



**INVESTIGAÇÃO EXPERIMENTAL DO MOVIMENTO DE UM CORPO SOBRE  
TRAJETÓRIAS COM DIFERENTES PERFIS: RETA INCLINADA,  
PARÁBOLA E CICLOIDE**

Marcelo Perrota Raymundo

Dissertação de Mestrado apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Ensino de Física da UNIRIO no Curso de Mestrado Nacional Profissional de Ensino de Física (MNPEF), como parte dos requisitos necessários à obtenção do título de Mestre em Ensino de Física.

Orientadora:  
Professora Dr<sup>a</sup>. Rosana Bulos Santiago

Rio de Janeiro

Fevereiro 2019

INVESTIGAÇÃO EXPERIMENTAL DO MOVIMENTO DE UM CORPO SOBRE  
TRAJETÓRIAS COM DIFERENTES PERFIS: RETA INCLINADA, PARÁBOLA  
E CICLOIDE.

Marcelo Perrota Raymundo

Orientadora:  
Professora Dr<sup>a</sup>. Rosana Bulos Santiago

Dissertação de Mestrado submetida ao Programa de Pós-Graduação em Ensino de Física da UNIRIO no Curso de Mestrado Nacional Profissional de Ensino de Física (MNPEF), como parte dos requisitos necessários à obtenção do título de Mestre em Ensino de Física.

Aprovada por:

---

Prof<sup>a</sup> Dr<sup>a</sup> Rosana Bulos Santiago  
(Universidade do Estado do Rio de Janeiro)

---

Prof. Dr. Alexandre Lopes de Oliveira  
(Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Rio de Janeiro)

---

Prof. Dr. Leonardo Mondaini  
(Universidade Federal do Estado do Rio de Janeiro)

---

Prof. Dr. Demison Motta  
(Universidade Federal do Estado do Rio de Janeiro)

Rio de Janeiro

Fevereiro 2019

Catálogo informatizado pelo autor.

R267 Raymundo, Marcelo Perrota  
Investigação experimental do movimento de um  
corpo sobre trajetórias com diferentes perfis: reta  
inclinada, parábola e cicloide. / Marcelo Perrota  
Raymundo. -- Rio de Janeiro, 2019.  
88

Orientadora: Rosana Bulos Santiago.  
Dissertação (Mestrado) - Universidade Federal do  
Estado do Rio de Janeiro, Programa de Pós-Graduação  
em Ensino de Física, 2019.

1. Ensino de Física. 2. Experimentação. 3.  
Aprendizagem Significativa. I. Santiago, Rosana  
Bulos, orient. II. Título.

Dedico este trabalho primeiramente a Deus, à minha mãe e à minha família, por serem os pilares da minha vida.

Agradeço, também, aos meus parentes, meus amigos e meus pais, que sempre me apoiaram. Minha mãe pelo amor que sempre me ofertou. Não poderia deixar de citar a minha orientadora Prof<sup>a</sup>.Dr<sup>a</sup>. Rosana Bulos Santiago, pelo papel decisivo nesse trabalho.

## **AGRADECIMENTOS**

A Deus a quem devo minha existência.

À CAPES pelo apoio financeiro por meio da bolsa concedida.

À Sociedade Brasileira de Física (SBF) pela idealização do MNPEF.

Ao Departamento de Física da Unirio.

A todos os professores que me apoiaram, em especial à Prof<sup>a</sup>. Dr<sup>a</sup> Rosana Bulos Santiago.

Aos familiares que de alguma forma me incentivaram.

A todos os demais colegas que, direta ou indiretamente, tenham contribuído para a conclusão deste trabalho.

## RESUMO

INVESTIGAÇÃO EXPERIMENTAL DO MOVIMENTO DE UM CORPO SOBRE  
TRAJETÓRIAS COM DIFERENTES PERFIS: RETA INCLINADA, PARÁBOLA  
E CICLOIDE.

Marcelo Perrota Raymundo

Orientadora:

Professora Dr<sup>a</sup>. Rosana Bulos Santiago

Dissertação de Mestrado submetida ao Programa de Pós-Graduação em Ensino de Física no Curso de Mestrado Nacional Profissional de Ensino de Física da UNIRIO (MNPEF), como parte dos requisitos necessários à obtenção do título de Mestre em Ensino de Física

Este trabalho tem como objetivo principal a construção de uma prática pedagógica que promova o aprendizado reflexivo, de maneira participativa e integradora, e que desenvolva as habilidades experimentais associadas a aquisição de dados. Para tal, o experimento elaborado utilizou uma maquete, construída com material de fácil aquisição, que apresenta três trajetórias com diferentes perfis – reta inclinada, parábola e cicloide – onde um objeto de pequeno porte pode percorrê-las sob a ação da gravidade. Também fazem parte do material da atividade, instrumentos usuais de medida de comprimento e de massa, e um aplicativo de celular, de livre acesso, o *Lexis Audio Editor*, para medir o tempo.

Este produto foi aplicado, em sala de aula, a duas turmas do primeiro ano do ensino médio da rede pública estadual do Rio de Janeiro. A sequência didática proposta é composta por três etapas: aplicação de questionários com intuito de revelar as concepções espontâneas dos estudantes acerca de conceitos e grandezas associadas ao experimento (velocidade média, energia cinética e potencial, e a influência da massa); em seguida, o desenvolvimento da prática experimental com a aquisição de dados, e por fim, a utilização destes dados na teoria previamente ensinada.

Palavras-chave: Ensino de Física, Experimentação, Aprendizagem Significativa.

Rio de Janeiro

fevereiro 2019

## ABSTRACT

### EXPERIMENTAL INVESTIGATION OF THE MOTION OF A BODY ON TRAJECTORIES WITH DIFFERENT PROFILES: INCLINED STRAIGHT LINE, PARABOLA AND CYCLOID

Marcelo Perrota Raymundo

Supervisora

Prof. Dr<sup>a</sup>. Rosana Bulos Santiago

Abstract of master's thesis submitted to Programa de Pós-Graduação em Ensino de Física da UNIRIO no Curso de Mestrado Profissional de Ensino de Física (MNPEF), as a partial fulfillment of the requirements for the degree of Mestre em Ensino de Física.

The main objective of this work is the development of a pedagogical practice that promotes reflexive learning, in a participatory and integrative way, and that initiates high school students to the experimental activities associated with data acquisition. For this, the elaborated experiment uses a model built with low cost material, that presents three trajectories with different profiles - inclined straight line, parabola and cycloid - where a small object can travel under the action of gravity. Also, the activity material included an usual space and mass measurement tools, and a free-access Lexis Audio Editor application to measure time.

This product was applied in the classroom to two classes of the first year of high school in the state public network of Rio de Janeiro. The proposed didactic sequence consists of three stages: the application of questionnaires in order to reveal students's spontaneous conceptions about concepts and magnitudes associated with the experiment (average speed, kinetic and potential energy, and mass influence); then the development of experimental practice with the acquisition of data, and finally, the use of these data in the theory previously taught.

Keywords: Physics Teaching, Experimentation, Meaningful Learning.

Rio de Janeiro

February 2019

## Lista de Figuras

<b>Figura 1.1</b> Colégio Estadual Professor Antônio Maria Teixeira Filho-----	3
<b>Figura 1.2</b> Colégio Estadual Professor Jornalista Tim Lopes-----	3
<b>Figura 1.3</b> Alunos do CEPAMTF em sala de aula-----	4
<b>Figura 1.4</b> Alunos do CEJTL em sala de aula-----	5
<b>Figura 3.1</b> Retirado de <a href="https://alunosonline.uol.com.br/fisica/trabalho-forca-constante.html">https://alunosonline.uol.com.br/fisica/trabalho-forca-constante.html</a> . Acesso em 12/07/2018-----	14
<b>Figura 3.2</b> Força que varia ao longo de pequenos deslocamentos-----	15
<b>Figura 3.3</b> Força que varia com o deslocamento-----	15
<b>Figura 3.4</b> Movimento puramente rotacional-----	16
<b>Figura 3.5</b> Movimento puramente translacional-----	16
<b>Figura 3.6</b> Movimento translacional e rotacional-----	16
<b>Figura 3.7</b> Cicloide-----	19
<b>Figura 3.8</b> Deslocamento da partícula sob a ação da gravidade-----	20
<b>Figura 3.9</b> Elementos de uma parábola-----	22
<b>Figura 3.10</b> Parábola de foco F e diretriz D-----	22
<b>Figura 3.11</b> Reta sobre o plano (x,y)-----	23
<b>Figura 4.1</b> Maquete com as trajetórias: reta, cicloide e parábola. -----	32
<b>Figura 5.1</b> Pista em forma de reta inclinada e curva-----	33
<b>Figura 5.2</b> Interface do aplicativo Lexis Audio Editor-----	47
<b>Figura 5.3</b> Colégio Estadual Antônio Maria Teixeira Filho-----	49
<b>Figura 5.4</b> Colégio Estadual Jornalista Tim Lopes-----	49
<b>Figura A.1</b> O quilograma Padrão-----	57
<b>Figura A.2</b> Par de forças ação e reação -----	59
<b>Figura A.3</b> Força peso-----	60
<b>Figura C.1</b> Cantoneiras-----	66
<b>Figura C.2</b> Tábuas fazendo um ângulo de $90^{\circ}$ -----	66
<b>Figura C.3</b> Cantoneiras presas nas junções-----	66
<b>Figura C.4</b> Peça de madeira preso na tábua-----	67



<b>Figura C.5</b> Maquete com as trajetórias: reta, cicloide e parábola. Figura elaborada pelo autor-----	67
<b>Figura C.6</b> Construção do desenho do arco de cicloide-----	68
<b>Figura C.7</b> Construção do desenho do arco de cicloide-----	68
<b>Figura C.8</b> Construção do desenho do arco de parábola-----	69
<b>Figura C.9</b> Construção do desenho do arco de parábola-----	70
<b>Figura C.10</b> Construção do desenho do arco de parábola-----	70
<b>Figura C.11</b> Bolinhas usadas no experimento-----	70
<b>Figura C.12</b> Balança digital-----	71
<b>Figura C.13</b> Fita métrica-----	71
<b>Figura C.14</b> Aplicativo Lexis Audio Editor-----	71

## Lista de Gráficos

<b>Gráfico 5.1</b> Resultado da análise da turma CEPAMTF-1001. a) cor azul refere-se ao plano inclinado; b) cor laranja refere-se à curva-----	34
<b>Gráfico 5.2</b> Resultado da análise da turma CEPJTL-Neja IV. a) cor azul refere-se ao plano inclinado; b) cor laranja refere-se à curva-----	34
<b>Gráfico 5.3</b> Resultado da análise da turma CEAMTF-1001. a) cor azul refere-se à cicloide; b) cor laranja refere-se à parábola; c) cor cinza refere-se à reta-----	35
<b>Gráfico 5.4</b> Resultado da análise da turma CEPJTL-Neja IV. a) cor azul refere-se à cicloide; b) cor laranja refere-se à parábola; c) cor cinza refere-se à reta-----	35
<b>Gráfico 5.5</b> Resultado da análise da turma CEPAMTF-1001. a) cor azul refere-se à maior massa; b) cor laranja refere-se à menor massa; c) cor cinza refere-se ao mesmo tempo-----	36
<b>Gráfico 5.6</b> Resultado da análise da turma CEPJTL-Neja IV. a) cor azul refere-se à maior massa; b) cor laranja refere-se à menor massa; c) cor cinza refere-se ao mesmo tempo-----	36
<b>Gráfico 5.7</b> Resultado da análise da turma CEPAMTF-1001. a) cor azul refere-se à maior massa; b) cor laranja refere-se à menor massa; c) cor cinza refere-se ao mesmo tempo-----	36
<b>Gráfico 5.8</b> Resultado da análise da turma CEPJTL-Neja IV. a) cor azul refere-se à maior massa; b) cor laranja refere-se à menor massa; c) cor cinza refere-se ao mesmo tempo-----	37
<b>Gráfico 5.9</b> Resultado da análise da turma CEPAMTF-1001. a) cor azul refere-se à maior massa; b) cor laranja refere-se à menor massa; c) cor cinza refere-se ao mesmo tempo-----	37
<b>Gráfico 5.10</b> Resultado da análise da turma CEPAMTF-1001. a) cor azul refere-se à maior massa; b) cor laranja refere-se à menor massa; c) cor cinza refere-se ao mesmo tempo-----	37
<b>Gráfico 5.11</b> Resultado da análise da turma CEAMTF-1001. a) cor azul refere-se à reta; b) cor laranja refere-se à parábola; c) cor cinza refere-se à cicloide-----	38
<b>Gráfico 5.12</b> Resultado da análise da turma CEJTL-Neja IV. a) cor azul refere-se à reta; b) cor laranja refere-se à parábola; c) cor cinza refere-se à cicloide-----	38
<b>Gráfico 5.13</b> Resultado da análise da turma CEPAMTF-1001. a) cor azul refere-se à reta; b) cor laranja refere-se à cicloide; c) cor cinza refere-se à parábola; d) cor amarela mesma energia cinética de translação-----	39

<b>Gráfico 5.14</b> Resultado da análise da turma CEJTL-Neja IV. a) cor azul refere-se à reta; b) cor laranja refere-se à cicloide; c) cor cinza refere-se à parábola; d) cor amarela mesma energia de translação-----	39
<b>Gráfico 5.15</b> Resultado da análise da turma CEPAMTF-1001. a) cor azul refere-se à maior massa; b) cor laranja refere-se à menor massa; c) cor cinza apresenta a mesma energia cinética de translação-----	40
<b>Gráfico 5.16</b> Resultado da análise da turma CEJTL-Neja IV. a) cor azul refere-se à maior massa; b) cor laranja refere-se à menor massa; c) cor cinza apresenta a mesma energia cinética de translação-----	40
<b>Gráfico 5.17</b> Resultado da análise da turma CEAMTF-1001. a) cor azul refere-se à maior massa; b) cor laranja refere-se à menor massa; c) cor cinza apresenta a mesma energia cinética de translação-----	41
<b>Gráfico 5.18</b> Resultado da análise da turma CEJTL-Neja IV. a) cor azul refere-se à maior massa; b) cor laranja refere-se à menor massa; c) cor cinza apresenta a mesma energia cinética de translação-----	41
<b>Gráfico 5.19</b> Resultado da análise da turma CEAMTF-1001. a) cor azul refere-se à maior massa; b) cor laranja refere-se à menor massa; c) cor cinza apresenta a mesma energia cinética de translação-----	42
<b>Gráfico 5.20</b> Resultado da análise da turma CEJTL-Neja IV. a) cor azul refere-se à maior massa; b) cor laranja refere-se à menor massa; c) cor cinza apresenta a mesma energia cinética de translação-----	42
<b>Gráfico 5.21</b> Resultado da análise da turma CEAMTF-1001. a) cor azul refere-se à mesma energia potencial; b) cor laranja refere-se à cicloide; c) cor cinza refere-se à parábola; d) cor amarela à reta-----	43
<b>Gráfico 5.22</b> Resultado da análise da turma CEJTL-Neja IV. a) cor azul refere-se à mesma energia potencial; b) cor laranja refere-se à cicloide; c) cor cinza refere-se à parábola; d) cor amarela à reta-----	43
<b>Gráfico 5.23</b> Resultado da análise da turma CEAMTF-1001. a) cor azul refere-se à maior massa; b) cor laranja refere-se à menor massa; c) cor cinza apresenta a mesma energia potencial-----	44
<b>Gráfico 5.24</b> Resultado da análise da turma CEJTL-Neja IV. a) cor azul refere-se à maior massa; b) cor laranja refere-se à menor massa; c) cor cinza apresenta mesma energia potencial-----	44
<b>Gráfico 5.25</b> Resultado da análise da turma CEPAMTF-1001. a) cor azul refere-se à maior massa; b) cor laranja refere-se à menor massa; c) cor cinza apresenta a mesma energia potencial-----	45

<b>Gráfico 5.26</b> Resultado da análise da turma CEJTL-Neja IV. a) cor azul refere-se à maior massa; b) cor laranja refere-se à menor massa; c) cor cinza apresenta a mesma energia potencial-----	45
<b>Gráfico 5.27</b> Resultado da análise da turma CEAMTF-1001. a) cor azul refere-se à maior massa; b) cor laranja refere-se à menor massa; c) cor cinza apresenta a mesma energia potencial-----	46
<b>Gráfico 5.28</b> Resultado da análise da turma CEJTL-Neja IV. a) cor azul refere-se à maior massa; b) cor laranja refere-se à menor massa; c) cor verde apresenta a mesma energia potencial-----	46

## Lista de Tabelas

<b>Tabela 1.1</b> Quadro comparativo entre as duas instituições de ensino básico do Estado do Rio de Janeiro onde o produto foi aplicado-----	4
<b>Tabela 1.2</b> Quadro comparativo entre as duas instituições de ensino básico do Estado do Rio de Janeiro onde o produto foi aplicado-----	7
<b>Tabela 4.1</b> Roteiro Experimental-----	31
<b>Tabela 5.1</b> Dados de tempo obtidos pela turma CEAMTF-1001 usando bola 1 (mais leve) -----	50
<b>Tabela 5.2</b> Dados de tempo obtidos pela turma CEAMTF-1001 usando bola 2 (mais pesada) -----	50
<b>Tabela 5.3</b> Tempos de queda das bolas 1 e 2 obtido pela turma CEPAMTF-1001-----	50
<b>Tabela 5.4</b> Dados de tempo obtidos pela turma CEJTL-Neja IV usando bola 1 (mais leve) -----	51
<b>Tabela 5.5</b> Dados de tempo obtidos pela turma CEJTL-Neja IV usando bola 2 (mais pesada) -----	51
<b>Tabela 5.6</b> Tempos de queda das bolas 1 e 2 obtido pela turma CEJTL-Neja IV-----	51
<b>Tabela 5.7</b> Cálculo das velocidades médias e energias potenciais das três trajetórias da bola 1 (mais leve) obtido pela turma CEPAMTF-1001. A altura de soltura da bolinha foi 0,6m -----	52
<b>Tabela 5.8</b> Cálculo das velocidades médias e das energias potenciais das três trajetórias da bola 2(mais pesada) obtido pela turma CEPAMTF-1001-----	52
<b>Tabela 5.9</b> Cálculo das velocidades médias e das energias potenciais das três trajetórias da bola 1 (mais leve) obtido pela turma CEJTL-Neja IV. A altura de soltura da bolinha foi de 0,6m -----	52
<b>Tabela 5.10</b> Cálculo das velocidades médias e energias potenciais das três trajetórias da bola 2 (mais pesada) obtido pela turma CEJTL-Neja IV. A altura de soltura da bolinha foi de 0,6m -----	53
<b>Tabela A.1</b> Transformação de Unidades-----	57

