de Leibniz encerra uma teoria da relatividade do lugar; todos os lugares no espaço vazio são iguais e impossíveis de distinguir, e portanto as leis da natureza são invariáveis com a mudança de lugar, o qual deve ser entendido não como um movimento concreto no tempo, mas como uma mudança de posição abstratamente concebida.

Quanto à relatividade do próprio movimento, o problema foi muito discutido em nossos dias e pode ser suposto como conhecido. As leis mecânicas de Newton são invariáveis no movimento uniforme retilíneo, mas não nas rotações por causa do aparecimento da força centrífuga. Contudo a rotação “absoluta” no espaço vazio não se pode representar concretamente. A dificuldade que daí surge já foi discutida no século xvii (por Huygens e Leibniz) e depois no século xviii (por Euler e Kant) e no século xix (por Mach e Andrade) sem que se tenha chegado a uma resposta satisfatória. Einsteim em sua “teoria da relatividade geral” no século xx tratou do problema de maneira radical e formulou matematicamente as leis invariáveis da natureza que Ihe dizem respeito. Mas esta teoria tão ampla não está ainda inteiramente esclarecida.

Com isto não chegamos ainda ao fim da evolução. Na física atômica apareceram novos limites no conhecimento da natureza, os quais não podem ser interpretados simplesmente pelas teorias da relatividade. As assim chamadas relações de indeterminação de Heisenberg excluem a possibilidade de determinar *ao mesmo tempo e exatamente* lugar e velocidade (o impulso) de uma partícula elementar. A dupla concepção de tal “partícula” como corpusculo e onda é a consequência necessária. Também estas relações de inexactidão impõem às leis fundamentais da natureza limitações que levam a condições de simetria nas equações diferenciais que as exprimem.

Outra coisa ainda se acrescentou nos tempos recentes: referimo-nos à existência de um “comprimento mínimo” (a partir de 10-18 cm), abaixo do qual não mais é possível a medição, de modo que estruturas de dimensões menores de certa

forma não podem mais ser consideradas como existentes do ponto de vista físico(6). Esta limitação de conhecimento leva igualmente a uma "relação de simetria" nas derradeiras equações básicas. (Comparar com o que dissemos no cap. primeiro sôbre a "Fórmula do mundo" de Heisenberg-Pauli).

Não é aqui o lugar de apreciar criticamente tôdas essas teorias. O que mais tarde de tôdas elas ainda subsistir como integrado na história da ciência e o que será superado por novas teorias no futuro, não sabemos ainda. Mas queremos apontar aqui para um traço que lhes é comum e que é muito significativo: tôda negação de certo conhecimento traz consigo a consequência de impor às leis matemáticas fundamentais da natureza relações de simetria, explicando-as desta forma sempre mais plenamente. Isto significa que a tão freqüentemente afirmada contingência das leis da natureza cede lugar a uma espécie de necessidade, que se poderia chamar de necessidade *pitagórica*. O mundo se parece assim, não com uma "flor", como se diz nos belos versos de Platen sôbre a visão do mundo de Schelling(7), mas com um cristal.

Com isto já tocamos num outro problema, o da realidade.

### 5. O problema da realidade na física clássica

Não nos incumbe entrar aqui nos pormenores do problema da "realidade" em tôda a sua ampli-

(6) Poder-se-ia apontar neste contexto para a assim chamada "idade do mundo" (que segundo alguns seria de 4-5 bilhões de anos, ou de 8 bilhões segundo outros). Antes deste tempo, conforme alguns físicos, não só não havia mundo nem acontecimentos, mas nem sequer tempo; segundo a Agostinho (que dependia do "Timeo" de Platão) afirmam que o tempo foi criado juntamente com o mundo.

(7) Em um soneto dedicado a Schelling diz o autor:

"Wenn wir zerkleibelt nur die Welt empfangen,  
Siehst du sie ganz, wie von des Berges Spitze;  
Was wir zerplücket mit unserm armen Witz,  
Das ist als Blume vor dir aufgegangen".

ção. Não podemos expor em tôda a sua extensão a velha controvérsia entre realismo e idealismo, já que hoje em dia esta questão parece estar de preferência restringida à questão da "existência independente" de outros homens ("outros eus"). Para nós este problema é de importância só enquanto tem consequências para a ciência da natureza. Não tomaremos, portanto, nosso ponto de partida da problemática "filosófica", mas daquela que resulta de tôda a evolução da física (no sentido mais amplo).

