



UNIVERSIDADE FEDERAL DO ESTADO DO RIO DE JANEIRO
Instituto de Biociências

**Modelagem Matemática como Metodologia Científica nas Ciências Ambientais:
Estudo e Avaliação de Impactos Ambientais causados pela Soja no Brasil**

Gabriel Oliveira Martins dos Santos

Rio de Janeiro

2025

Gabriel Oliveira Martins dos Santos

**MODELAGEM MATEMÁTICA COMO METODOLOGIA CIENTÍFICA NAS
CIÊNCIAS AMBIENTAIS: ESTUDO E AVALIAÇÃO DE IMPACTOS AMBIENTAIS
CAUSADOS PELA SOJA NO BRASIL**

Orientador: Luzia da Costa Tonon Martarelli

Monografia do Trabalho de Conclusão de Curso apresentada ao Instituto de Biociências da Universidade Federal do Estado do Rio de Janeiro, como parte dos requisitos à obtenção do título de Bacharel em Ciências Ambientais.

Rio de Janeiro

2025

SANTOS, Gabriel Oliveira Martins dos
Modelagem Matemática como Metodologia Científica nas Ciências
Ambientais: Estudo e Avaliação de Impactos Ambientais causados
pela Soja no Brasil – Gabriel Oliveira Martins dos Santos, –
Luzia da Costa Tonon Martarelli, 2025
45f.

Orientador: Luzia da Costa Tonon Martarelli
Monografia do Trabalho de Conclusão de Curso (Graduação) –
Universidade Federal do Estado do Rio de Janeiro, Graduação em
2025

1 – Matemática. 2 – Agronegócio. 3 – Soja

I. Universidade Federal do Estado do Rio de Janeiro
II. Título

Gabriel Oliveira Martins dos Santos

**MODELAGEM MATEMÁTICA COMO METODOLOGIA CIENTÍFICA NAS
CIÊNCIAS AMBIENTAIS: ESTUDO E AVALIAÇÃO DE IMPACTOS AMBIENTAIS
CAUSADOS PELA SOJA NO BRASIL**

Monografia do Trabalho de Conclusão de Curso apresentada ao Instituto de Biociências da Universidade Federal do Estado do Rio de Janeiro, como parte dos requisitos à obtenção do título de Bacharel em Ciências Ambientais.

Aprovada em 25/07/2025

Luzia da Costa Tonon Martarelli. Depto. Matemática- Escola de Matemática -UNIRIO

Luzia Alice Ferreira de Moraes. Depto. Ciências do Ambiente- Instituto de Biociências -UNIRIO.

Jaime Fernando Villas da Rocha. Depto. Física- Instituto de Biociências -UNIRIO

AGRADECIMENTOS

Gostaria de agradecer atenciosamente à instituição, à orientadora por me auxiliar no processo produtivo desta monografia, bem como minha família que auxiliou como suporte em momentos conturbados durante a jornada acadêmica. Agradeço também à Deus e todas as pessoas com quem eu pude compartilhar pouco a pouco desta trajetória. Muito obrigado às minhas amigas, que puderam me auxiliar nos momentos mais difíceis, me dando suporte e carinho para que eu conseguisse prosseguir com este projeto.

Durante muito tempo a estruturação da ideia se manifestou complexa e de difícil estruturação. Ao longo do curso, disciplinas diferentes auxiliaram na estruturação desta ideia, para que no final pudesse ser realizada. A compreensão inicial de modelagem matemática surgiu na última aula da disciplina de Complementos de Matemática 2, ministrada pela orientadora, Luzia da Costa, que abordou a temática da modelagem matemática. Sem as aulas desta grandiosa professora, que abordou temáticas ambientais no cenário matemático, não haveria a inspiração para o desenvolvimento desta monografia. Sou eternamente grato aos ensinamentos e todas as práticas de revisão que foram feitas ao longo do processo de escrita. Conte com auxílio externo, de colegas e amigos que entendem também de como utilizar o *software* R. Sem a ajuda destes, que lembraram-me como se deve utilizar tal ferramenta devidamente, devido ao aprendizado há um longo tempo do meu contato com esta ferramenta, teria sido mais complicado de produzir esta pesquisa.