## Sumário

Capítulo 1 Introdução -----	1
1.1 Motivação-----	1
1.2 Objetivo Geral-----	2
1.3 Objetivo Específico-----	2
1.4 Locais de Pesquisa-----	2
1.5 Por que escolhemos trabalhar com experimento de baixo custo? -----	7
Capítulo 2 Referencial Teórico -----	9
2.1 Referenciais pedagógico-metodológicos -----	9
2.2 O Ensino de Física. -----	10
Capítulo 3 Fundamentação Teórica-----	14
3.1 Trabalho de uma força. -----	14
3.1.1 Trabalho de uma força constante-----	14
3.1.2 Trabalho de uma força variável unidimensional-----	14
3.2 Rolamento. -----	15
3.3 Energia cinética de rotação -----	16
3.4 Energia cinética de translação-----	17
3.5 Teorema trabalho-energia-----	17
3.6 Energia Potencial Gravitacional. -----	18
3.7 Conservação da Energia Mecânica. -----	18
3.8 A Cicloide. -----	18
3.8.1 Estudo da curva-----	19
3.9 A Parábola. -----	22
3.10 A Reta. -----	23
3.11 A Equação de Euler-Lagrange-----	23
3.12 O problema da braquistócrona-----	26
Capítulo 4 Metodologia e o Produto-----	28
4.1 A Metodologia. -----	28
4.2 O Produto. -----	30
4.3 Roteiro Experimental-----	31

Capítulo 5 Resultados e Análise de Dados-----	33
5.1 Resultados das pré-concepções dos alunos das turmas 1001 e Neja IV. -----	33
5.1.1 Atividade 1: Análise dos resultados do questionário 1. -----	33
5.1.2 Atividade 2: Análise dos resultados do questionário 2. -----	34
5.1.3 Atividade 3: Análise dos resultados do questionário 3. -----	39
5.2 Atividade 4: Aplicação e Resultado do Experimento-----	47
Capítulo 6 Considerações Finais. -----	55
APÊNDICE A -----	57
A.1 Unidades de massa -----	57
A.2 Unidades de tempo -----	58
A.3 Leis de Newton -----	58
A.3.1 1ª Lei de Newton. -----	58
A.3.2 2ª Lei de Newton. -----	59
A.3.3 3ª Lei de Newton. -----	59
A.4 Força Peso. -----	59
APÊNDICE B -----	61
1. Questionário 1-----	61
2. Questionário 2-----	62
3. Questionário 3-----	64
APÊNDICE C-----	67
1. Construção do Experimento. -----	66
2. Construção da cicloide-----	67
3. Construção da parábola-----	69
Referências Bibliográficas. -----	72

# Capítulo 1

## Introdução

### 1.1) Motivação

Atualmente, as novas tecnologias estão cada vez mais dominando o cenário mundial e, devido a isso, é importante que o professor procure utilizar de meios alternativos capaz aprimorar seu desempenho dentro da sua profissão [Dominguini, 2016].

Na disciplina de física, vários recursos podem ser utilizados para melhorar ainda mais o aprendizado do aluno como, por exemplo, a experimentação, que é uma forma de tornar a aula mais atrativa buscando, com isso, uma maior participação do aluno na produção do seu conhecimento [Dominguini, 2016].

Atualmente, a experiência do dia-a-dia mostra que a maior parte dos alunos não estão satisfeitos pela forma como as aulas de física estão sendo oferecidas na escola, ou seja, para eles, essas aulas não estão sendo estimulantes devido ao grande número de fórmulas matemáticas e a não conexão com a sua realidade.

Foi observado, também, pelo professor deste trabalho, que a pouca carga horária oferecida para a disciplina faz com que alguns professores se prendam apenas na parte teórica, sem trabalhar a parte experimental. Na realidade, esses profissionais, de forma indireta contribuem para que a maior parte dos alunos percam o interesse pela disciplina.

Tendo em vista os resultados apresentados durante as aulas experimentais deste projeto, ficou claro que as mesmas são de grande importância para a aprendizagem dos alunos, pois, na prática, motivados pela curiosidade, que os alunos conseguem construir os próprios conceitos.

Este trabalho busca evidenciar a importância dos experimentos para o ensino de Física, uma vez que facilitam a aprendizagem significativa de Ausubel.

Esta dissertação surge com o objetivo de construir uma prática pedagógica que promova o aprendizado de maneira reflexiva e integradora e que desenvolva habilidades experimentais associadas a aquisição de dados para que o aluno possa compreender melhor alguns conceitos e grandezas físicas da cinemática e dinâmica, como por exemplo; tempo, velocidade média e energia.



O trabalho envolve a elaboração de uma sequência didática utilizando um conjunto de pistas com diferentes trajetórias, duas bolinhas de mesmo volume e massas diferentes e um aplicativo *Lexis Audio Editor*.

O produto foi elaborado para ser aplicado nas primeiras séries do ensino médio, durante o ano letivo, com o objetivo de fazer com que os estudantes construam seus aprendizados a respeito dos fenômenos e das grandezas físicas relacionados com os movimentos de objetos deslizando em pistas com diferentes trajetórias: cicloide, parábola e plano inclinado, tema que será descrito em detalhes nos itens 4.2 e 4.3 .

## **1.2) Objetivo Geral**

O objetivo geral desta pesquisa foi desenvolver uma sequência didática contendo atividades experimentais e teóricas sobre alguns conteúdos da mecânica newtoniana; como uma forma de melhorar o aprendizado do aluno.

## **1.3) Objetivos específicos**

- O ensino-aprendizagem de conceitos e grandezas físicas, tais como: tempo, espaço, velocidade média, energia cinética, energia potencial, e conservação da energia mecânica;
- Conhecer as concepções espontâneas dos estudantes sobre os conceitos físicos associados a estas grandezas para reformulá-los sob a base científica;
- Auxiliar o aluno a desenvolver habilidades cognitivas, tais como: observação e reflexão; assim como as experimentais: coleta e análise de dados;

## **1.4) Locais de Pesquisa**

O produto educacional foi desenvolvido e aplicado em duas escolas de ensino médio, a saber: Colégio Estadual Prof. Antônio Maria Teixeira Filho (CEPAMTF), localizado no bairro do Leblon, zona sul da cidade do Rio de Janeiro, RJ; e no Colégio Estadual Jornalista Tim Lopes (CEJTL), localizado no Complexo do Alemão, zona norte do Rio de Janeiro. Em ambas instituições o autor desta dissertação é professor docente I e regente das turmas do 1º, 2º e 3º anos do ensino médio.

No CEPAMTF, fig.1.1, o produto foi aplicado na turma 1001 do 1º ano do ensino médio que funciona em horário integral. Nesta turma a maioria dos alunos

pertence às comunidades dos bairros da Rocinha e Vidigal e tinha idades de 14 a 16 anos.



**Figura1.1** Colégio Estadual Professor Antônio Maria Teixeira Filho

No CEJTL, fig.1.2, o produto foi aplicado na turma Neja IV, do ensino médio. O colégio é composto, principalmente, por alunos oriundos da região conhecida como Complexo do Alemão e tinham idades de 18 a 40 anos.



**Figura 1.2** Colégio Estadual Professor Jornalista Tim Lopes

O experimento desenvolvido relaciona-se diretamente com os conteúdos específicos da disciplina, previstos pelo Ministério de Educação e Cultura (MEC) para o primeiro ano do ensino médio e, com isso, buscou-se manter a orientação da grade curricular.

A tabela 1.1 apresenta algumas características físicas dessas escolas que dão um rápido panorama das suas particularidades.

	<b>Colégio Estadual Prof. Antônio Maria Teixeira Filho (CEAMTF)</b>	<b>Colégio Estadual Jornalista Tim Lopes (CEJTL)</b>
Localização	Leblon	Complexo do Alemão
Turnos de funcionamento	Integral (manhã e tarde) e noite.	Manhã, tarde e noite.
Total de alunos no escola	740	1740
Biblioteca e pátio	sim	sim
Turmas nas quais foi aplicado o produto	1001	1002 (Nova EJA)

**Tabela 1.1** Quadro comparativo entre as duas instituições de ensino básico do Estado do Rio de Janeiro onde o produto foi aplicado.

As turmas em que o projeto foi aplicado possuem as seguintes características: a turma 1001 do CEPAMTF tem 40 alunos e funciona no turno integral, fig. 1.3, e a turma Neja IV do CEJTL tem 30 alunos e funciona no turno da noite fig. 1.4.



**Figura 1.3** Alunos do CEPAMTF em sala aula

A turma Neja IV do Colégio Estadual Jornalista Tim Lopes é composta por estudantes do programa Nova EJA e atende alunos com idade mínima de 18 anos interessados em concluir o Ensino Médio em menos tempo.



**Figura 1.4** Alunos do CEJTL em sala aula

Sobre o programa Nova EJA é necessário expor que:

A Nova Educação de Jovens e Adultos (Nova EJA) tem como objetivo proporcionar que alunos com idade elevada concluam seus estudos em menos tempo e com qualidade. A idade mínima para a matrícula na Nova EJA é 18 anos, sem limite máximo de idade.

Ela foi elaborada em parceria com a Fundação Centro de Ciências e Educação Superior à Distância do Estado do Rio de Janeiro (CECIERJ), e foi implantada a partir de 2013 em todas as escolas que ofertam EJA no Ensino Médio.

Nela, dois módulos terão disciplinas com ênfase nas áreas de Humanas e dois com ênfase nas disciplinas de Ciências da Natureza. Cada módulo terá o mínimo de cinco disciplinas e o máximo de sete. Em todos os módulos da Nova EJA, o aluno terá Língua Portuguesa e Matemática.

A Nova EJA utiliza metodologia e currículo específicos para jovens e adultos, com material didático próprio e recursos multimídia em sala de aula.

As aulas são presenciais, de segunda a sexta-feira. A Nova EJA tem carga horária diária reduzida: são três horas e vinte minutos por dia.

A Nova Eja tem um professor por disciplina e o professor recebe formação específica de acordo com a metodologia utilizada.

(Em <<http://www.rj.gov.br>> SEEDUC. Acesso em: 16 de janeiro de 2018)

Um levantamento feito pela direção dessas escolas, de fevereiro a outubro de 2018, apontou que alguns alunos pertencentes a esse programa e até mesmo aqueles que estavam matriculados em turmas regulares de 1ª série do Ensino Médio evadiram dessas

instituições. Apesar de todos os esforços para melhorar a prática diária em sala de aula, enfrentar a evasão escolar e a defasagem em relação à idade/série no ensino médio público ainda é um grande desafio para as escolas e para o sistema educacional.

A tabela 1.2, apresenta os dias, horários, número de horas de aula semanal, quantidade de estudantes que iniciaram e finalizaram a atividade proposta nas duas turmas dos dois colégios.

Turmas	CEPAMTF-1001	CEJTL-Neja IV
Turno	integral	noite
Dia da semana	terça	segunda
Tempos de aula semanal	02	02
Horário de aula	13:30h – 15:10h	18:30h – 20h
Quantidade de estudantes que participaram da primeira atividade	40	30
Quantidade de estudantes ao final da última atividade	30	25

**Tabela 1.2** Quadro comparativo entre as duas instituições de ensino básico do Estado do Rio de Janeiro onde o produto foi aplicado.

O turno da noite inicia-se a partir de 18h:30min, mas as aulas somente começavam efetivamente por volta de 19h, isso em decorrência de diversos fatores como, por exemplo, o trânsito intenso no deslocamento dos alunos do trabalho até a escola, o horário que o jantar é servido na escola, das 18h às 18:20min. Assim, muitos estudantes vindos de seus trabalhos faziam essa refeição na escola e só conseguiam estar presentes na sala de aula próximo das 19h.

### **1.5) Por que escolhemos trabalhar com experimento de baixo custo?**

O professor observou que, nos anos anteriores, muitos alunos apresentaram dificuldades em compreender os conteúdos apresentados e, por esse motivo, apresentaram um baixo rendimento. Para tentar contornar essa situação, buscou-se levar um objeto de

estudo diferente - o produto desta dissertação- para sala de aula para motivar e construir o aprendizado.

No decorrer das aulas, constatou-se que a experimentação foi uma forma eficiente de melhorar o aprendizado, pois permitiu uma melhor assimilação dos conceitos de física através da visualização do fenômeno.

Para Araújo e Abib (2003), o uso de experimentos é uma forma bem eficiente para que os alunos consigam superar as dificuldades enfrentadas no ensino tradicional.

Ressaltam, ainda, que as vantagens e desvantagens dessas atividades no ensino de física são alvos de estudo de diversos autores. Eles classificam as atividades experimentais em três modalidades:

a) Atividades de demonstração: são aquelas realizadas pelo professor. O aluno apenas participa observando o fenômeno. Essa atividade é sugerida onde existe pouco recurso para realização do experimento.

b) Atividades de verificação: são atividades utilizadas com o objetivo de confirmar alguma lei ou teoria. Os resultados desses experimentos são esperados e as explicações conhecidas pelos alunos.

c) Atividades de investigação: são aquelas onde há uma maior participação dos alunos no experimento, sendo orientados pelo professor.

Sendo assim, em todas as modalidades descritas acima cabem os experimentos construídos com material de baixo custo, porque são baratos, e de simples construção e em alguns casos permitem a coleta de dados de grandezas físicas ali envolvidas.

No capítulo seguinte discutiremos o referencial teórico do ponto de vista das teorias de aprendizagem adotado neste trabalho.

## Capítulo 2

### Referencial Teórico

A base teórica do estudo desenvolvido neste trabalho de dissertação é a Teoria da Aprendizagem significativa de David Ausubel (1980). Este autor pesquisou e explicou o processo de aprendizagem segundo o ponto de vista cognitivista.

#### 2.1) Referenciais pedagógico-metodológicos.

Segundo Valadares e Moreira (2009), o conhecimento é inacabado e se modifica à medida que novos conceitos a respeito do mundo e do objeto de estudo vão se agregando na estrutura cognitiva do indivíduo.

De acordo com Moreira (2014):

“Para Ausubel, aprendizagem significativa é um processo pelo qual uma nova informação se relaciona com um aspecto relevante da estrutura do conhecimento do indivíduo. Ou seja, neste processo, a nova informação interage com uma estrutura de conhecimento específica ao qual Ausubel define como subsunçor, existente na estrutura cognitiva do indivíduo [...] Ausubel vê o armazenamento de informações na mente humana como sendo altamente organizado, formando uma hierarquia conceitual, na qual os elementos mais específicos de conhecimento [...] são assimilados.” [Moreira 2014, p.161]

Segundo Moreira (2014), Ausubel distingue entre três formas de aprendizagem significativa: por subordinação, por superordenação e de modo combinatório.

a) Subordinada:

“A aprendizagem significativa é dita subordinada quando a nova informação adquire significado por meio da



interação com subsunções. Reflete uma relação de subordinação do novo material em relação à nova estrutura cognitiva preexistente. para o sujeito que aprende através de um processo interação com os conhecimentos prévios relevantes mais gerais já existentes na sua estrutura cognitiva” [Moreira, 2014 p.167].

b) Superordenada:

“É a que se dá quando um conceito ou proposição potencialmente significativo A, mais geral e inclusivo do que ideias ou conceitos estabelecidos na estrutura cognitiva  $a_1, a_2, a_3$  é adquirido a partir destes e passa a assimilá-los” [Moreira, 2014 p.167].

c) Combinatória:

“É a Aprendizagem de proposições e, em menor escala, de conceitos que não guardam uma relação de subordinação ou superordenação com proposições ou conceitos específicos, e sim, com conteúdo amplo, relevante de uma maneira geral existente na estrutura cognitiva” [Moreira, 2014 p.167].

Auzubel (1980) cita duas dimensões do processo de aprendizagem relativamente independentes e importantes na teoria de aprendizagem: O modo como o conhecimento a ser aprendido é tornado disponível ao aluno (descoberta); e o modo como os alunos incorporam a informação nas suas estruturas cognitivas já existentes (receptiva ou significativa).

## 2.2) O Ensino de Física

Há muito tempo que o ensino da Física apresenta muita dificuldade Araújo e Abib (2003) e, por ser uma disciplina que apresenta uma série de fórmulas matemáticas e um

alto grau de abstração, muitos alunos sentem dificuldades em compreendê-la fazendo com que os mesmos percam o interesse. Segundo Silva (2010), a utilização da prática experimental é uma forma de despertar o interesse por parte do aluno uma vez que ele consegue enxergar o fenômeno.

Podemos observar que a prática experimental desperta a curiosidade do aluno acarretando um melhor desempenho no que diz respeito à aprendizagem.

Além disso, conforme as orientações Educacionais Complementares aos Parâmetros Curriculares Nacionais (PCNs) para o ensino de Física no Ensino Médio:

“É indispensável que a experimentação esteja sempre presente ao longo de todo o processo de desenvolvimento das competências em Física, privilegiando-se o fazer, manusear, operar, agir, em diferentes formas e níveis. É dessa forma que se pode garantir a construção do conhecimento pelo próprio aluno, desenvolvendo sua curiosidade e o hábito de sempre indagar, evitando a aquisição do conhecimento científico como uma verdade estabelecida e inquestionável. Isso inclui retomar o papel da experimentação, atribuindo-lhe uma maior abrangência, para além das situações convencionais de experimentação em laboratório. (...) Experimentar pode significar observar situações e fenômenos a seu alcance, em casa, na rua ou na escola (...) pode também envolver desafios, estimando, quantificando ou buscando soluções para problemas reais”. [BRASIL, PCN+ Ensino Médio, 2002, p.84].

Segundo Batista (2009),

“A experimentação no ensino de Física não resume todo o processo investigativo no qual o aluno está envolvido na formação e desenvolvimento de conceitos científicos. Há de se considerar também que o processo de aprendizagem dos conhecimentos científicos é bastante

complexo e envolve múltiplas dimensões, exigindo que o trabalho investigativo do aluno assuma várias formas que possibilitem o desencadeamento de distintas ações cognitivas, tais como: manipulação de materiais, questionamento, direito ao tateamento e ao erro, observação, expressão e comunicação, verificação das hipóteses levantadas. Podemos dizer que esse também é um trabalho de análise e de síntese, sem esquecer a imaginação e o encantamento inerentes às atividades investigativas.”