Como vimos, a ciência exata da natureza se originou de diferentes fontes. A astronomia, primeira ciência exata, desde o começo se ocupou de objetos — os astros — que não fazem parte do ambiente imediato do homem, que portanto não possuem um caráter real tão imediato como as coisas com que lidamos todos os dias. Não podemos tratá-los como tratamos uma mesa ou uma cadeira, chapéu, manto, arado, barco, espada e escudo. A grandeza e a distância dos corpos celestes só dificilmente pode ser comparada com a grandeza e as medidas de nosso próprio corpo e com as distâncias que nos são familiares.

Em poucas palavras: os objetos que constituem o campo de pesquisa da astronomia (sol, lua, estrelas) são puros fenômenos e como tais estão ao nosso alcance, mas não podemos vê-los e tocá-los com as mãos. As coisas que nos cercam e com que lidamos todos os dias, que estão ou que podem estar ao alcance de nossas mãos, que estão "presentes", estão aí como sendo nossas, ou ao menos como atingíveis.

Só muito mais tarde e com muito maiores dificuldades a ciência exata começou a se ocupar das coisas que nos estão próximas. A Antigüidade clássica conseguiu alguns resultados somente no

terreno da física estática e um pouco no da ótica e acústica (neste somente na doutrina sobre a harmonia musical). A "física" de Aristóteles era pouco inclinada a pesquisas quantitativas exatas; a categoria da quantidade aí aparecia ao lado de outras categorias, (como substância, qualidade, relação), ocupando um lugar bem modesto. No mundo que estava abaixo da esfera da lua, as leis da natureza não tinham valor exato e preciso, mas eram tão somente regras estatísticas, difficilmente determináveis, "assim como as coisas frequentemente, ou em geral, são". Somente no século XVII com a mecânica de Newton, que tanto vale para os processos terrestres como para os celestes, a física se tornou uma ciência universal; somente então o pensamento matemático perpassa todo o mundo e o faz objeto da pesquisa exata.

Quanto à teoria do conhecimento, na Antiguidade nunca se chegou a formular uma teoria idealista no sentido moderno da palavra. Nem a expliação dos eleatas nem a de Platão sobre as coisas sensíveis como sendo meros fenômenos, que não existem no sentido próprio, nem o ceitismo dos tempos helenísticos, podem ser interpretados como sendo idealismo. Descartes foi o primeiro que começou a raciocinar de um ponto de vista subjetivista, com sua célebre meditação sobre a dúvida metódica; mas acabou por decidir-se pelo realismo. Berkeley é o primeiro idealista genuíno com o seu "esse est percipi"; sua attitude diante da ciência exata de seu tempo é só parcialmente negativa. Em seu escrito "De motu" éle critica a doutrina de Newton sobre o espaço absoluto do ponto de vista empirista e no "The Analyst" critica violentamente o cálculo do fluxo.

Voltemos à ciência exata e perguntemo-nos sobre o conceito de realidade que está na sua base.

Como acabamos de ver, na Antiguidade justamente os objetos "terrenos", tão accessíveis aos homens e de cuja realidade nem a filosofia peripatética, nem a estóica ou a epicúrica jamais duvidaram, estavam subtraídos à pesquisa exata. (Por esta razão algumas opiniões élicas da Antiguidade não têm importância para a nossa questão). O terreno da astronomia, o único a que se applicava a ciência matemática exata, é, ao contrário, problemático quanto à espécie de realidade que se lhe deve attribuir. Para Platão e Aristóteles os astros são uma espécie de séras divinos cuja "matéria" é distinta da deste mundo. Havia também outras opiniões como as de Anaxágoras, Demócrito e Epicuro; mas estas não podiam ser formuladas de maneira satisfatória do ponto de vista da matemática e por isto não constituíam sérias teorias concorrentes(8).