Em suma agradeço eternamente às forças cósmicas, às forças do Universo, aos Deuses que ouviram minhas orações, e às estrelas que ouviram meus lamentos noturnos de aflições etéreas.

Resumo

A presente monografia investiga a aplicação da modelagem matemática como metodologia científica nas Ciências Ambientais, com foco nos impactos ambientais gerados pelo cultivo da soja no Brasil. O estudo destaca como a expansão da agricultura, especialmente da soja, impulsionada por interesses econômicos e pelo modelo capitalista de consumo, tem provocado degradações ambientais diretas e indiretas. Para compreender e analisar tais impactos, a pesquisa utiliza a modelagem matemática como ferramenta de análise quantitativa, relacionando variáveis como área cultivada, espaçamento entre plantas e produtividade. Através de softwares como R, foram realizados cálculos que demonstram a influência do espaçamento na produção agrícola, permitindo a visualização de intervalos ideais para maximização da colheita. A metodologia adotada enfatiza a interdisciplinaridade da modelagem matemática no contexto das Ciências Ambientais e propõe seu uso como instrumento educacional e analítico para compreender, mitigar e planejar intervenções mais sustentáveis no setor agropecuário brasileiro.

Abstract

This monograph investigates the application of mathematical modeling as a scientific methodology in Environmental Sciences, focusing on the environmental impacts generated by soybean cultivation in Brazil. The study highlights how the expansion of agriculture, especially soybean, driven by economic interests and the capitalist model of consumption, has caused direct and indirect environmental degradation. To understand and analyze such impacts, the research uses mathematical modeling as a quantitative analysis tool, relating variables such as cultivated area, spacing between plants and productivity. Using software such as R, calculations were performed that demonstrate the influence of spacing on agricultural production, allowing the visualization of ideal intervals for maximizing harvest. The adopted methodology emphasizes the interdisciplinarity of mathematical modeling in the context of Environmental Sciences and proposes its use as an educational and analytical tool to understand, mitigate and plan more sustainable interventions in the Brazilian agricultural sector.

Sumário

1. INTRODUÇÃO.....	11
2. OBJETIVOS.....	12
2.1 Objetivos gerais.....	12
2.2 Objetivos específicos.....	12
3. Metodologia.....	13
4. Referencial Teórico	15
5. Resultados e Discussão.....	38
6. Considerações Finais (Conclusão).....	46
7. Referências	48

Lista de figuras

Figura 1 - Modelagem Teórica no Software R. Fonte: Autoria própria (2025)

Figura 2 - Continuação da Modelagem Teórica no Software R. Fonte: Autoria própria (2025)

Figura 3 - Modelagem com valores aplicados no Software R. Fonte: Autoria própria (2025)

Figura 4 - Modelagem com valores aplicados no Software R. Fonte: Autoria própria (2025)

Figura 5 - Gráfico relação Produção x Demanda. Fonte: Vian 2022

Figura 6 - Glycine Max (L) Merrill. Fonte: Google Imagens

Figura 7 - Expansão da cultura da soja no Brasil (1960-2015). Fonte: Embrapa 2016

Figura 8 - Produtividade média (kg/ha) nas décadas de 1940 a 2015. Fonte: Embrapa 2016

Figura 9 - Produtividade da soja no Centro-Oeste vs. Rio Grande do Sul (2000/2014). Fonte: Embrapa 2016

Figura 10 - Área plantada ou destinada à colheita (Hectares), 2023. Fonte: IBGE - Produção Agrícola Municipal

Figura 11 - Regra da Potência. Fonte: Stewart, pg 160, 2013

Lista de tabelas e gráficos

Tabela 1 - A importância do consumo no PIB. Fonte: Gomes (2011)

Gráfico 1 - Relação Produção x Demanda de açúcar (2002/2003 - 2007/2008). Fonte: Vian (2022)

Gráfico 2 - Expansão da cultura da soja no Brasil (1960 a 2015). Fonte: Embrapa 2016

Gráfico 3 - Produtividade média da soja nas décadas de 1940 a 2015. Fonte: Embrapa 2016