É bom lembrar também a importância da interdisciplinaridade nos conteúdos do ensino da física como está previsto nos Parâmetros Curriculares Nacionais (PCNs);

“A interdisciplinaridade deve ser compreendida a partir de uma abordagem relacional, em que se propõe que, por meio da prática escolar, sejam estabelecidas interconexões e passagens entre os conhecimentos através de relações de complementaridade, convergência ou divergência”. BRASIL [2002a, p.36 apud CARLOS, 2007, p.59]

Além do mais,

“A interdisciplinaridade deve ir além da mera justaposição e, ao mesmo tempo, evitar a diluição em generalidades. De fato, será na possibilidade de relacionar as disciplinas em atividades ou projetos de estudo, pesquisa e ação, que a interdisciplinaridade poderá ser uma prática pedagógica e didática adequada aos objetivos do ensino médio”. BRASIL [2002a, p.88 apud CARLOS, 2007, p.59]

Atualmente, o desenvolvimento de diversos saberes são apresentados em diferentes disciplinas na escola, deixando a cargo do aluno formular seus próprios conceitos; organizar a escola como um conjunto de disciplinas sem nenhuma ligação não

traz benefício para o ensino- aprendizagem, sendo o ideal relacionar as disciplinas, criando-se projetos onde as diferentes disciplinas se conversem de modo a melhorar o desenvolvimento da aprendizagem do aluno [Carlos, 2007].

Convém destacar que as escolas da rede estadual possuem grandes quantidades de alunos inscritos nas turmas, o que dificulta ao professor trabalhar o currículo mínimo (<http://www.rj.gov.br/seeduc/exibeconteudo>) oferecido pela própria secretaria de educação. Junto a isso há de se levar em consideração um dos fatores que contribuem para o baixo aprendizado, a linguagem matemática necessária para operar o formalismo teórico desta disciplina.

De acordo com Alves (2006),

“As questões relativas ao processo ensino- aprendizagem em Física, principalmente em nível médio, têm sido tema de várias pesquisas nessas últimas décadas, as quais têm identificado várias causas para tal situação; dentre elas destacam-se o grande número de alunos por turma, a falta de professores habilitados para ministrar a disciplina, a quase inexistência de equipamentos e atividades práticas/experimentais, a falta de domínio do conteúdo por parte dos professores, as dificuldades metodológicas e didáticas e, principalmente, a concepção do professor sobre o processo ensino aprendizagem da Física.”

Numa perspectiva de alterar esse quadro, o ensino de física necessita ser revisto de forma a mostrar que essa ciência está presente no dia-a-dia, fazendo com que os alunos se motivem pelo conteúdo a ser abordado e construam seus aprendizados.

## Capítulo 3

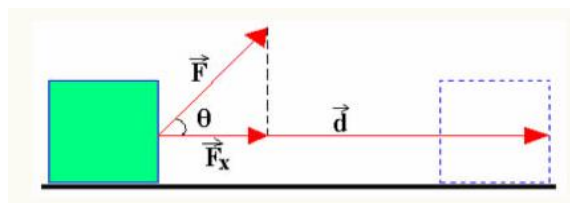
### Fundamentação Teórica

#### 3.1) Trabalho de uma Força

##### 3.1.1) Trabalho de uma força constante unidimensional

“É a energia transferida para um objeto ou de um objeto através de uma força que age sobre o objeto. Quando a energia é transferida para o objeto, o trabalho é positivo; quando a energia é transferida do objeto, o trabalho é negativo” [Halliday, 2008].

Considere uma força constante sendo aplicada em um corpo segundo um ângulo  $\theta$  com a horizontal. (fig.3.1)



**Figura3.1** retirado de <https://alunosonline.uol.com.br/fisica/trabalho-forca-constante.html>.  
Acesso 12/07/2018

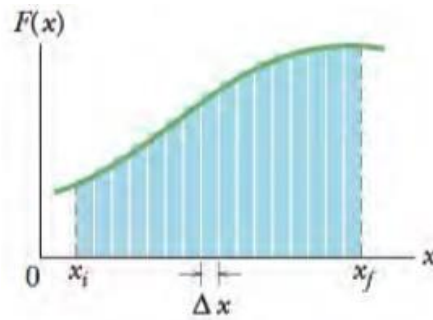
O trabalho realizado pela força constante  $\vec{F}$ , quando o seu ponto de aplicação sofre um deslocamento vetorial  $\vec{d}$  numa direção que forma um ângulo  $\theta$  com a direção da força é dado por:

$$w = F d \cos \theta \quad (1)$$

##### 3.1.2) Trabalho de uma força variável unidimensional.

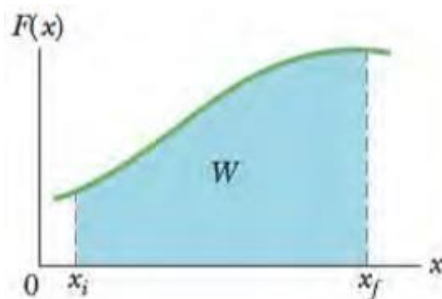
Seja  $F = F(x)$  a força resultante que atua sobre uma partícula de massa  $m$ . Esta força não é constante ao longo do deslocamento do ponto  $x_i$  ao  $x_f$ , ou seja, varia com a posição. Dividindo o intervalo total de deslocamento do objeto em um número muito grande de pequenos intervalos  $\Delta x$ , de tal forma que em cada um deles haverá uma força constante  $F(x)$  atuando sobre a massa, a sua soma reproduz a força resultante (fig. 3.2), dada por:

$$W = \sum_{x=x_i}^{x_f} F(x)\Delta x \quad (2)$$



**Figura 3.2** Força que varia ao longo de pequenos deslocamentos. Fonte: Halliday (2008, p.166).

Fazendo estes pequenos intervalos de espaços tenderem a zero ( $\Delta x \rightarrow 0$ ), (fig. 3.3), temos a expressão do trabalho para uma força variável descrita pela equação 3.



**Figura 3.3** Força que varia com o deslocamento. Fonte: Halliday (2008, p.166).

$$W = \int_{x_i}^{x_f} F(x) dx \quad (3)$$

### 3.2) ROLAMENTO

Considere um corpo de formato circular de raio  $R$  rolando sem deslizar sobre uma superfície plana horizontal. Nesse caso, a velocidade de contato com a superfície é nula. Se esse corpo girar de um ângulo  $\alpha$ , o ponto que está em contato com a superfície deslocará uma distância  $s$  dada por:

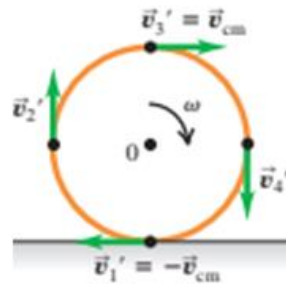
$$\vec{s} = R \cdot \vec{\alpha} \quad (4)$$

No movimento puramente rotacional, onde no ponto de contato a velocidade é  $\vec{v}_1 = -\vec{v}_{CM}$  (fig. 3.4) o centro de massa do corpo deslocará a mesma distância e sua velocidade  $\vec{v}_{CM}$  terá a forma:

$$\vec{v}_{CM} = \frac{d\vec{s}}{dt} \quad (5)$$

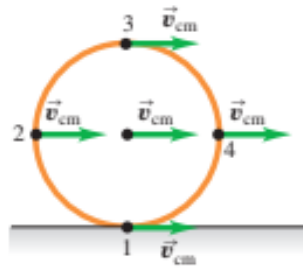
$$\vec{v}_{CM} = R \frac{d\alpha}{dt} \quad (6)$$

$$\vec{v}_{CM} = R\vec{\omega} \quad (7)$$



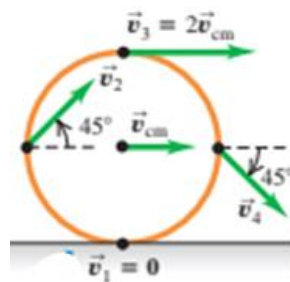
**Figura 3.4** Movimento puramente rotacional. Fonte: Young (2008, p.324).

No movimento puramente translacional todos os pontos do corpo irão se deslocar para a direita, por exemplo, com a mesma velocidade linear, veja (fig. 3.5).



**Figura 3.5** Movimento puramente translacional. Fonte: Young (2008, p.324).

Então, o movimento de rolamento do corpo é uma combinação dos dois movimentos anteriormente descritos: rotação e translação; (fig. 3.6). Nesse caso, a velocidade escalar do ponto em contato com o solo é nula  $\vec{v}_1 = 0$ , enquanto do ponto superior  $\vec{v}_3 = 2\vec{v}_{CM}$ .



**Figura 3.6** Movimento translacional e rotacional. Fonte: Young (2008, p.324).

### 3.3) Energia Cinética de Rotação

Considere um corpo que rola sem deslizar sobre uma superfície plana com na (fig. 3.4). A energia cinética de rotação desse corpo tem a forma:

$$K = I \frac{\omega^2}{2} \quad (8)$$

onde  $I$  é o momento de inércia<sup>1</sup> do corpo em relação ao eixo mencionado, e  $\omega$  é a velocidade angular.

### 3.4) Energia Cinética de Translação

Quando um corpo de massa  $m$  se desloca com velocidade  $v$  num movimento puramente translacional (fig. 3.5) sua energia cinética de translação  $K$  é definida como:

$$K = m \frac{v^2}{2} \quad (9)$$

### 3.5) Teorema Trabalho-Energia

“O trabalho ( $W$ ) realizado por uma força qualquer sobre uma partícula é igual à variação da energia cinética ( $\Delta K$ ). da partícula entre as posições inicial e final”. [Nussenzveig, 2013].

No o caso particular, o trabalho sobre um objeto de massa  $m$  que se desloca em movimento retilíneo ao longo do eixo  $x$  devido a uma força de intensidade  $f(x)$  é dado por:

$$W = \int_{x_1}^{x_2} f(x) dx \quad (10)$$

$$W = \int_{x_1}^{x_2} m a dx \quad (11)$$

$$\text{mas, } a = \frac{dv}{dt} \quad (12)$$

$$W = m \int_{x_1}^{x_2} \frac{dv}{dt} dx \quad (13)$$

Usando a regra da cadeia, temos:

$$\frac{dv}{dt} = \frac{dv}{dx} \cdot \frac{dx}{dt} = \frac{dv}{dx} v \quad (14)$$

Substituindo (14) em (13), obtemos:

---

<sup>1</sup> Momento de inércia de um corpo rígido em relação a um eixo de rotação [Nussenzveig, 2013].



$$W = \int_{v_1}^{v_2} v dv \quad (15)$$

$$W = \frac{1}{2} m(v_2^2 - v_1^2) \quad (16)$$

### 3.6) Energia Potencial Gravitacional

“É a energia armazenada e mantida pronta para ser usada, porque no estado de armazenagem, ela tem potencial para realizar trabalho”. [Hewitt, 2011].

Considere uma partícula que se move verticalmente para cima ao longo do eixo  $y$  do ponto inicial ( $y_i$ ) para o ponto final ( $y_f$ ) sob a ação exclusiva da força peso  $P$  num campo gravitacional uniforme.

O trabalho realizado pela força peso entre os pontos inicial ( $y_i$ ) e final ( $y_f$ ) é dado por:

$$W = \int_{y_i}^{y_f} (-P) dy \quad (17)$$

$$W = - \int_{y_i}^{y_f} mg dy \quad (18)$$

$$\Delta U = -W = \int_{y_i}^{y_f} mg dy \quad (19)$$

Logo, variação da energia potencial ( $\Delta U$ ) é igual a menos a o trabalho ( $W$ )

### 3.7) Conservação da Energia Mecânica

“Quando somente a gravidade realiza trabalho ( $W$ ), a energia mecânica total ( $U$ ) é constante, ou seja, ela é conservada.” [Young, 2008]. ou seja:

$$E = K + U \quad (20)$$

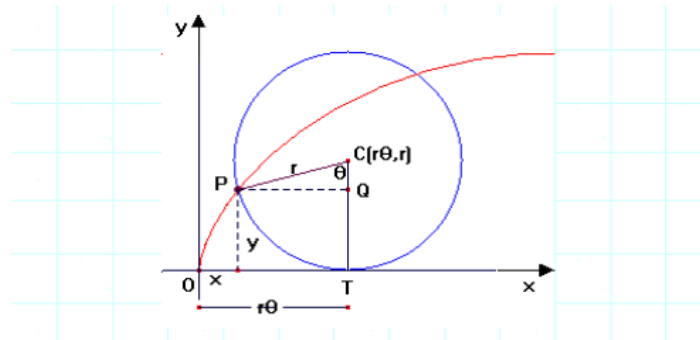
Onde  $U$  é a energia potencial gravitacional

### 3.8) Cicloide

Chama-se cicloide a curva definida por um ponto de uma circunferência que rola sem deslizar sobre uma reta. Neste tópico vamos encontrar a expressão desta curva seguindo os passos de Venceslau (2015), a seguir.

### 3.8.1) Estudo da curva

Considere um círculo  $\lambda$  de raio  $r$ , e seja  $P$  um ponto de  $\lambda$ . Cicloide é a curva descrita pelo ponto  $P$  quando  $\lambda$  rola sobre a reta  $r$  sem deslizar. Seja  $P$  um ponto que se move ao longo do eixo  $x$  e que coincida com a origem no início do movimento (fig. 3.7).



**Figura 3.7** Cicloide. Fonte: [Castro, 2014]. Acesso em 18/07/2018

Escolhemos como parâmetro o ângulo de rotação  $\theta$  do círculo e definimos  $\theta = 0$  quando  $P$  estiver em contato com o eixo  $x$  na origem do plano  $(x,y)$ . Quando o círculo girar  $\theta$  radianos, a distância  $OT$  será igual ao comprimento do arco  $PT$ , isto é:

$$|OT| = \text{arc}PT = r\theta \quad (21)$$

Seja  $P(x,y)$  um ponto da circunferência. Então, a partir da (fig. 3.7), temos que:

$$x = |OT| - |PQ| = r\theta - r \sin \theta = r(\theta - \sin \theta) \quad (22)$$

$$y = |TC| - |QC| = r - r \cos \theta = r(1 - \cos \theta) \quad (23)$$

Portanto, as equações paramétricas da cicloide são:

$$x = r(\theta - \sin \theta) \quad y = r(1 - \cos \theta) \quad (24)$$

Encontraremos, agora, dentre as possíveis curvas entre os pontos  $A$  e  $B$ , aquela onde o tempo de deslocamento de um corpo de massa  $m$  seja mínimo.

Considere o sistema de coordenadas  $xy$  (fig.3.8) de origem no ponto  $A$ .

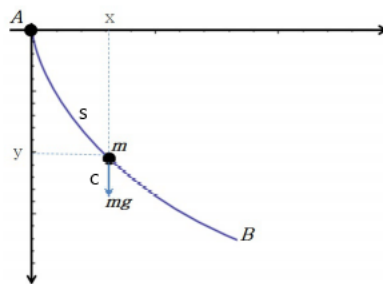


Figura 3.8 Deslocamento da partícula sob a ação da gravidade. Adaptada de [Venceslau, 2015].  
Acesso em 18/07/2018

Seja  $v_A = 0$ ,  $v$  o módulo da velocidade da partícula no ponto C,  $y$  o seu deslocamento vertical e  $m$  a sua massa temos, pelo teorema trabalho-energia:

$$mgy = \frac{1}{2}mv^2 \quad (25)$$

logo;

$$v = \sqrt{2gy} \quad (26)$$

O comprimento do arco da curva que vai de  $A(0,0)$  até  $C(x, y)$  é dado por:

$$s = \int_0^x \sqrt{1 + (y')^2} dx \quad (27)$$

$$\frac{ds}{dx} = \sqrt{1 + (y')^2} \quad (28)$$

Denotando por  $t$  o tempo gasto no trajeto e fazendo  $\frac{dt}{dx} = \frac{dt}{ds} \cdot \frac{ds}{dx}$ , onde  $\frac{dt}{ds}$  vem da equação (26), chega-se a:

$$\frac{dt}{dx} = \frac{\sqrt{1 + (y')^2}}{\sqrt{2gy}} \quad (29)$$

Logo, para se deslocar de  $A = (0, 0)$  a  $B = (x_0, y_0)$  o tempo total gasto é:

$$T(x_0) = \frac{1}{\sqrt{2g}} \int_0^{x_0} \sqrt{\frac{1 + (y')^2}{y}} dx \quad (30)$$

Encontraremos uma função  $y = y(x)$  que minimize o tempo acima, isto é, devemos encontrar uma função  $y = y(x)$  que satisfaça a equação:

$$\frac{\partial f}{\partial y} - \frac{d}{dx} \left( \frac{\partial f}{\partial y'} \right) = 0 \quad (31)$$

onde

$$f(x, y, y') = \frac{1}{\sqrt{2g}} \sqrt{\frac{1 + (y')^2}{y}} \quad (32)$$

Após alguns cálculos combinando (31) e (32) o problema se resume a encontrar uma função  $y = y(x)$ , que satisfaça

$$\begin{cases} \frac{d}{dx} [(1 + (y')^2)y] = 0 \\ y(0) = 0, \quad y(x_0) = y_0 \end{cases} \quad (33)$$

Integrando a equação (33) em relação à  $x$ , obtemos

$$(1 + (y')^2) \cdot y = k^2 \quad (34)$$

onde  $k^2$  é constante positiva a ser determinada.

Resolvendo esta última equação para  $y' = \frac{dy}{dx}$ , obtemos,

$$dy = \sqrt{\frac{k^2 - y}{y}} dx \quad (35)$$

Definindo  $t$  pela relação:

$$y = k^2 \sin^2(t) \quad (36)$$

assim,

$$dy = 2k^2 \sin(t) \cos(t) dt \quad (37)$$

Substituindo (36) e (37) em (35) obtemos como resultado:

$$2k^2 \sin^2(t) dt = dx \quad (38)$$

Integrando (38) em ambos os lados, obtemos:

$$k^2 \left( t - \frac{1}{2} \sin(2t) \right) = x \quad (39)$$

Substituindo  $t = \frac{\theta}{2}$ , nas equações (39) e (36), obtemos:

$$x = \frac{1}{2} k^2 (\theta - \sin(\theta)) \quad (40)$$

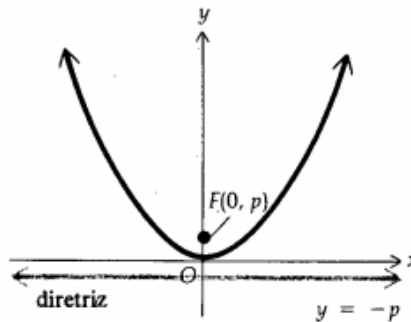
$$y = \frac{1}{2} k^2 (1 - \cos(\theta)) \quad (41)$$

As equações (40) e (41) é uma cicloide, compare estas equações com equações paramétricas da (eq.24).