A realidade própria dos astros era, portanto duvidosa. Isto teve como consequência que na astronomia antiga e medieval se formaram duas tendências: uma, puramente matemática (melhor: cinemática), que se limitava a analisar os complexos movimentos dos planetas no céu, compostos de movimentos circulares uniformes (análógicamente ao desenvolvimento de uma função em série trigono-

(8) B. L. van der Waerden expõe longamente por que a concepção platónico-aristotélica, que em última análise depende dos pitagóricos, é superior do ponto de vista matemático à concepção anaxagórico-democritica (*Die Astronomie der Pythagoreer*, págs. 13-15). Anaxágoras deconstrói o movimento anual do sol (e análogamente o da lua) numa componente paralela ao equador celeste e numa que é paralela ao eixo celeste. Isto é possível do ponto de vista cinemático, mas sem consequências astronómicas. De fato, ambas as componentes são explicadas de maneira diferente do ponto de vista dinâmico: a primeira pela revolução do éter, a outra pela resistência oferecida pelo ar frio do Norte que obriga o sol a "virar-se"; isto é, voltar para a proximidade do equador. Não se explica como os movimentos das duas componentes se relacionam entre si; isto é, o facto de o sol depois de um ano voltar, não para a mesma órbita, mas também para o mesmo signo do zodiaco. A concepção pitagórica, ao contrário, pelo facto de afirmar que o sol possui movimento próprio na elíptica de oeste para leste (isto é, contrário ao movimento diário das estrelas fixas), explicava os fenómenos correctamente.

nométrica(9), sem se importar do mecanismo físico que tornasse possível aqueles movimentos; a outra tendência se orientava mais no sentido físico, e tentava descrever o mecanismo físico e as causas dos processos, descritos pelos matemáticos do ponto de vista puramente cinemático: estes, portanto, se preocupavam com pesquisas dinâmicas. O primeiro método é empregado por Cláudio Ptolomeu no "Almagesto", o segundo na "Hypothesis planetarum" do mesmo autor.

Esta dupla concepção, que tornava fácil falar em "hipóteses" astronômicas no sentido do primeiro método, pelo qual se podem calcular tabelas de planetas em cuja verdade não se precisa acreditar, teve sua importância ainda durante a Idade Média e mesmo nos séculos XVI e XVII. Assim, por exemplo Osiander, editor póstumo da obra principal de Copérnico "*De revolutionibus*", concebía o sistema heliocêntrico dâste como simples hipótese. Tycho Brahe, Kepler e Galileu, ao contrário, estabeleceram sistemas que deviam também ter valor físico. No processo de Galileu isto teve sua importância: O Cardenal Belarmino lutou sem resultado por uma interpretação hipotética do sistema(10). O progresso ulterior das ciências no século XVII mostrou, pelo sistema da mecânica celeste de Newton, que a tendência "hipotética" não mais correspondia ao espírito do tempo.

(9) Havia ainda os métodos "lineares" dos babilônios (tempo helênístico), empregados igualmente por astrônomos gregos, como se pode ver no "Anaphorikos" de Hipisicles e no "Tetrabiblos" de Ptolomeu. Estes são semelhantes aos nossos métodos de desenvolvimento em séries de potências.

(10) Vid. a exposição de Z. J. *Diastereis* no livro "Die Mechanisierung des Weltbildes" (Berlim-Göteborg-Heidelberg 1956), págs. 69-77 (Antiquidade), 236s., 239-243 (Idade Média), 304 ss. (Renaissance), 320 ss. (Copérnico), 334 ss. (Tycho), 337 ss. (Kepler, sobretudo págs. 343-346), 424-429 (Galileu). Vid. igualmente O. Neugebauer, *The Exact Sciences in Antiquity* (Providence, Rhode Island] 1957), págs. 204-206.

Trata-se, portanto, da realidade física dos corpos celestes e de seus movimentos. A separação fundamental entre o mundo terrestre e o mundo celeste está definitivamente superada; a mesma matéria constitui as estrelas e a nossa terra, as mesmas leis mecânicas valem para todos os corpos. Mas surge uma nova dificuldade que diz respeito à natureza das forças que movem os planetas em suas órbitas e fazem cair os corpos pesados na terra. Trata-se da força centrífuga e da gravitação (resp. a gravidade terrestre). A força centrífuga é uma força aparente que resulta da inércia da matéria, como explicou Huygens. A gravitação, contudo, é uma força distante que opera instantaneamente, e como tal é explicada por Newton em seus "Princípios". Sua natureza permaneceu enigmática e ninguém dentre os contemporâneos de Newton (como Huygens e Leibniz) e nem sequer o próprio Newton se contentavam com a concepção da gravitação como força distante, apesar da utilidade que do ponto de vista matemático daí provinha, como brilhantemente o demonstrara Newton. Huygens em todo o caso foi o único que estabeleceu uma teoria quantitativamente determinada de ação de contato da gravidade, pelo menos da gravidade terrestre, teoria genial que já como a teoria dos turbilhões de Descartes (que entretanto não fora elaborada a ponto de poder ser traduzida em termos de matemática) reduzia a gravitação à força centrífuga de uma matéria muito subtil que gira em redor da terra (e dos outros astros respectivamente).