Gráfico 4 - Produtividade da soja no Centro-Oeste vs. Sul (2000/2014). Fonte: Embrapa 2016

Gráfico 5 - Área plantada ou destinada à colheita (Hectares), 2023. Fonte: IBGE - Produção Agrícola Municipal

Introdução

No século XXI, as problemáticas ambientais sofrem um avanço significativo a ponto de ser pauta essencial em diversos debates em diferentes áreas de pesquisa, principalmente quando se pensa no futuro. A questão do desenvolvimento sustentável, é um conceito que ganhou muita força no cenário global das discussões ambientais, principalmente atrelado à Educação Ambiental. Entretanto, o meio ambiente ainda carece de maior preocupação, estudo e busca de alternativas que possam mitigar as diferentes problemáticas que decorrem de atos do passado e do presente.

Quando se pensa no cenário brasileiro, é possível notar que a questão ambiental se manifesta presente em diferentes esferas no país, desde a esfera corpórea, comportamental, mental etc. Diversas práticas geram diferentes consequências significativas ao meio ambiente, como a destruição dos horizontes ambientais para a construção de prédios, a geração de resíduos causada pela má qualidade de aterros sanitários etc. Entretanto, uma terceira e importante esfera, crucial neste estudo, que se refere à questão da agricultura, envolve o uso de agrotóxicos, a expansão territorial para o plantio, dentre outras consequências (Martinez, 2022) são tópicos essenciais indispensáveis para serem tratados.

De acordo com Martinez (2022), a agricultura alcançou as áreas urbanizadas, com a adoção da capina química, amplamente utilizada em empresas, residências e condomínios. A permissividade da legislação fez com que a utilização de pesticidas e agrotóxicos, conhecidos como defensivos agrícolas, fossem utilizados em larga escala. O crescimento do uso dos pesticidas data-se desde a década de 90, entretanto, seu uso não era exacerbado, ao que, conforme os anos passaram, houve um crescimento na quantidade utilizada, em virtude do aumento das demandas agrícolas (Moraes, 2019). A expansão humana implica o aumento da demanda por recursos agrícolas, a concentração humana em centros urbanos e o crescimento populacional tornam cada vez mais necessário o aumento da produção (Saath e Fachinello, 2018), o que corrobora o aumento do consumo de defensivos agrícolas por conta do crescimento da demanda por tais recursos.

Ao se tratar da produtividade agrícola do país, é notório que o Brasil é expoente no cenário do agronegócio. É graças aos recursos naturais, às terras disponíveis, ao melhoramento genético, que permitiram que o Brasil se tornasse um dos países mais expoentes no agronegócio, e principalmente na produção da soja. Entretanto, isso se deve em função de uma sociedade que sofreu importantes mudanças, graças às evoluções tecnológicas, passando a enxergar o consumo, com usufruto do meio ambiente, sob uma ótica capitalista de caráter exploratório. Tal fato culminou em sérias consequências ao meio ambiente.

Nesse quesito, é importante refletir sobre como tais dados potencializam a compreensão futura sobre os possíveis impactos ambientais que o avanço da agricultura no país pode acarretar. É imprescindível notar que grande parte da fundamentação de tais informações toma como base dados numéricos, bem como estatísticos, relevantes para a compreensão e análise dos impactos no meio físico, principalmente nos estudos a respeito do cenário brasileiro. A modelagem matemática se manifesta presente em demasiada análise nos estudos agrícolas, por ser uma ferramenta capaz de estudar, entender e prever os fenômenos naturais que podem ser desenvolvidos. Esta transforma problemas da vida real em problemas matemáticos e tenta traduzi-los em soluções (Bertone, Bassanezi, Jafelice, p. 18, 2014).

Tal ferramenta matemática pode ser uma ferramenta de extrema importância e relevância para se compreender diversas situações na vida real. Quando se pensa na questão sobre a agricultura, conforme mencionado anteriormente, pode-se perceber que, no Brasil, é uma das práticas que mais usufrui do meio ambiente.