### 3.9) Parábola

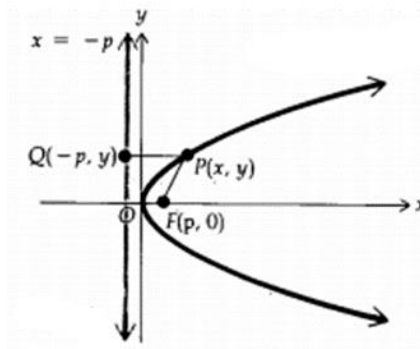
Conjunto de pontos em um plano, equidistante de um ponto e de uma reta fixos. O ponto fixo é chamado foco e a reta fixa é chamada de diretriz. [Leithold 1994]

A reta  $y = -p$  é chamada de diretriz da parábola e o ponto  $F$  é foco da parábola, o ponto  $O$ , é o vértice da parábola e a reta que passa pelos pontos  $V$  e  $F$  que é chamada de eixo de simetria. (Fig.3.9).



**Figura 3.9** Elementos de uma parábola. Fonte: Leithold (1994, p.579)

Seguindo os passos de Leithold (1994), Considere um caso particular onde o foco é  $F(p,0)$ , o vértice  $V(0,0)$  e a diretriz  $x = -p$ . Seja o ponto  $P(x,y)$  pertencente à parábola e o ponto  $Q = (-p, y)$ , o pé da perpendicular à diretriz passando por P, conforme gráfico a seguir (Fig.3.10):



**Figura 3.10** Parábola de foco F e diretriz D. Fonte: Leithold (1994, p.578)

Então:  $d(F, P) = d(Q, P)$ , logo:

$$\sqrt{(x - p)^2 + y^2} = \sqrt{(x + p)^2} \quad (42)$$

Elevando ambos os membros ao quadrado, obtemos:

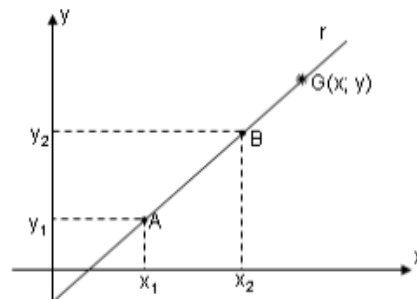
$$x^2 - 2px + p^2 + y^2 = x^2 + 2px + p^2 \quad (43)$$

Logo:

$$y^2 = 4px \quad (44)$$

### 3.10) Equação da Reta

Dados os pontos  $A(x_1, y_1)$  e  $B(x_2, y_2)$ , consideremos um ponto genérico  $G(x, y)$  pertencente à reta determinada pelos pontos A e B. (Fig.3.11)



**Figura 3.11** Reta sobre o plano  $(x,y)$ . Fonte: <http://vidigal.ouropreto.ifmg.edu.br/wp-cCA-reta-cassio.pdf>. Acesso em 18/07/2018

Para determinar a equação da reta, basta resolver o seguinte determinante:

$$\begin{vmatrix} x_1 & y_1 & 1 \\ x_2 & y_2 & 1 \\ x & y & 1 \end{vmatrix} = 0 \quad (45)$$

Então:

$$x(y_1 - y_2) + y(x_2 - x_1) + x_1y_2 - x_2y_1 = 0 \quad (46)$$

Fazendo:  $y_1 - y_2 = a$ ;  $x_2 - x_1 = b$  e  $x_1y_2 - x_2y_1 = c$ , temos:

$$ax + by + c = 0 \quad (47)$$

### 3.11) A Equação de Euler-Lagrange

A Equação de Euler-Lagrange foi descoberta na década de 1750 junto com seus estudos a respeito do problema da curva tautocrônica. Esta formalização é útil na solução de problemas em que se quer buscar o valor máximo ou mínimo de uma função.

A seguir vamos encontrar a equação diferenciável de Euler-Lagrange seguindo os passos de Lima (2004).

Considere a função  $y = y(x)$  que satisfaça as seguintes condições:  $y(x_1) = y_1$  e  $y(x_2) = y_2$  e que forneça um mínimo para a integral:

$$I = \int_{x_1}^{x_2} f(x, y, y') dx \quad (48)$$

Seja  $f$  uma função de  $x$ ,  $y$  e  $y'$  duas vezes diferenciável e  $x_1, x_2, y_1, y_2$  dados. Considere  $Y(x)$  uma família de “funções comparação” de um parâmetro definida por:

$$Y(x) = y(x) + \epsilon \eta(x) \quad (49)$$

onde  $\eta(x)$  é uma função diferenciável onde:

$$\eta(x_1) = \eta(x_2) = 0 \quad (50)$$

e  $\epsilon$  é o parâmetro da família.

A condição (50) nos garante que  $Y(x_1) = y(x_1) = y_1$  e  $Y(x_2) = y(x_2) = y_2$

Escolhida a função  $\eta(x)$ , a função  $y(x)$ , que minimiza (48), é um membro dessa família  $Y(x)$ , quando escolhemos  $\epsilon = 0$  como parâmetro.

A separação de qualquer curva  $y = Y(x)$  com relação ao arco  $y(x)$  é dada por  $\epsilon \eta(x)$ . Para cada  $\eta(x)$  é possível escolher uma vizinhança de  $\epsilon$ , digamos,  $-\epsilon_0 < \epsilon < \epsilon_0$  onde o produto  $|\epsilon \eta(x)|$  é pequeno para  $x$  entre  $x_1$  e  $x_2$ .

Se em (48) trocarmos  $y$  e  $y'$  por  $Y(x)$  e  $Y'(x)$ , respectivamente, obtemos:

$$I(\epsilon) = \int_{x_1}^{x_2} f(x, Y, Y') dx \quad (51)$$

onde, para uma dada função  $\eta(x)$  essa integral é uma função de  $\epsilon$ . O argumento  $Y'$  é dado, de acordo com (49), por:

$$Y' = Y'(x) = y'(x) + \epsilon \eta'(x) \quad (52)$$

Se  $\epsilon = 0$ , podemos trocar  $Y$  e  $Y'$  por  $y$  e  $y'$ , respectivamente, de modo que a integral (51) seja um mínimo quando  $\epsilon = 0$ .

Para que  $\epsilon = 0$  ser um mínimo de  $I$  é necessário que:

$$I'(0) = 0 \quad (53)$$

Para calcular a derivada de (51) em  $\epsilon=0$ , usaremos o seguinte teorema:

**Teorema 1** Considere uma função  $f: [a, b] \times [c, d] \rightarrow \mathbb{R}$  e, suponha, que a derivada parcial  $\frac{\partial f}{\partial p}(x, p)$  existe e é contínua em  $[a, b] \times [c, d]$ . Se a integral:

$$F(p) = \int_a^b f(x, p) dx \quad (54)$$

existe para todo  $p \in [c, d]$ , então  $F(p)$  é diferenciável e:

$$F'(p) = \int_a^b \frac{\partial f}{\partial p}(x, p) dx \quad (55)$$

Aplicando este teorema em (51), temos:

$$\frac{dI}{d\epsilon} = \int_{x_1}^{x_2} \left( \frac{\partial f}{\partial Y} \frac{\partial Y}{\partial \epsilon} + \frac{\partial f}{\partial Y'} \frac{\partial Y'}{\partial \epsilon} \right) dx = \int_{x_1}^{x_2} \left( \frac{\partial f}{\partial Y} \eta + \frac{\partial f}{\partial Y'} \eta' \right) dx \quad (56)$$

de (51) com o auxílio de (49) e (52).

Para  $\epsilon = 0$ , é equivalente trocar  $(Y, Y')$  por  $(y, y')$  e, de acordo com (53) e (56), temos que  $I'(0) = \int_{x_1}^{x_2} \left( \frac{\partial f}{\partial Y} \eta + \frac{\partial f}{\partial Y'} \eta' \right) dx = 0$ . Integrando por partes o segundo termo desta integral, obtemos, devido a (50):

$$I'(0) = \int_{x_1}^{x_2} \left[ \frac{\partial f}{\partial y} - \frac{d}{dx} \left( \frac{\partial f}{\partial y'} \right) \right] \eta dx = 0 \quad (57)$$

Essa equação é válida para todo  $\eta$ . Então, usamos o Lema 1, descrito abaixo e obtemos:

$$\frac{\partial f}{\partial y} - \frac{d}{dx} \left( \frac{\partial f}{\partial y'} \right) = 0 \quad (58)$$



**Lema1:** Se  $x_1$  e  $x_2$ ,  $x_2 > x_1$ , são fixos e  $G(x)$  é uma função contínua particular para  $x_1 \leq x \leq x_2$  e se

$$\int_{x_1}^{x_2} \eta(x)G(x)dx = 0 \quad (59)$$

para cada  $\eta(x)$  tal que:

$$\eta(x_1) = \eta(x_2) = 0 \quad (60)$$

concluimos que

$$G(x) = 0 \quad \forall x \text{ tal que } x_1 \leq x \leq x_2 \quad (61)$$

### 3.12) O Problema da Braquistócrona

O problema da braquistócrona consiste em encontrar a curva que uma partícula de massa  $m$  precisa descrever entre dois pontos A e B no menor tempo possível sobre a ação da força da gravidade [Lima, 2004].

Seguindo os passos de Lima (2004), consideremos os pontos A e B no plano  $xy$  e o caminho como sendo  $y = y(x)$ .

Seja  $v_1$  a velocidade inicial da partícula e as coordenadas de  $A = (x_1, y_1)$  e  $B = (x_2, y_2)$  onde  $y(x_1) = y_1$  e  $y(x_2) = y_2$ .

O tempo total de descida é:

$$I = \int_{x_1}^{x_2} \frac{ds}{v} = \int_{x_1}^{x_2} \sqrt{\frac{1 + (y')^2}{v}} dx \quad (62)$$

Pela conservação da energia mecânica temos:

$$\frac{1}{2}mv^2 - \frac{1}{2}mv_1^2 = mg(y - y_1) \quad (63)$$

Logo,  $v = \sqrt{2g(y - y_0)}$ , onde  $y_0 = y_1 - \left(\frac{v_1^2}{2g}\right)$  e o tempo de descida é:

$$I = \frac{1}{\sqrt{2g}} \int_{x_1}^{x_2} \sqrt{\frac{1 + (y')^2}{y - y_0}} dx \quad (64)$$

Logo, encontraremos a função  $y(x)$  que minimiza a equação (64), ou seja, a função que satisfaz a equação de EULER-LAGRANGE:

$$\frac{\partial f}{\partial y} - \frac{d}{dx} \left( \frac{\partial f}{\partial y'} \right) = 0 \quad (65)$$

Os passos para determinação de  $y(x)$  encontram-se no item 3.8.1, pág. 19.

## CAPÍTULO 4

### Metodologia e o Produto

#### 4.1- A Metodologia

A proposta adotada teve uma abordagem de natureza qualitativa e quantitativa, sendo de caráter experimental, já que o objetivo foi investigar a eficácia do uso de experimentos simples aplicados aos alunos do primeiro ano do Ensino Médio para verificação de conceitos físicos e desenvolvimento de habilidades experimentais.

Essa abordagem contempla duas formas no que diz respeito ao ensino-aprendizagem: dois tempos de aulas teóricas, com objetivo de ensinar determinadas grandezas físicas e dois tempos de aulas experimentais, para aplicação do experimento e para que os alunos confrontem as respostas dos questionários com os resultados experimentais.

O produto educacional aqui relatado trata-se de uma sequência didática para a compreensão empírica de alguns conceitos físicos da cinemática e dinâmica. Tal estratégia consiste no uso de uma ferramenta experimental (maquete construída pelo professor), com trajetórias diferentes e um aplicativo de nome *Lexis Audio Editor*, para medir tempo. Dessa forma, acreditamos poder contribuir para que os alunos possam entender a física de forma mais clara e objetiva.

Não obstante, a sequência didática e os resultados obtidos durante o experimento abordam, de maneira abrangente, diversos assuntos como, por exemplo, velocidade, aceleração, tempo, forças e energias. O processo de ensino/aprendizagem aqui desenvolvido visa a obtenção de informações através da experimentação e tem como objetivo a capacidade de criar um importante meio para produção de ideias que servem de base de apoio no processo de formação do saber. Tais ideias devem ser desenvolvidas através da construção do conhecimento por parte do aluno, mediada pelo professor, através da relação experimento - teoria.

Considerando as dificuldades apresentadas nas escolas públicas, este trabalho busca alternativas de aprendizagem para apresentar os conteúdos da física presentes na cinemática e dinâmica de modo a atender, inclusive, as escolas que não possuem laboratórios próprios, tendo em vista que os experimentos podem ser feitos em sala de aula.

O trabalho proposto foi produzir um material que seja capaz de auxiliar os alunos do ensino médio a compreender alguns dos conceitos físicos presentes na cinemática e na dinâmica. Por isso, optamos por desenvolver um material que possa ajudar os alunos entender melhor esses conceitos. No processo de construção desse material, iniciamos com uma busca de conteúdos teóricos nos livros didáticos, entre outras fontes. As atividades propostas foram:

- a) construir um experimento de baixo custo com trajetórias de diferentes;
- b) Elaborar questionários a fim de levantar as concepções espontâneas dos estudantes;
- c) Analisar estatisticamente as respostas dos questionários;
- d) Desenvolver atividade para aquisição de dados usando aplicativo de celular e a maquete;
- e) Analisar tempo, velocidade média, energia cinética e potencial;
- f) Confrontar as concepções espontâneas dos alunos com os resultados experimentais;

A escolha dos temas, ora relacionados, está diretamente ligada à sua relação com os conteúdos presentes nos anos iniciais do ensino médio. Ao evidenciar a aplicabilidade desses conteúdos, por meio de um experimento, estamos buscando uma forma diferente para que os alunos consigam ter uma melhor compreensão dos assuntos presentes na física clássica.

O material foi aplicado em duas turmas do 1º ano do EM, já que esses conceitos estavam sendo abordados nessas turmas. As turmas foram selecionadas pelo professor que acompanhou todo o desenvolvimento laboratorial dos estudantes em sala de aula. Ao final da sequência didática, os estudantes puderam ficar com seus questionários para que pudessem rever as perguntas e confrontassem suas respostas com seus próprios colegas, se assim fosse de interesse.

A aplicação foi desenvolvida por meio de aulas experimentais e teóricas e ocorreu no período correspondente ao segundo e terceiro bimestres letivos de 2018. Para aplicação dos questionários e realização das aulas experimentais foram necessários, pelo menos, dois encontros sendo cada um deles composto de dois tempos de 50min para a turma do regular e 45min para o Nova EJA.

Os resultados observados e respondidos pelos alunos são abordados em análise dos dados, e os questionários estão inseridos no **(Apêndice B)**.

Esses questionários possibilitam ao professor conduzir uma série de atividades para a determinação das grandezas físicas envolvidas, fazendo uma comparação dos resultados teóricos com os experimentais.

O método utilizado foi composto por três etapas: aplicação de três questionários para que cada aluno possa responder segundo suas concepções espontâneas; utilização, na sala de aula, de uma maquete composta de três trajetórias (cicloide, parábola e reta inclinada), na qual será utilizada para mostrar, na prática, que o tempo de descida na cicloide é menor, mesmo ela sendo a curva mais longa, que o tempo de queda não depende da massa bem como para determinar a velocidade média e trabalhar os conceitos de energia cinética e potencial. O aplicativo utilizado para determinar o tempo de descida das bolinhas foi o *Lexis Audio Editor* (**Apêndice C**).

#### **4.2- O Produto**

A proposta deste trabalho busca motivar os alunos do ensino médio a trabalhar com a física experimental em sala de aula, tendo em vista que as condições das unidades escolares nem sempre são favoráveis para o desenvolvimento deste tipo de trabalho, já que não possuem laboratórios próprios para as práticas. No intuito de suprir tal carência, optou-se por construir um experimento simples, utilizando um conjunto de pistas com diferentes perfis que possa permitir, ao professor, a realização de atividades que possibilitam a participação ativa dos alunos na construção do conhecimento. O uso de recursos simples e a fácil execução do experimento permite o trabalho em sala de aula, sem a necessidade de um laboratório equipado.

O produto desenvolvido neste trabalho consiste em construir uma maquete com três pistas distintas: reta inclinada, parábola e cicloide (fig. 4.1), onde é possível um corpo de pequeno porte percorrê-las sob a ação da gravidade. Os materiais utilizados na aplicação desse produto são: duas bolinhas de mesma massa e volumes diferentes (uma bilha e uma bola de gude), uma fita métrica, uma balança digital e um aplicativo de livre acesso para celular (*Lexis Audio Editor*) que mede o tempo através do ruído sonoro. A maquete (**detalhes da construção no Apêndice C**) foi usada para que se possa trabalhar alguns conceitos e grandezas físicas da cinemática e dinâmica. A atividade foi aplicada e conduzida pelo professor, auxiliada por questionários e tabelas, onde os estudantes registraram suas respostas e os dados experimentais.