Não podemos agora entrar em pormenores; o importante é que vejamos o motivo que domina esta teoria da ação de contacto, como também a teoria de Huygens sobre a luz (a luz é um movimento ondulatório longitudinal, o que torna com-

preensível a dispersão das fontes luminosas): todos esses fenômenos são reduzidos à pressão e ao choque de corpos que se tocam. (Huygens, mesmo depois da tentativa fracassada de Descartes, conseguiu deduzir as leis certas do choque, do "princípio de relatividade de Galileu"(11). Pressão e choque eram conceitos familiares a todos e pareciam não necessitar de ulterior explicação. Parecia que de fenômenos até então inexplicáveis se poderia fabricar modelos mecânicos nos quais não haveria nada mais de misterioso.

Esta teoria da ação de contacto fôra elaborada com o auxílio de diferentes corpúsculos e surgiu então a questão sobre a espécie de realidade dessas partículas e com isto da própria matéria. Chegou-se, assim, a começar por Galileu e Descartes e pela resurreição das idéias dos antigos atomistas, à distinção de duas espécies de qualidades, chamadas mais tarde por Locke de "primárias" e "secundárias". Número, extensão (grandeza), forma e movimento são qualidades primárias, enquanto que côr, som, cheiro e gôsto são secundárias. Determináveis (mensuráveis) com exatidão são somente as primárias que representam também aquilo que propriamente é objetivo nas coisas materiais. As qualidades secundárias, ao contrário, são uma espécie de engano dos sentidos, sujeitas às propriedades de nossos órgãos sensitivos e, portanto, simplesmente subjetivas. Partindo desta distinção a extremada tendência mecanicista do século XVII, representada sobretudo por Descartes e o "cartesiano" Huygens, recebeu uma espécie de fundamento filosófico. Esta física totalmente mecânica se contentava com as qualidades primárias e igno-

rava todos os conceitos de outra origem. Ignorou portanto, também, o conceito de força como sendo primário e fundamental; era concebido como dependente das sensações subjetivas do estôrgo muscular, a partir de onde era formado. Naturalmente também os princípios "metafísicos" básicos de Aristóteles, potência e ato, bem como as *qualitates oculales* dos escolásticos eram desprezados.

Por mais que Newton tentasse libertar-se da tradição medieval não o conseguiu inteiramente, como é fácil demonstrar por uma crítica dos fundamentos de sua mecânica do ponto de vista moderno.(12) Julgava insatisfatórias as teorias mecanicistas extremistas de seu tempo, como a de Huygens, pois trabalhavam com corpúsculos descolbertos "ad hoc" e não observados, e apelavam para teorias complexas para "explicar" os fenômenos, teorias que só serviam ao fim intendedo. No "*Scholium generale*" acrescentado aos "*Principia*" estabeleceu a célebre sentença": "*Hypotheses non fingo*", aludindo às hipóteses forjadas pelo espírito cartesiano. Já no início de seus "*Principia*" (livro I, definição 8) afirmara considerar as forças aceleradoras da gravitação como "forças não no sentido físico, mas matemático"; não quer explicar "o modo e a maneira de sua ação, nem sua causa físicas". Bastava-lhe poder deduzir de suas leis universais do movimento e da lei da gravidade os movimentos observados dos planetas e das marés.

Apesar disto Newton não elaborou um conceito "nominalista" de força; nem *definiu* a força como produto de massa e aceleração. Chegou até a chamar de "absurdo" a admissão de uma

(11) Vid. *Dijksterhuis*, loc. cit. pág. 401 s. (teoria de Descartes sobre o trilhado dos planetas), 514-518. Teoria de Huygens sobre a luz e a gravidade), 410-420 (Leis do choque de Huygens).

(12) Vid. *Dijksterhuis*, loc. cit. págs. 510-533.