Sob tal ótica, esta pesquisa admitirá um estudo com enfoque na relação dos seres humanos frente ao consumo, ao uso da terra e como se deu esta intrínseca relação ao cenário da agricultura. A soja é um dos principais grãos comercializados pelo país, sua cultura gera degradações de maneira direta e indireta ao meio ambiente, que podem ser severas em demasiado alcance. Para esta análise, a modelagem matemática será empregada para relacionar os dados coletados e variáveis estabelecidas para análise ambiental. A partir dessa fonte metodológica, poderá ser analisado os danos causados ao meio ambiente, quer sejam seus impactos positivos, negativos ou mínimos, de modo que, a partir dos resultados, embasando-se em diferentes fontes bibliográficas para se compreender a situação-problema do avanço agrícola em nosso país, poderá salientar como a Modelagem Matemática se comporta como metodologia científica no campo das Ciências Ambientais, ou seja, a partir desta ferramenta que será possível elucidar a eficácia da modelagem matemática como metodologia científica para as ciências ambientais.

Objetivos gerais

A pesquisa a seguir visa relacionar, por meio de revisão bibliográfica, como se dá o avanço da agricultura no cenário brasileiro, se tratando mais especificamente do caso da soja. Para isso, a modelagem matemática entra em cena nesta monografia como uma metodologia científica e parâmetro para relacionar os dados que estão sendo pesquisados.

Desse modo, é a partir das noções matemáticas que se pode também tecer um contraponto de causa e consequência entre os parâmetros tomados na pesquisa. Além disso, a pesquisa visa trazer a importância deste assunto, a modelagem matemática, para os estudos acadêmicos e enfatizar como a riqueza desta metodologia científica deve ser mais empregada e utilizada em sala de aula e nas diferentes disciplinas do curso de Ciências Ambientais, dentre outros cursos em que se trata da questão ambiental como pauta essencial. Por fim, pode-se concluir que o objetivo desta monografia visa comprovar como a matemática e suas ferramentas conseguem ser eficazes na análise, solução e produção de problemáticas ambientais.

Objetivos específicos

Por meio da modelagem matemática é possível relacionar dados diferentes acerca da Soja, uma das principais monoculturas no cenário brasileiro, principalmente do cenário econômico comercial, admitindo um estudo sobre a sua produtividade em relação à área disponível para cultura. Com esta pesquisa, é possível relacionar os avanços deste cultivo e relações com os impactos ambientais, decorrentes de forma direta ou indiretamente por conta desta plantação na agricultura. A partir desses dados, é possível, ao final, evidenciar como esta metodologia científica se comporta de maneira eficaz na educação ambiental, mais direcionado ao ensino dentro das Ciências Ambientais.

Metodologia

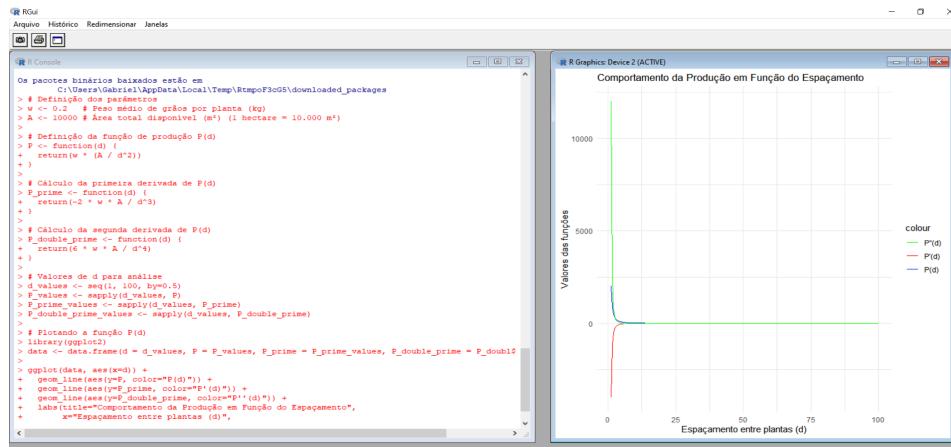
O estudo a seguir admite como premissa explorar os campos quantitativos e qualitativos relacionados à análise ambiental. A modelagem matemática é uma metodologia científica que pode ser utilizada como embasamento teórico para análise de diferentes dados e informações em tradução matemática. O uso desta metodologia serve como estratégia de análise do impacto da soja no Brasil. O caráter exploratório e experimental da pesquisa visa evidenciar como a análise matemática auxilia nos estudos ambientais, comportando-se portanto, como metodologia científica na área de Ciências Ambientais.