### 4.3 Roteiro Utilizado na Atividade Experimental

TEMA	Determinar as medidas tempo, velocidade média, energia potencial e energia cinética de translação de uma bola de bilhar e uma bola de gude de mesma massa e volumes diferentes.
PÚBLICO ALVO	Estudantes do 1º ano do Ensino Médio
DURAÇÃO	02 Tempos de Aula
OBJETIVOS	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Realizar atividades experimentais para melhor compreensão dos conceitos de física através da visualização prática do fenômeno; e desenvolver as habilidades de medidas.</li> <li>- Mostrar para o aluno algumas situações reais onde se aplicam os conceitos aprendidos teoricamente em sala de aula;</li> <li>- Motivar os alunos no estudo da disciplina de física e construir um aprendizado significativo.</li> </ul>
MATERIAIS UTILIZADOS	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Maquete com três pistas;</li> <li>- Uma bola de bilhar e uma bola de gude de mesmo volume e massas diferentes;</li> <li>- Fita métrica;</li> <li>- Balança digital;</li> <li>- Celular com aplicativo <i>Lexis Audio Editor</i>.</li> </ul>
ETAPA 01	-Responder os três questionários apresentados segundo suas concepções espontâneas.
ETAPA 02	- Medir o tempo de descida de cada uma das bolinhas nas três trajetórias e verificar que o tempo de descida através da cicloide é menor embora a curva seja maior.
ETAPA 03	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Determinar a velocidade média das bolinhas em cada pista;</li> <li>- Determinar a energia potencial e energia cinética de translação de cada bolinha nas diferentes pistas e comparar os resultados entre elas;</li> <li>- Confrontar as concepções espontâneas com os resultados experimentais das grandezas velocidade média e tempo.</li> </ul>

**Tabela 4.1** – Roteiro Experimental



**Figura 4.1:** Maquete com as trajetórias: reta, cicloide e parábola. Figura elaborada pelo autor.

## CAPÍTULO 5

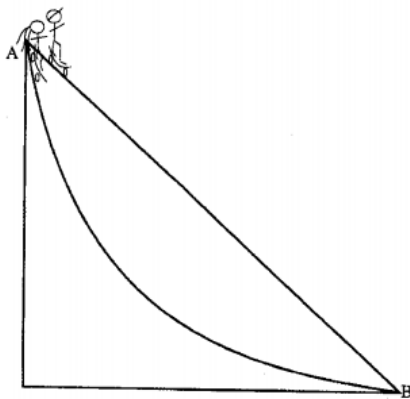
### RESULTADOS E ANÁLISE DE DADOS

#### 5.1 Resultados das Concepções Espontâneas dos Alunos das turmas CEAMTF 1001 e CEJTL Neja IV:

Esta seção apresenta os resultados das análises dos questionários 1, 2, 3 respondidos pelos alunos. A aplicação foi feita em sala de aula com os alunos sentados e divididos em grupos de 3 e 4.

##### 5.1.1- Atividade 1: Análise dos resultados do Questionário 1 (Apêndice B)

A questão abaixo tem como objetivo conhecer as concepções espontâneas (prévias) dos estudantes, contextualizada numa situação corriqueira do universo jovial, que é o deslocamento de um atleta skatista em rampas com diferentes perfis. Apresenta-se a figura abaixo e pergunta-se: em quais das duas trajetórias, entre os pontos A e B, o skatista percorrerá em menos tempo? O gráfico 5.1 mostra os resultados para turma CEPAMTF-1001 e o gráfico 5.2 para CEJTL-Neja IV.



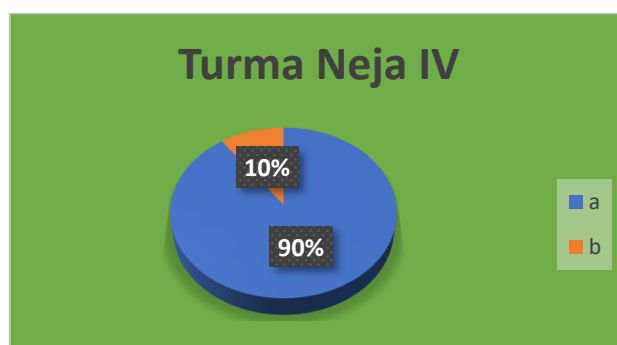
**Figura 5.1**-Pistas em formato de reta inclinada e curva. Fonte: Retirado de [Bustillos e Sassine, 2011 p.16]

Essa atividade visa o contato inicial do aluno com a questão relacionada a noção tempo-distância. Antes de iniciar a aplicação desse questionário foi apresentado, aos alunos das duas turmas, uma abordagem sobre a divisão do tempo em décimos, centésimos e milésimos de segundo, com o objetivo de mostrar que o segundo pode ser dividido e que não é a menor unidade de tempo registrado pelos aparelhos.





**Gráfico 5.1.** Resultado da análise da turma CEPAMTF-1001. a) cor azul refere-se ao plano inclinado; b) cor laranja refere-se à curva



**Gráfico 5.2.** Resultado da análise da turma CEPJTL-Neja IV. a) cor azul refere-se ao plano inclinado; b) cor laranja refere-se à curva

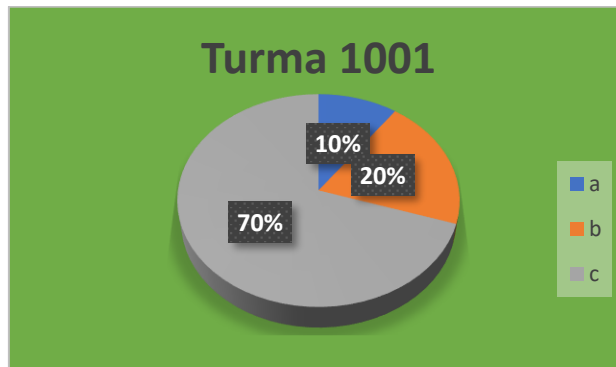
Pelos dados apresentados nos gráficos acima, 80% dos alunos da turma CEAMTF-1001 e 90% dos alunos da turma CEJTL-Neja IV responderam plano inclinado; Estes resultados estão dentro de um padrão previsível, uma vez que, pela visão do senso comum, o caminho de menor comprimento é percorrido no menor tempo, o que nem sempre é verdade.

### 5.1.2 - Atividade 2: Análise dos resultados do Questionário 2 (Apêndice B)

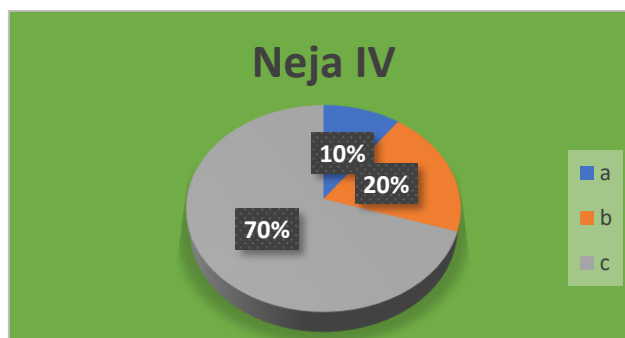
Para análise das perguntas desse questionário e com o objetivo de conhecer as concepções espontâneas dos estudantes, iniciou-se o trabalho com a maquete de pistas, (fig. 4.1).

#### - Análise da questão 01

Apresentam-se a maquete e a bolinha; sem fazê-la deslizar pelas trajetórias pergunta-se: qual das trajetórias (cicloide, parábola e reta inclinada) a bolinha deve percorrer em menos tempo quando largada da mesma altura? O gráfico 5.3 apresenta os resultados para turma CEPAMTF-1001 e o gráfico 5.4 para CEJTL-Neja IV



**Gráfico 5.3** Resultado da análise da turma CEAMTF-1001. a) cor azul refere-se à cicloide; b) cor laranja refere-se à parábola; c) cor cinza refere-se à reta

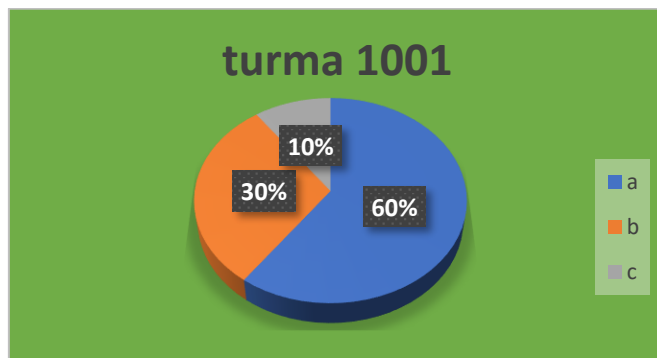


**Gráfico 5.4** Resultado da análise da turma CEPJTL-Neja IV. a) cor azul refere-se à cicloide; b) cor laranja refere-se à parábola; c) cor cinza refere-se à reta.

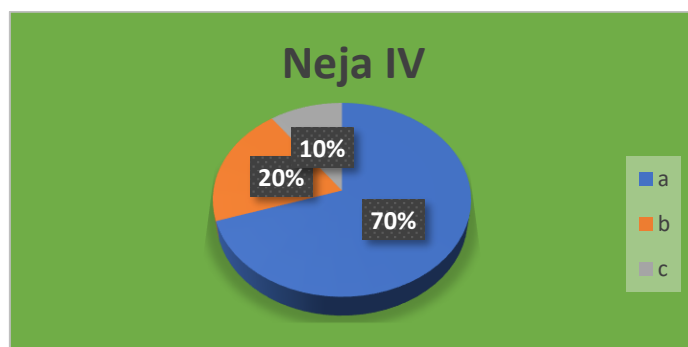
Através dos dados apresentados no gráfico, podemos chegar à conclusão de que a maioria dos alunos optaram pela reta, justificando por representar a menor distância. Observe que, da mesma forma que no item anterior, os alunos foram levados pelo senso comum a crer que a menor distância é percorrida em menor tempo.

#### - Análise da questão 2a

Nesta questão pergunta-se: qual das bolinhas de mesmo volume e massas diferentes deve percorrer em menos tempo a cicloide quando é largada da mesma altura? O gráfico 5.5 apresenta os resultados para turma CEPAMTF-1001 e o gráfico 5.6 para CEJTL-Neja IV



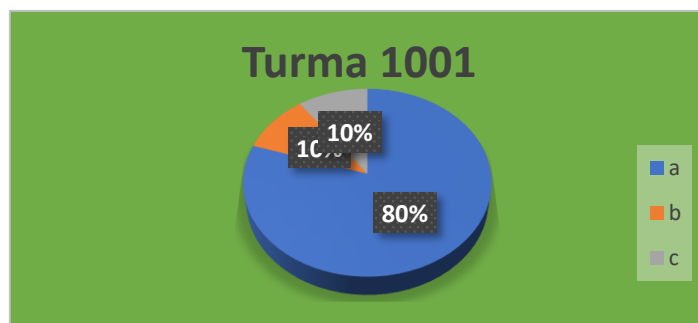
**Gráfico 5.5** Resultado da análise da turma CEPAMTF-1001. a) cor azul refere-se à maior massa; b) cor laranja refere-se à menor massa; c) cor cinza refere-se ao mesmo tempo.



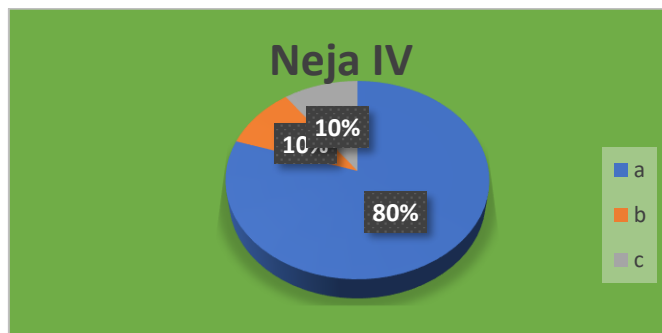
**Gráfico 5.6** Resultado da análise da turma CEPJTL-Neja IV. a) cor azul refere-se à maior massa; b) cor laranja refere-se à menor massa; c) cor cinza refere-se ao mesmo tempo.

#### - Análise da questão 2b

Nesta questão pergunta-se: qual das bolinhas de mesmo volume e massas diferentes deve percorrer em menos tempo a parábola quando é largada da mesma altura. O gráfico 5.7 apresenta os resultados para turma CEPAMTF-1001 e o gráfico 5.8 para CEJTL-Neja IV



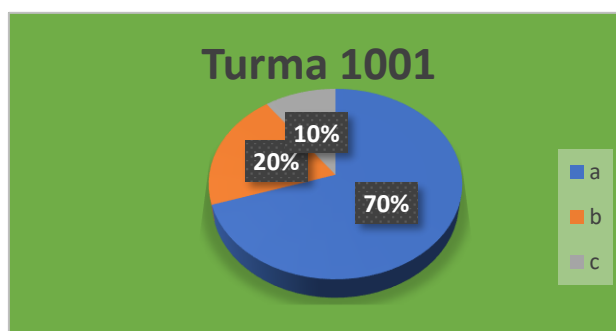
**Gráfico 5.7** Resultado da análise da turma CEPAMTF-1001. a) cor azul refere-se à maior massa; b) cor laranja refere-se à menor massa; c) cor cinza refere-se ao mesmo tempo.



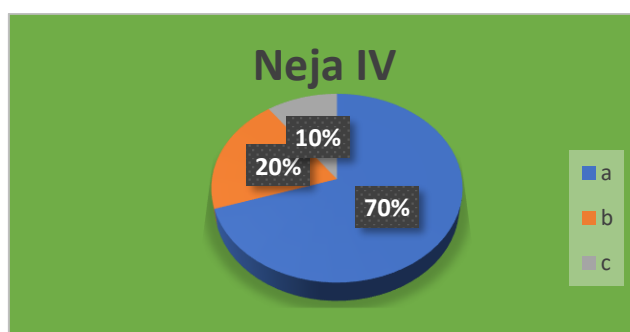
**Gráfico 5.8** Resultado da análise da turma CEPJTL-Neja IV. a) cor azul refere-se à maior massa; b) cor laranja refere-se à menor massa; c) cor cinza refere-se ao mesmo tempo.

### - Análise da questão 2c

Nesta questão pergunta-se: qual das bolinhas de mesmo volume e massas diferentes deve percorrer em menos tempo a reta quando é largada da mesma altura? O gráfico 5.9 apresenta os resultados para turma CEPAMTF-1001 e o gráfico 5.10 para CEJTL-Neja IV.



**Gráfico 5.9.** Resultado da análise da turma CEPAMTF-1001. a) cor azul refere-se à maior massa; b) cor laranja refere-se à menor massa; c) cor cinza refere-se ao mesmo tempo

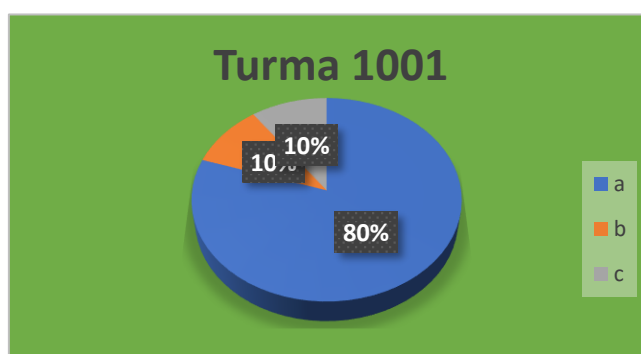


**Gráfico 5.10.** Resultado da análise da turma CEJTL-Neja IV. a) cor azul refere-se à maior massa; b) cor laranja refere-se à menor; c) cor cinza refere-se ao mesmo tempo.

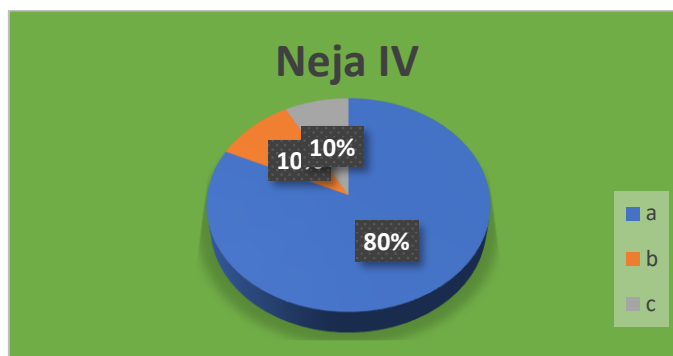
Analisando os resultados das situações apresentadas, pode-se constatar que a maioria dos alunos respondeu a de maior massa, pois admitem a ideia de que um corpo pesado cai mais rápido que um corpo leve.

### - Análise da questão 03

Nesta questão pergunta-se: em qual das trajetórias (cicloide, parábola ou reta inclinada) a bolinha deve apresentar maior velocidade média quando percorre toda distância? O gráfico 5.11 apresenta os resultados para turma CEPAMTF-1001 e o gráfico 5.12 para CEJTL-Neja IV.



**Gráfico 5.11.** Resultado da análise da turma CEPAMTF-1001. a) cor azul refere-se à reta; b) cor laranja refere-se à parábola; c) cor cinza refere-se à cicloide



**Gráfico 5.12.** Resultado da análise da turma CEJTL-Neja IV. a) cor azul refere-se à reta; b) cor laranja refere-se à parábola; c) cor cinza refere-se à cicloide

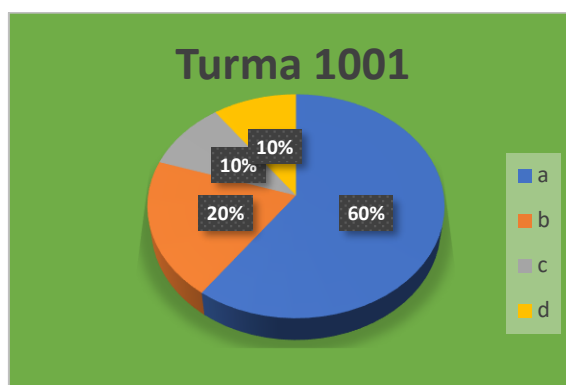
Pelos resultados apresentados nos gráficos acima, 80% dos alunos das turmas do CEPAMTF-1001 e CEJTL-Neja IV responderam reta, 10% dos alunos responderam parábola e 10% dos alunos responderam cicloide.

Analisando esses resultados, a maioria dos alunos respondeu que a bolinha teria maior velocidade média na reta por achar que sua queda é mais rápida.

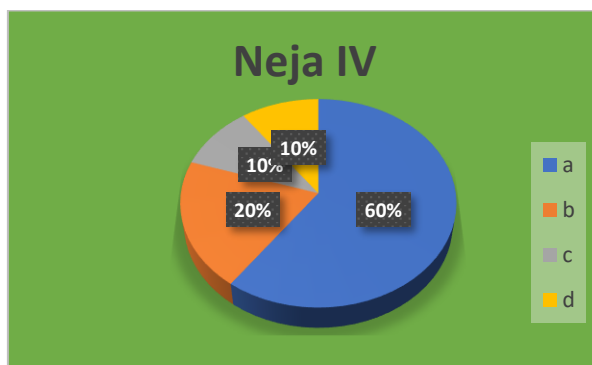
### 5.1.3- Atividade 3: Análise dos resultados do Questionário3 (Apêndice B)

#### - Análise da questão 01

Nesta questão pergunta-se: em qual das trajetórias (cicloide, parábola ou reta inclinada) a bolinha apresenta maior energia cinética de translação<sup>2</sup> no final do percurso? O gráfico 5.13 mostra os resultados para turma CEPAMTF-1001 e o gráfico 5.14 para CEJTL-Neja IV.



**Gráfico 5.13** Resultado da análise da turma CEPAMTF-1001. a) cor azul refere-se à reta; b) cor laranja refere-se à cicloide; c) cor cinza refere-se à parábola; d) cor amarela mesma energia cinética de translação.



**Gráfico 5.14.** Resultado da análise da turma CEJTL-Neja IV. a) cor azul refere-se à reta; b) cor laranja refere-se à cicloide; c) cor cinza refere-se à parábola; d) cor amarela mesma energia de translação.

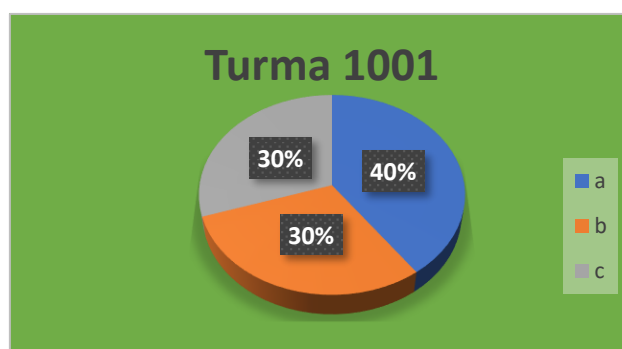
---

<sup>2</sup> Foi considerado apenas a energia cinética de translação, pois os alunos do 1 ano do ensino médio não possuem noções de rolamento.

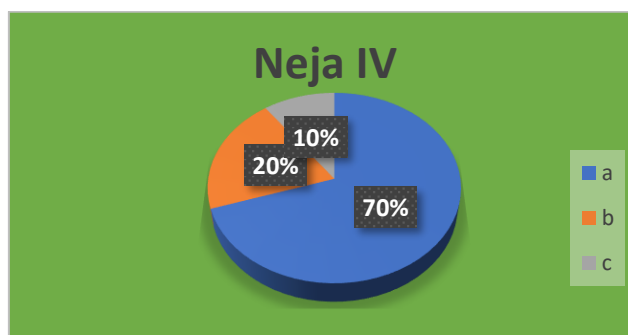
Pelos resultados apresentados nos gráficos acima, os alunos de ambas as turmas responderam: 20% a cicloide; 10% a parábola; 60% reta, e 10% disseram que a energia cinética de translação é a mesma. Portanto, a maioria dos alunos respondeu que a bolinha ganharia mais energia cinética de translação na reta, uma vez que a velocidade de descida é maior, segundo suas justificativas nas respostas.

#### - Análise da questão 2a

Nesta questão, pergunta-se: qual das bolinhas de mesmo volume e massas diferentes, ao percorrer a cicloide, deve adquirir maior energia cinética de translação ao final do percurso? O gráfico 5.15 apresenta os resultados para turma CEPAMTF-1001 e o gráfico 5.16 para CEJTL-Neja IV.



**Gráfico 5.15.** Resultado da análise da turma CEPAMTF-1001. a) cor azul refere-se à maior massa; b) cor laranja refere-se à menor massa; c) cor cinza representa a mesma energia cinética de translação



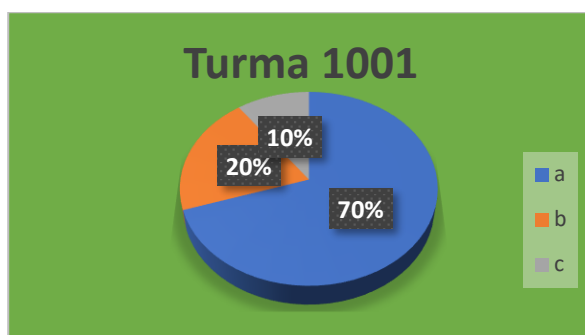
**Gráfico 5.16.** Resultado da análise da turma CEJTL-Neja IV. a) cor azul refere-se à maior massa; b) cor laranja refere-se à menor massa; c) cor cinza representa a mesma energia cinética de translação

Pelos resultados apresentados nos gráficos acima, 40% dos alunos da turma 1001 e 70% dos alunos da turma Neja IV responderam a de maior massa; 30% dos alunos da

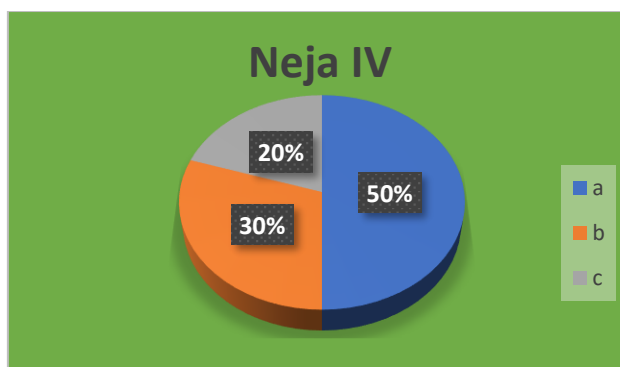
turma 1001 e 20% dos alunos da turma Neja IV responderam a de menor massa; 30% dos alunos da turma 1001 e 10% responderam que a energia cinética de translação é a mesma.

#### - Análise da questão 2b

Nesta questão pergunta-se: para duas bolinhas de mesmo volume e massas diferentes, largadas da mesma altura, na parábola, qual delas deve apresentar maior energia cinética de translação no final do percurso? O gráfico 5.17 apresenta os resultados para turma CEPAMTF-1001 e o gráfico 5.18 para CEJTL-Neja IV.



**Gráfico 5.17.** Resultado da análise da turma CEPAMTF-1001. a) cor azul refere-se à maior massa; b) cor laranja refere-se à menor massa; c) cor cinza representa a mesma energia cinética de translação.



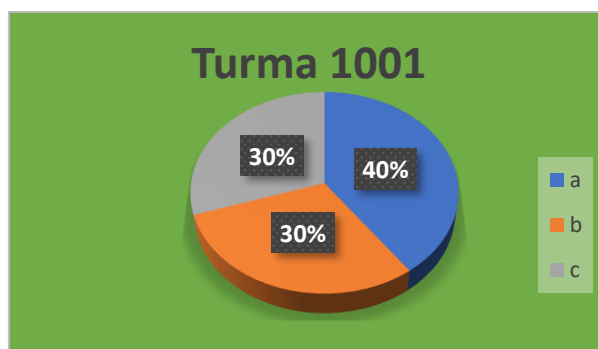
**Gráfico 5.18.** Resultado da análise da turma CEJTL-Neja IV. a) cor azul refere-se à maior massa; b) cor laranja refere-se à menor massa; c) cor cinza representa a mesma energia cinética de translação.

Pelos resultados apresentados nos gráficos acima, 70% dos alunos da turma 1001 e 50% dos alunos da turma Neja IV responderam a de maior massa; 20% dos alunos da turma 1001 e 30% dos alunos da turma Neja IV responderam a de menor massa; 10% dos alunos da turma 1001 e 20% dos alunos da turma Neja IV responderam que a energia cinética de translação é a mesma.

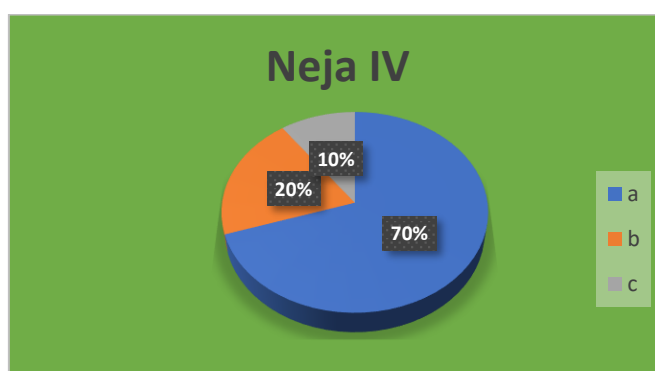


### - Análise da questão 2c

Nesta questão pergunta-se: para duas bolinhas de mesmo volume e massas diferentes, largada da mesma altura, na reta, qual delas deve apresentar maior energia cinética de translação no final do percurso? O gráfico 5.19 apresenta os resultados para turma CEPAMTF-1001 e o gráfico 5.20 para CEJTL-Neja IV.



**Gráfico 5.19.** Resultado da análise da turma CEPAMTF-1001. a) cor azul refere-se à maior massa; b) cor laranja refere-se à menor massa; c) cor cinza apresenta a mesma energia cinética de translação.



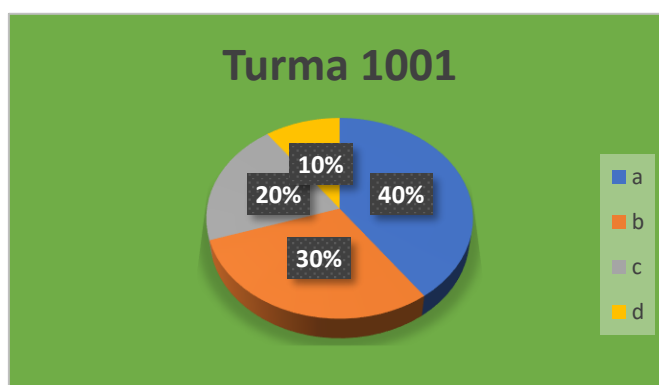
**Gráfico 5.20.** Resultado da análise da turma CEJTL-Neja IV. a) cor azul refere-se à maior massa; b) cor laranja refere-se à menor massa; c) cor cinza apresenta a mesma energia cinética de translação.

Pelos resultados apresentados nos gráficos acima, 40% dos alunos da turma 1001 e 70% dos alunos da turma Neja IV responderam a de maior massa; 30% dos alunos da turma 1001 e 20% dos alunos da turma Neja IV responderam a de menor massa; 30% dos alunos da turma 1001 e 10% responderam que a energia cinética de translação é a mesma.

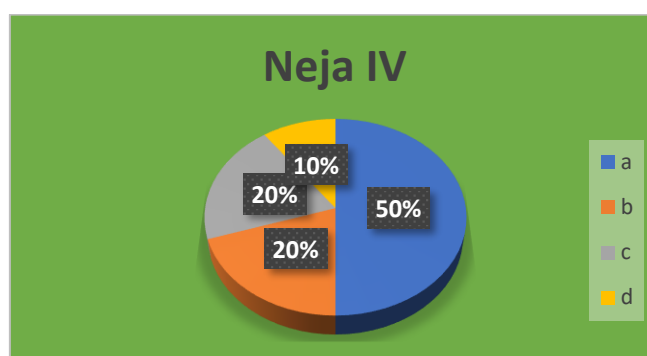
Fazendo a análise dos resultados acima, a maioria dos alunos optou pela de maior massa nas três pistas. Portanto, segundo suas concepções espontâneas o que resulta na maior energia cinética de translação é o valor da massa que o corpo em movimento tem.

### - Análise da questão 03

Nesta questão pergunta-se: para a mesma *bolinha* largada da mesma altura, em qual trajetória (reta, cicloide ou parábola) deve apresentar maior energia potencial? O gráfico 5.21 apresenta os resultados para turma CEPAMTF-1001 e o gráfico 5.22 para CEJTL-Neja IV



**Gráfico 5.21.** Resultado da análise da turma CEPAMTF-1001. a) cor azul refere-se à mesma energia potencial; b) cor laranja refere-se à cicloide; c) cor cinza refere-se à parábola; d) cor amarela à reta

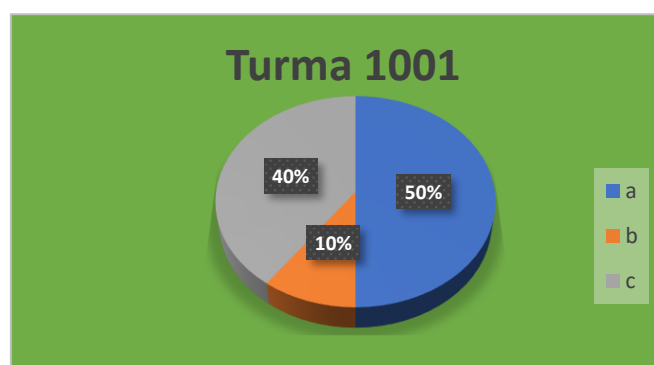


**Gráfico 5.22.** Resultado da análise da turma CEJTL-Neja IV. a) cor azul refere-se à mesma energia potencial; b) cor laranja refere-se à cicloide; c) cor cinza refere-se à parábola; d) cor amarela à reta

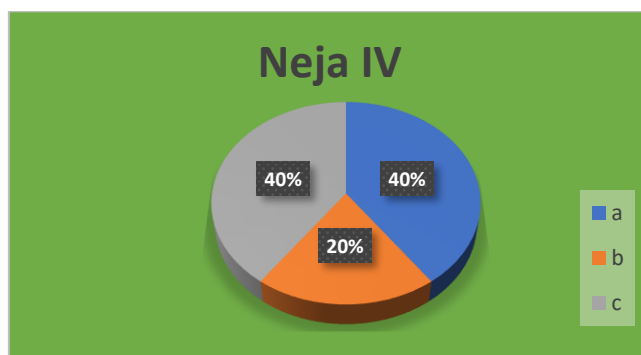
Pelos resultados apresentados nos gráficos acima, 30% dos alunos da turma 1001 do CEPAMTF e 20% dos alunos da turma Neja IV do CEJTL responderam cicloide; 20% dos alunos da turma 1001 do CEPAMTF e 20% dos alunos da turma Neja IV do CEJTL responderam parábola, 10% dos alunos da turma 1001 do CEPAMTF e 10% dos alunos da turma Neja IV do CEJTL responderam reta; 40% dos alunos da turma 1001 do CEPAMTF e 50% dos alunos da turma Neja IV do CEJTL responderam que a energia potencial é a mesma.

#### - Análise da questão 4a

Nesta questão, com objetivo de investigar se o conceito de energia potencial atrelado a forma do percurso dependeria da massa do objeto que percorre a trajetória, pergunta-se: para duas bolinhas de mesmo volume e massas diferentes, largada da mesma altura, na **cicloide**, qual delas deve apresentar maior energia potencial? O gráfico 5.23 apresenta os resultados para turma CEPAMTF-1001 e o gráfico 5.24 para CEJTL-Neja IV.



**Gráfico 5.23.** Resultado da análise da turma CEPAMTF-1001. a) cor azul refere-se à maior massa; b) cor laranja refere-se à menor massa; c) cor cinza apresenta a mesma energia potencial.

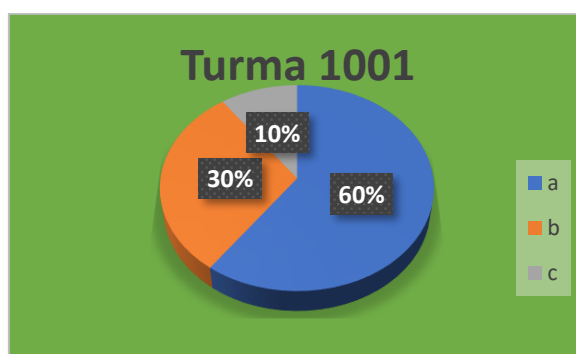


**Gráfico 5.24.** Resultado da análise da turma CEJTL-Neja IV. a) cor azul refere-se à maior massa; b) cor laranja refere-se à menor massa; c) cor cinza apresenta mesma energia potencial.

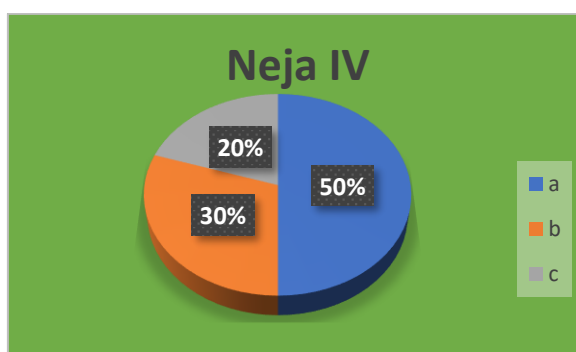
Pelos resultados apresentados nos gráficos acima, 50% dos alunos da turma 1001 do CEPAMTF e 40% dos alunos da turma Neja IV do CEJTL responderam a de maior massa; 10% dos alunos da turma 1001 do CEPAMTF e 20% dos alunos da turma Neja IV do CEJTL responderam a de menor massa e 40% dos alunos das turmas 1001 do CEPAMTF e Neja IV do CEJTL responderam que a energia potencial é a mesma.

### - Análise da questão 4b

Nesta questão pergunta-se: para duas bolinhas de mesmo volume e massas diferentes, largadas da mesma altura, na **parábola**, qual delas deve apresentar maior energia potencial? O gráfico 5.25 apresenta os resultados para turma CEPAMTF-1001 e o gráfico 5.26 para CEJTL-Neja IV.



**Gráfico 5.25.** Resultado da análise da turma CEPAMTF-1001. a) cor azul refere-se à maior massa; b) cor laranja refere-se à menor massa; c) cor cinza apresenta a mesma energia potencial.

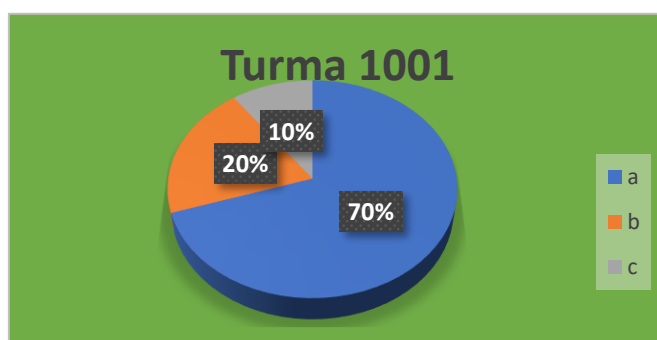


**Gráfico 5.26.** Resultado da análise da turma CEJTL-Neja IV. a) cor azul refere-se à maior massa; b) cor laranja refere-se à menor massa; c) cor cinza apresenta a mesma energia potencial.

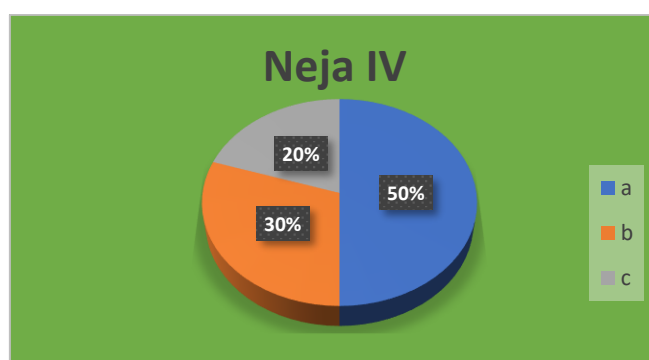
Pelos resultados apresentados nos gráficos acima, 60% dos alunos da turma 1001 do CEPAMTF e 50% dos alunos da turma Neja IV do CEJTL responderam a de maior massa; 30% dos alunos da turma 1001 do CEPAMTF e 30% dos alunos da turma Neja IV do CEJTL responderam a de menor massa; 10% dos alunos da turma 1001 do CEPAMTF e 20% da turma Neja IV do CEJTL responderam que a energia potencial é a mesma.

#### - Análise da questão 4b

Nesta questão pergunta-se: para duas bolinhas de mesmo volume e massas diferentes, largadas da mesma altura, na reta, qual delas deve apresentar maior energia potencial? O gráfico 5.27 apresenta os resultados para turma CEPAMTF-1001 e o gráfico 5.28 para CEJTL-Neja IV



**Gráfico 5.27.** Resultado da análise da turma CEPAMTF-1001. a) cor azul refere-se à maior massa; b) cor laranja refere-se à menor massa; c) cor cinza apresenta a mesma energia potencial.



**Gráfico 5.28.** Resultado da análise da turma CEJTL-Neja IV. a) cor azul refere-se à maior massa; b) cor laranja refere-se à menor massa; c) cor verde apresenta a mesma energia potencial.

Pelos resultados apresentados nos gráficos acima, 70% dos alunos da turma 1001 do CEPAMTF e 50% dos alunos da turma Neja IV do CEJTL responderam a de maior massa; 20% dos alunos das turmas 1001 do CEPAMTF e 30% dos alunos da turma Neja IV do CEJTL responderam a de menor massa; 10% dos alunos da turma 1001 do CEPAMTF e 20% dos alunos da turma Neja IV do CEJTL responderam que a energia potencial é a mesma.

Devido a divergências nas respostas dos estudantes nos seis gráficos acima, boa parte deles entendem que a energia potencial depende tanto da massa do elemento quanto da forma da trajetória.

## 5.2- Atividade 4: Aplicação e Resultado do Experimento.



A atividade proposta nesta etapa foi a aplicação e feitura propriamente dita do experimento para que os alunos pudessem confrontar suas respostas espontâneas com as análises de dados experimentais.


A figura abaixo apresenta a interface do aplicativo para celular *Lexis Audio Editor* (detalhes em Apêndice C). Este aplicativo tem o recurso de medir o tempo por meio de ruído sonoro e a opção para uso desta ferramenta foi devido ao fato de os tempos de percurso das bolinhas nas trajetórias das maquetes serem muito pequenos e, portanto, insuficiente para serem coletados, com precisão, por cronômetros tradicionais uma vez que o tempo de reação humano é da ordem do tempo de descida das mesmas.





**Figura 5.2:** Interface do aplicativo Lexis Audio Editor

Para gerar o som necessário nos instantes inicial e final do movimento da bolinha e medir o intervalo de tempo entre eles, utilizam-se os seguintes procedimentos:

- Elevar suavemente a bolinha até topo da trajetória que se quer medir o tempo de descida e apoiá-la sobre a trajetória;
- Abrir o aplicativo *Lexis Audio Editor*, no celular, que tem o seguinte ícone: ;
- Posicionar o celular ao lado da maquete;
- Começar a gravar usando o aplicativo *Lexis Audio Editor* apertando o botão gravar ;
- Soltar a bolinha, que deve ficar um pouquinho acima do ponto inicial da pista, para produzir um som para gerar o ruído inicial que será captado pelo aplicativo;

- Apertar o botão parar  quando a bolinha se chocar com o anteparo no final da rampa. Um novo ruído será captado pelo aplicativo. Não precisa se preocupar com o instante exato, porque o visor do aplicativo que irá apresentar através do gráfico este instante.

- Apertar o botão  para que a imagem do ruído sonoro, produzido pela descida da bolinha, apareça na tela do aplicativo (nesse momento irão aparecer as duas linhas verticais verdes de maior amplitude correspondentes aos ruídos sonoros inicial e final), veja (Fig. 5.2).

- Apertar o botão play  para a linha vertical vermelha do aplicativo varrer toda a imagem produzida e serem ouvidos os sons inicial e final do deslocamento da bolinha;

- Posicionar a linha vertical branca ou a vermelha, que representam o cronômetro do aplicativo, sobre as duas maiores linhas verticais (onde os ruídos sonoros inicial e final captados são produzidos), que indicará os instantes de tempo inicial e final do movimento da bolinha.

Podemos, assim, calcular o intervalo de tempo entre os acontecimentos que emitem sons, mesmo que estes ocorram muito próximos uns dos outros.

Na nossa dinâmica, em sala de aula, os alunos foram divididos em grupos de três ou quatro elementos onde cada grupo participou na realização do experimento. Cada grupo usou o celular do professor para medir o tempo de descida das bolinhas e o mesmo (o professor) foi responsável por dar instruções de como determinar o tempo utilizando o aplicativo *Lexis Audio Editor*. Cada grupo realizou a coleta de dados com o auxílio do professor.

Logo a seguir, com os dados de tempo coletados, cada aluno determinou a velocidade média das bolinhas em cada trajetória e, por fim, a energia potencial. Para o cálculo da altura da maquete e comprimento de cada trajetória foi usado uma fita métrica (**Apêndice C**). Por fim, os alunos confrontaram as respostas dos questionários prévios com os resultados experimentais.

O professor, durante todo o processo, teve a função de organizar e auxiliar os grupos na determinação dos tempos de descida das bolinhas. Com isso pode ver de perto os alunos trabalhando e identificando quais realmente estavam envolvidos com a atividade. Assim, o professor pode avaliar as competências e habilidades de cada integrante do grupo como responsabilidade, comprometimento, criatividade e aplicação

na execução das tarefas. Abaixo, as (fig. 5.3 e 5.4) mostram alunos do CEPAMTF-1001 e CEJTL- Neja IV envolvidos no experimento.



**Figura 5.3.** Colégio Estadual Antônio Maria Teixeira Filho



**Figura 5.4.** Colégio Estadual Jornalista Tim Lopes

Seguem, nas tabelas abaixo, os resultados das medidas de tempos de descida, velocidades médias e energias potenciais das bolinhas realizadas nas turmas CEAMTF-1001 e CEJTL-Neja IV. A bola 1 tem massa 5,2g e a bola 2 tem massa 6,4g, medidas pelo professor na presença dos alunos com uma balança digital (**Apêndice C**) e volumes, aproximadamente,  $0,19\text{cm}^3$  (**Apêndice C**). Para medir a altura da maquete, os comprimentos das tábuas de madeira e de cada uma das trajetórias utilizamos uma fita métrica (**Apêndice C**).



Foram feitas três medidas de tempo para cada bolinha em cada trajetória apresentada ( $t_1$ ,  $t_2$  e  $t_3$ ), para que os erros aleatórios fossem reduzidos, e calculada uma média entre os três valores encontrados  $\langle t \rangle$ .

A incerteza foi determinada a partir da régua de tempo do aplicativo *Lexis Audio Editor* (metade da menor divisão)

CURVA	$t_1(s)$	$t_2(s)$	$t_3(s)$	$\langle t \rangle (s)$
Cicloide	0,60	0,50	0,51	0,54
Parábola	0,61	0,50	0,55	0,55
Reta	0,61	0,53	0,53	0,56

**Tabela 5.1.** Dados de tempo obtidos pela turma CEAMTF-1001 usando bola 1 (mais leve)

CURVA	$t_1(s)$	$t_2(s)$	$t_3(s)$	$\langle t \rangle (s)$
Cicloide	0,60	0,50	0,50	0,53
Parábola	0,60	0,51	0,53	0,54
Reta	0,60	0,54	0,54	0,55

**Tabela 5.2.** Dados de tempo obtidos pela turma CEAMTF-1001 usando bola 2 (mais pesada)

CURVA	$t = \langle t \rangle \pm \langle \Delta t \rangle$	$t = \langle t \rangle \pm \langle \Delta t \rangle$
	Bola 1	Bola 2
Cicloide	$0,54 \pm 0,05$	$0,53 \pm 0,05$
Parábola	$0,55 \pm 0,05$	$0,54 \pm 0,05$
Reta	$0,56 \pm 0,05$	$0,55 \pm 0,05$

**Tabela 5.3.** Tempos de queda das bolas 1 e 2 obtido pela turma CEPAMTF-1001

CURVA	$t_1(s)$	$t_2(s)$	$t_3(s)$	$\langle t \rangle (s)$
Cicloide	0,60	0,51	0,50	0,54
Parábola	0,50	0,61	0,55	0,55
Reta	0,53	0,53	0,61	0,56

**Tabela 5.4.** Dados de tempo obtidos pela turma CEJTL-Neja IV usando bola 1 (mais leve)

CURVA	$t_1(s)$	$t_2(s)$	$t_3(s)$	$\langle t \rangle (s)$
Cicloide	0,60	0,50	0,50	0,53
Parábola	0,53	0,60	0,51	0,54
Reta	0,61	0,53	0,53	0,55

**Tabela 5.5.** dados de tempo obtidos pela turma CEJTL-Neja IV usando bola 2 (mais pesada)

CURVA	$t = \langle t \rangle \pm \langle \Delta t \rangle$ Bola 1	$t = \langle t \rangle \pm \langle \Delta t \rangle$ Bola 2
Cicloide	$0,54 \pm 0,05$	$0,53 \pm 0,05$
Parábola	$0,55 \pm 0,05$	$0,54 \pm 0,05$
Reta	$0,56 \pm 0,05$	$0,55 \pm 0,05$

**Tabela 5.6.** Tempos de queda das bolas 1 e 2 obtido pela turma CEJTL-Neja IV

Com base nos valores registrados nas tabelas, e sendo ( $d$ ) o comprimento de cada curva, calculam-se as velocidades médias ( $\bar{v}$ ) e as energias potenciais das bolinhas ( $E_p$ ) em cada trajetória apresentada nas tabelas acima os dois colégios: CEPAMTF- 1001 e CEJTL-Neja IV.

CURVA	$\langle t \rangle$ (s)	$d$ (m)	$\bar{v}$ (m/s)	$E_p$ ( $10^{-3}$ J)
Cicloide	0,54	1,23	2,28	30,57
Parábola	0,55	1,21	2,20	30,57
Reta	0,56	1,17	2,09	30,57

**Tabela 5.7.** Cálculo das velocidades médias e energias potenciais das três trajetórias da bola 1 (mais leve) obtido pela turma CEPAMTF-1001. A altura de soltura da bolinha foi 0,6m.

CURVA	$\langle t \rangle$ (s)	$d$ (m)	$\bar{v}$ (m/s)	$E_p$ ( $10^{-3}$ J)
Cicloide	0,53	1,23	2,32	37,63
Parábola	0,54	1,21	2,24	37,63
Reta	0,55	1,17	2,12	37,63

**Tabela 5.8.** Cálculo das velocidades médias e das energias potenciais das três trajetórias da bola 2 (mais pesada) obtido pela turma CEPAMTF-1001. A altura de soltura da bolinha foi 0,6m.

CURVA	$\langle t \rangle$ (s)	$d$ (m)	$\bar{v}$ (m/s)	$E_p$ ( $10^{-3}$ J)
Cicloide	0,54	1,23	2,28	30,57
Parábola	0,55	1,21	2,20	30,57
Reta	0,56	1,17	2,09	30,57

**Tabela 5.9.** Cálculo das velocidades médias e das energias potenciais das três trajetórias da bola 1 (mais leve) obtido pela turma CEJTL-Neja IV. A altura de soltura da bolinha foi de 0,6m.

CURVA	$\langle t \rangle$ (s)	$d$ (m)	$\bar{v}$ (m/s)	$E_p$ ( $10^{-3}$ J)
Cicloide	0,53	1,23	2,32	37,63
Parábola	0,54	1,21	2,24	37,63
Reta	0,55	1,17	2,12	37,63

**Tabela 5.10.** Cálculo das velocidades médias e energias potenciais das três trajetórias da bola 2 (mais pesada) obtido pela turma CEJTL-Neja IV. A altura de soltura da bolinha foi de 0,6m.

Durante a comparação das respostas dos questionários feitos pelos alunos e os resultados obtidos na atividade prática, vários fatores influenciaram de forma indireta na realização do experimento como, por exemplo, o atrito da bola com a pista, a resistência do ar e a precisão do instrumento de medida.

Entretanto, o foco do trabalho é confrontar a teoria com a prática de forma a discutir os pontos positivos e negativos do método buscando melhorar e adequar à realidade.

Os tempos de descida das bolinhas em cada uma das trajetórias ficaram muito próximos chegando à conclusão de que, desprezando-se a resistência do ar e o atrito entre a bolinha e o trilho, os tempos de descida das duas bolinhas, para cada uma das trajetórias, seriam iguais, isto é, não dependem das massas.

O tempo de descida das bolinhas na cicloide foi menor que nas outras curvas contrariando as concepções espontâneas dos alunos onde à menor distância corresponde o menor tempo.

A velocidade média das bolinhas foi maior na cicloide, pois a bola percorreu uma distância maior em menor tempo, contrariando também as concepções espontâneas dos alunos que optaram pela reta.

Na situação real apresentada, não foi possível determinar quantitativamente a energia cinética de cada bolinha no ponto mais baixo das trajetórias, visto que o tempo de descida foi muito rápido impossibilitando calcular a velocidade instantânea no final de cada trajetória com o auxílio do aplicativo utilizado. No entanto, tudo isso foi discutido em sala de aula e, mesmo não sendo possível chegar a uma conclusão a respeito do valor da energia cinética utilizando o experimento, a questão foi debatida qualitativamente chegando à conclusão que na reta a bola vai possuir maior energia cinética, no ponto mais baixo, que nas outras curvas tendo em vista que, sendo a curva de menor

comprimento, haverá menos perda de energia durante o deslocamento devido as forças dissipativas acarretando a não conservação da energia mecânica e, se eliminássemos essas forças de resistência, a energia cinética seria a mesma para cada bolinha em cada uma das trajetórias e a energia mecânica seria conservada.

O desempenho dos alunos atingiu o esperado para atividade. É importante ressaltar a dedicação e o comprometimento dos grupos em todas as etapas da atividade, desde as aulas expositivas até a conclusão das aulas práticas. Esses fatores tornaram a atividade mais fácil de ser aplicada pelo professor atingindo o potencial esperado para o material, tendo como destaque a resposta dos alunos que realizaram as atividades propostas de forma adequada.

## **CAPÍTULO 6**

### **Considerações Finais**

A Aprendizagem Significativa de Ausubel faz com que o professor possa trabalhar com as diferentes formas de conhecimento prévio dos seus alunos. Na relação entre aula teórica e a experimental, novos conceitos vão se incorporando na estrutura cognitiva dos alunos [Ausubel 1980]. Este trabalho permite aos alunos utilizar seus conhecimentos prévios para absorver novas ideias e tornar o aprendizado mais próximo da sua realidade.

Através da aplicação e da análise das atividades práticas, aplicadas em sala de aula, pode-se observar um melhor desempenho dos alunos do ensino médio dentro desta proposta de trabalho. A ideia para aplicação do material teve base nas dificuldades encontradas pelo aluno do ensino médio em compreender alguns conceitos e grandezas físicas. A partir desse ponto, foi desenvolvido um produto com algumas características que se adaptam às condições que a escola pública proporciona ao professor e ao aluno. e que possa ser aplicado tendo em vista a realidade das escolas.

O material foi aplicado, avaliado e analisado dentro de duas escolas do ensino médio pertencentes à Secretaria Estadual de Educação SEEDUC-RJ. O objetivo da aplicação foi criar meios para que o aluno pudesse compreender, através de experimentos, alguns conceitos físicos da cinemática e dinâmica e desenvolver a habilidade de medir grandezas físicas, no caso particular, tempo e espaço. Ao final chegamos a um material preparado para essa realidade, sem perder a qualidade do conteúdo. O aprendizado também teve um resultado positivo ao longo das atividades aplicadas, e os alunos foram avaliados em duas competências: a experimental e a teórica.

Trabalhando em grupos os alunos interagiram entre si e, orientados pelo professor, conseguiram coletar dados e realizar os cálculos. Para chegar aos resultados esperados foram necessários, pelo menos, dois tempos de aula para obter com exatidão e eficácia a eficiência do método aplicado.

Pelos resultados das tarefas, podemos afirmar que os alunos aprenderam significativamente os conteúdos abordados, ficando evidente a necessidade de utilização, pelo professor, de atividades experimentais. Além do mais, essa metodologia fez com que os alunos ficassem cada vez mais motivados, pois se sentem inseridos no processo de ensino aprendizagem.

Finalmente, precisamos destacar o fato de este ter sido um pequeno estudo envolvendo atividades experimentais podendo ser, contudo, desenvolvido e expandido em futuras pesquisas.

Mesmo assim, alcançamos resultados bastante satisfatórios em termos de ocorrência de aprendizagem significativa, e os objetivos propostos inicialmente foram atingidos, o que nos faz crer no grande potencial da experimentação. Os resultados das avaliações mostraram um grande avanço quanto ao aprendizado dos alunos. O produto dessa dissertação (**Apêndice C**) preparado para as atividades, pode ser facilmente confeccionado por outros professores da rede ensino.

# Apêndice A

## Conceitos Básicos

### A.1) Unidades de massa

“O padrão de massa no Sistema Internacional de Unidades (SI) é um cilindro de platina irídio (fig.A.1) mantido no Bureau Internacional de Pesos e Medidas, nas proximidades de Paris, ao qual foi atribuída, por acordo Internacional, a massa de 1Kg” (Halliday 2012).



**Figura A.1.** O quilograma-padrão. Fonte: Halliday (2008, p.7).

Algumas unidades do sistema métrico decimal de massa são: quilograma (kg), hectograma (hg), decagrama (dag), grama (g), decigrama (dg), centigrama (cg), miligrama (mg).

Como o sistema padrão de medida de massa é decimal, as transformações entre os múltiplos e submúltiplos são feitas multiplicando-se ou dividindo-se por 10.

Para transformar as unidades de massa, podemos utilizar a tabela abaixo:

Kg	hg	dag	g	dg	cg	mg
0,001	0,01	0,1	1	10	100	1000

**Tabela A.1** Transformação de Unidades Fonte: Elaborada pelo autor.



## A.2) Unidades de Tempo

Define-se segundo como “a duração de 9.192.631.770 períodos da radiação correspondente à transição entre os dois níveis hiperfinos do estado fundamental do átomo de césio-133” [Halliday 2008].

No Sistema Internacional de Pesos e Medidas (SI) o segundo é a unidade de medida de tempo e dela advêm algumas outras como, por exemplo: minuto, hora, dia etc. Para converter essas unidades derivadas do segundo utilizamos a seguinte equivalência:

- minuto (min) = 1 min = 60 s
- hora (h) = 1 h = 60 min = 3 600 s
- dia = 1 dia = 24 h = 1440 min = 86 400 s

Em algumas situações específicas do cotidiano, o segundo é uma unidade de tempo muito grande. É comum em alguns esportes trabalharmos com décimos, centésimos e até mesmo milésimos de segundo. Para convertermos um segundo para décimo, centésimo ou milésimo de segundos, dividimos o valor por 10, 100 ou 1000 respectivamente. Um décimo de segundo pode ser expresso por 0,1s; um centésimo de segundo por 0,01s, e um milésimo de segundo por 0,001s.

## A.3) Leis de Newton

### A.3.1) 1ª Lei de Newton

“Todo corpo persiste em seu estado de repouso, ou de movimento retilíneo uniforme, a menos que seja compelido a modificar esse estado pela ação de forças impressas sobre ele” [Nussenzveig, 2013].

Se várias forças atuam sobre o corpo, o movimento sofrerá alterações somente se a força resultante (soma vetorial das forças que atuam no corpo) for diferente de zero. Como a força é uma grandeza vetorial, a direção e o sentido em que são aplicadas produzem efeitos diferentes sobre o corpo. A unidade de força no Sistema Internacional (SI) é o Newton (N).

### A.3.2) 2ª Lei de Newton

A segunda lei de Newton nos fornece a relação entre a aceleração, a força resultante e a inércia do corpo. “A força resultante que age sobre um corpo é igual ao produto da massa do corpo pela aceleração” [Halliday, 2008], isto é:

$$\sum \vec{F} = m\vec{a} \quad (66)$$

A formulação original de Newton para a segunda lei está relacionada com o que ele chamou de “quantidade de movimento”, também conhecido como momento linear ( $\vec{p} = m\vec{v}$ , onde  $\vec{v}$  é a velocidade da massa  $m$ ). Logo, podemos escrever:

$$\sum \vec{F} = \frac{d\vec{p}}{dt} \quad (67)$$

É a forma diferencial da segunda lei de Newton, ou seja, a força resultante é igual a taxa de variação temporal do momento linear.

### A.3.3) 3ª Lei de Newton

“A toda força de ação corresponde uma força de reação, de modo que essas forças têm sempre mesma intensidade, mesma direção e sentidos opostos, estando aplicadas em corpos diferentes” [Doca 2016].

É importante destacar que as forças de ação e reação  $\vec{F}_{LT} = -\vec{F}_{TL}$ , por serem aplicadas em corpos diferentes, nunca se anulam. (fig.A.2)



**Figura A.2.** Par de forças ação e reação Fonte: Halliday (2012, p.103).

## A.4) Força Peso

“O Peso de um corpo é a força de atração gravitacional exercida sobre ele” (Doca, 2016).

$$\vec{P} = m\vec{g} \quad (68)$$

É importante destacar que a aceleração produzida pelo peso é a aceleração da gravidade  $\vec{g}$  que constitui o vetor característico da interação de campo gravitacional entre a terra e o corpo. (fig.A.3)

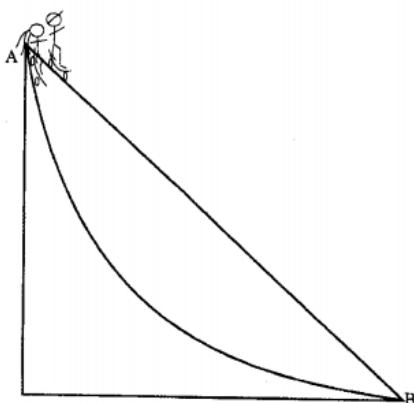


**Figura A.3** Força peso. Fonte: Ramalho (1993, p.205).

## Apêndice B

### Questionário 1

1) No desenho abaixo, dois skatistas descem por curvas radicais: um desce por um plano inclinado e outro por uma curva. Supondo que os dois skatistas partem simultaneamente do ponto superior A, qual deles atingirá o ponto B primeiro? Isto é, qual deles é o mais rápido? Justifique sua resposta.



---

---

---

---

---

---

---

---

---

---

---

---

---

---

---

---

## Questionário 2

**Questão 1:** Considere as três pistas – cicloide, parábola e reta – nas quais uma bolinha será largada da mesma altura nas três pistas. Em qual das pistas a bolinha percorrerá o caminho em **menor tempo**? Justifique sua resposta.

- A que percorre a cicloide,
- A que percorre a parábola,
- A que percorre a reta

---

---

---

**Questão 2:** Para duas bolinhas com **mesmo volume em massas diferentes**, se largadas da mesma altura numa certa pista (em momentos distintos), qual delas apresentará o **menor tempo** de descida? Justifique sua resposta

a) Quando percorre a cicloide:

- a de menor massa;
- a de maior massa;
- descem ao mesmo tempo.

---

---

---

b) Quando percorre a parábola:

- a de menor massa;
- a de maior massa;
- descem ao mesmo tempo

---

---

---

c) Quando percorre a reta:

a de menor massa;

a de maior massa;

descem ao mesmo tempo.

---

---

---

**Questão 3:** Em qual das pistas a bolinha tem a maior velocidade média quando percorre toda distância? Justifique.

A que percorreu a cicloide;

A que percorreu a parábola;

A que percorreu a reta.

---

---

---

### Questionário 3

**Questão 1:** Para a mesma bolinha largada da mesma altura nas três pistas, em qual delas apresentará **maior energia cinética de translação** ao final do percurso? Justifique sua resposta:

cicloide     parábola     reta     a energia cinética é a mesma.

---

---

---

**Questão 2:** Para duas bolinhas, de **mesmo volume e massas diferentes**, largadas da mesma altura, qual delas apresentará **maior energia cinética de translação** ao final do percurso:

a) Quando percorre a cicloide:

- a de menor massa;  
 a de maior massa;  
 a energia cinética é a mesma.

---

---

---

b) Quando percorre a parábola:

- a de menor massa;  
 a de maior massa;  
 a energia cinética é a mesma.

---

---

c) Quando percorre a reta:

- a de menor massa;  
 a de maior massa;  
 a energia cinética é a mesma.

---

---

---

**Questão 3:** Para a mesma bolinha largada da mesma altura nas três pistas, em qual delas apresentará **maior energia potencial**?

cicloide     parábola     reta     a energia potencial é a mesma

---

---

---

**Questão 4:** Para duas bolinhas, de **mesmo volume e massas diferentes**, largada de uma mesma altura, qual delas apresenta **maior energia potencial**?

a) na cicloide:

- a de menor massa;  
 a de maior massa;  
 a energia potencial é a mesma.

---

---

b) na parábola:

- a de menor massa;  
 a de maior massa;  
 a energia potencial é a mesma.

---

---

---

c) na reta:

- a de menor massa;  
 a de maior massa;  
 a energia potencial é a mesma.

---

---

---



## Apêndice C

### - Construção do Experimento (Maquete):

#### a) Material utilizado:

- Duas tábuas de madeira de dimensões: (1m x 10cm x 2cm) e (0,6m x 10cm x 2cm );
- Um pequeno pedaço de madeira de dimensões (10cm x 2cm x 4cm);
- Três ripas de alumínio de dimensões: (1,15m x 2cm, 1mm); (1,21m x 2cm, 1mm); (1,23m x 2cm x 1mm);
- Oito parafusos;
- Duas cantoneiras. (fig.C.1)



Figura C.1 Cantoneira

#### b) O passo a passo da construção da maquete

- Colocar uma das extremidades da tabua de madeira com a extremidade da outra formando um ângulo de  $90^\circ$ , sendo a maior na posição horizontal e a menor na vertical. Veja (fig.C.2);



Figura C.2 Tábuas fazendo um ângulo de  $90^\circ$

- Parafusar as duas cantoneiras nas junções das duas tábuas de madeira. Veja (fig. C.3);



Figura C.3 Cantoneiras presas nas junções

- Pregar o pedaço de madeira na outra extremidade da tábua que está na horizontal. Veja (fig.C.4);



**Figura C.4** Pedaço de madeira preso na tábua

- Parafusar as três ripas na extremidade livre de cada uma das tábuas sendo uma em forma de cicloide, uma de parábola e uma de reta conforme (fig.C.5).



**Figura C.5** Maquete com as trajetórias: reta, cicloide e parábola. Figura elaborada pelo autor

### **- Construção do Arco de Cicloide:**

#### **a) Material utilizado:**

- Um aro de bicicleta de 30 cm de raio, aproximadamente;
- Quadro branco de, no mínimo, 1,5m x 1m;
- Caneta pilot;
- Uma ripa de alumínio de dimensões: (1,23m x 2cm, 1mm). Pode ser trilho de cortina em forma de V ou quadrado.

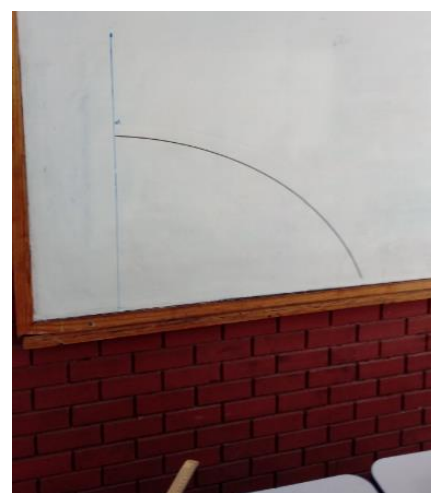
#### **b) O passo a passo na construção do arco de cicloide:**

- Prender a caneta pilot com fita adesiva na parte superior do aro da bicicleta;
- Fazer, com uma caneta pilot, uma reta vertical no quadro branco;
- Apoiar o aro sobre o suporte do quadro (fig. C.6);

- Colocar o diâmetro do aro, com a ponta da caneta na sua parte superior, sobre uma reta vertical desenhada no quadro. (fig. C.6);
- Mover o disco, sem deslizar, fazendo com que a ponta da caneta descreva um arco cicloide no quadro. (fig. C.7);
- Por fim, pegar a ripa de alumínio e coloque em cima do desenho do quadro, aos poucos vá deformando manualmente até reproduzir o arco de cicloide desenhada. (fig. C.7);
- Prender a cicloide de alumínio na estrutura de madeira.



**Figura C.6** Construção do desenho do arco de cicloide



**Figura C.7** Construção do desenho do arco de cicloide.

## - Construção do Arco de Parábola

### a) Material Utilizado:

- Quadro branco de, no mínimo, 1,2m x 1m;
- Um esquadro escaleno de cateto maior 0,80m, aproximadamente;
- Um prego e martelo;
- Uma caneta pilot;
- Um fio (pode ser um barbante) de 0,80m.
- Uma ripa de alumínio de dimensões: (1,21m x 2cm x 1mm).

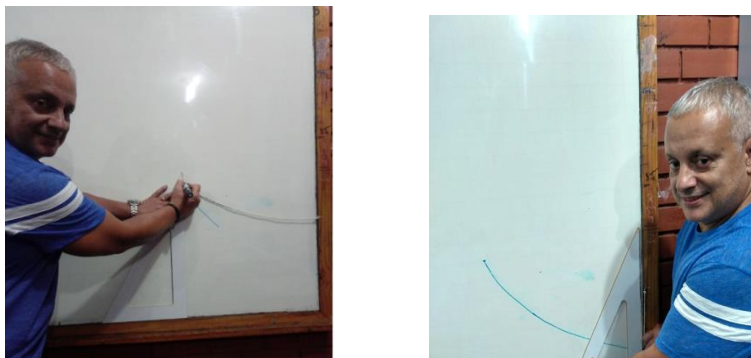
### b) O passo a passo na construção do arco de parábola:

- Com o martelo, fixar o prego no quadro onde será o foco da parábola;
- Apoiar o cateto menor do esquadro sobre a base do quadro;
- Fixar uma extremidade do barbante no topo do esquadro que está pousado no quadro e a outra extremidade do barbante no prego (fig. C.8);



**Figura C.8** – Construção do desenho arco de parábola

- Com a caneta, esticar o fio junto ao esquadro e depois deslizar o esquadro para esquerda e para direita sobre a base, mantendo o fio sempre esticado, fazendo com que a ponta caneta descreva um arco de parábola (fig. C.9);



**Figura C.9** Construção do desenho arco de parábola

- Retire o esquadro e a curva encontrada é um esboço de um arco de parábola. (fig.C.10);



**Figura C10** Construção do arco de parábola

- Pegar a ripa de alumínio e moldá-la na forma do arco de parábola. Depois prender na estrutura de madeira.

- **Bolinhas de mesmo volume e massas diferentes utilizadas no experimento.**



**Figura C.11** Bolinhas usadas no experimento

- **Balança digital utilizada para medir as massas das bolinhas.**

Esta balança pode ser comprada em alguns sites de venda na internet. Ela é bem pequena, do tamanho de uma calculadora manual.



**Figura C.12** Balança digital utilizada no experimento

- **Fita métrica utilizada para medir a altura da maquete e os comprimentos das tábuas de madeira e de cada uma das trajetórias.**



**Figura C.13** Fita métrica utilizada no experimento

- **Aplicativo Lexis Audio Editor.**



**Figura C.14** Aplicativo Lexis Audio Editor utilizado no experimento

- Dados do aplicativo:
- Gratuito;
- Serve para sistema Androide, IOS e Windows;
- versão;1.0.76;
- Tamanho: 19,69MB;
- <https://lexis-audio-editor.br.aptoide.com>

## Referências Bibliográficas

[Alves, 2006] Alves, Valéria de Freitas. *A inserção de atividades experimentais no ensino de física em nível médio: Em buscas de melhores resultados de aprendizagem*, mestrado, UnB/IF, 2006, p.11.

[Araújo, 2003] Araújo, Mauro Sérgio Teixeira. ABIB, Maria Lúcia Vital dos Santos. *Atividades Experimentais no Ensino de Física: Diferentes Enfoques, Diferentes Finalidades*, Revista Brasileira de Ensino de Física, vol. 25, no. 2, Junho,2003.

[Ausubel, 1980] Ausubel, David P., Novak, Joseph D., Hanesian, Helen. *Psicologia educacional*, Tradução Eva Nick, Rio de Janeiro: Interamericana, 1980, p.20 -34.

[Batista, 2009] Batista, Michel Corci, Fusinato. Polônia Alto e Blini, Ricardo Brugnole. *Reflexões sobre a importância da experimentação no ensino de Física*, Acta Scientiarum Human and Social Sciences, 2009, p.45

Brasil, Secretaria de Educação Média e Tecnológica. PCN+ Ensino Médio: *Orientações Educacionais complementares aos Parâmetros Curriculares Nacionais*, Ciências da natureza, matemática e suas tecnologias. Brasília: Ministério da Educação/Secretaria de Educação Média e Tecnológica, 2002, p.84.

[Bustillos, 2011] Oscar Veja, Sassine, André. *A magia da Curva Cicloide: Braquistócrona e Tautócrona*. São Paulo: Scortecci, 2011, p.16.

[Carlos, 2007] Jairo, Gonçalves. *Interdisciplinaridade no Ensino Médio: Desafios e Potencialidades*, mestrado, UnB /IF, 2007, p.59

[Cassaro, 2006] Cassaro, Renato. *Atividades Experimentais no Ensino de Física*. mestrado, UNIR/IF, 2012, p.17.

[Castro, 2014] Leonardo Miranda de O. *O Cálculo variacional e as curvas cicloidais*. Mestrado, Unb, 2014. p.15.

[Doca, 2016] Doca, Ricardo Helou; Gualter José Biscuola; Newton Vilas Boas, *Física I Mecânica*. vol. 1, 3ª ed. São Paulo, Saraiva, 2016, p.99.

[Dominguini, 2016] Dominguini, Fábio. *Experimentos de física em sala de aula com o enfoque na produção e execução autônoma por parte dos alunos*. mestrado, UFSC, 2016, p.19.

[Halliday, 2008] Halliday, David; Robert Resnick; Jearl Walker. *Fundamentos de Física*. Vol.1 Mecânica, 8ª ed. LTC, 2008, p.99 -155.

[Halliday, 2012] Halliday, David; Robert Resnick; Jearl Walker, *Fundamentos de Física*, Vol.1, Mecânica, 9ª ed. LTC, 2012, p.6

[Hewitt, 2011] Hewitt, Paul G *Física Conceitual*.11 ed. Bookman, 2011, p.105

<http://vidigal.ouropreto.ifmg.edu.br/wp-content/uploads/sites/12/2015/05/apostila-matematica-3-05-GEOMETRIA-ANAL%C3%8DTICA-reta-cassio-.pdf>. Acesso em 18/07/2018.

Disponível em: <http://www.rj.gov.br>seeduc>exibeconteúdo>. Acesso em: 16/01/2018.

[Leithold, 1994] Leithold, Louis *O Cálculo com Geometria Analítica*. Vol.1, 3a ed. 579, HARBRA Ltda, 1994, p.578

[Lima, 2004] Lima, Gabriel Loureiro. *Calculo Variacional: problemas clássicos, aspectos teóricos e desdobramentos*. mestrado, UNICAMP /IMECC, 2004.

[Moreira, 2014] Marco Antônio. *Teorias de Aprendizagem*. 2 ed. p.163, 165 e 167. SP. EPU.2014

[Nussenzveig, 2013] Nussenzveig, Herch Moysés. *Curso de Física Básica*. Vol.1, 5ª ed. São Paulo. Blucher, 2013, p.93, 196 e 304

[Ramalho, 1993] Ramalho, Junior Francisco. *Os fundamentos da física*. 6 ed. Moderna, 1993, vol.1.

[Silva, 2010] Silva, Maurício Nogueira Maciel; Filho, João Bernardes da Rocha. *O papel atual da experimentação no ensino de física*. XI Salão de Iniciação Científica – PUC RJ, 2010.

[Valadares, 2009] Valadares, J. e Moreira, M.A. *A teoria da aprendizagem significativa: sua fundamentação e implementação*. Coimbra, ed. Almedina, 2009

[Venceslau, 2015] Alisson Wesley do Nascimento. *Curvas parametrizadas, cicloides, experimentos e aplicações*. UFSE, 2015, p.32.

[Young, 2008] Hugh D. *Física I*. 12 ed. v.1, Addison Wesley, 2008, p.215