Na monografia a seguir, foram utilizados como base de referencial teórico artigos, teses, dissertações de mestrado, bem como dados disponíveis pelo EMBRAPA, IBGE (Instituto Brasileiro de Geografia Estatística), bem como sites de pesquisa e jornais, para fomentar um desenvolvimento quantitativo e qualitativo a respeito dos tópicos a serem abordados. Foi tomado como base para a estruturação deste estudo e desenvolvimento da modelagem matemática experimental o artigo “UMA APLICAÇÃO DA MODELAGEM MATEMÁTICA NA AGRICULTURA” de Marinela da Silveira Boemo e Leandra Anversa Fioreze (2008).

Com base neste trabalho, foi possível tecer as adaptações necessárias com foco na interpretação do plantio da soja brasileiro. A articulação das variáveis adotadas na modelagem experimental realizada, foi estruturada com base nas pesquisas e apuração de informações relevantes da fonte de referencial teórico, para que a modelagem proposta pelo trabalho das autoras acima pudesse ser estruturada na análise ambiental escolhida para esta monografia.

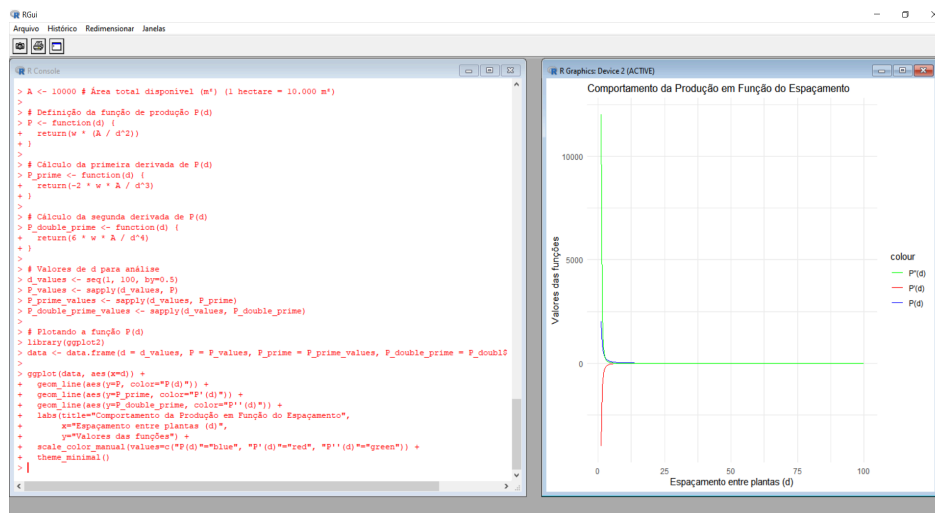
Os cálculos da modelagem foram feitos a partir do uso de ferramentas como o *software R 4.4.3*, um programa de funcionalidade algébrica, estatística, na versão lançada em fevereiro de 2025 de fabricação original por meio da comunidade de desenvolvedores e pesquisadores “*The R Project for Statistical Computing*”. Por meio deste programa, foram realizados da seguinte forma: Para a modelagem teórica, conforme na imagem a seguir nas Figuras 1 e 2:

Figura 1: Modelagem Teórica no *Software R*



Fonte: Autoria própria (2025)

Figura 2: Continuação da Modelagem Tórica no *Software R*



Fonte: Autoria própria (2025)

Para a instalação e carregamento dos pacotes necessários, foi utilizado o pacote **ggplot2** para a visualização gráfica. Como foi necessário baixá-lo no software, o comando utilizado `install.packages("ggplot2")` e carregado com `library(ggplot2)`. Em seguida, foram definidos os parâmetros físicos do problema, como o peso médio dos grãos por planta (w) e a área disponível (A), considerando que 1 hectare equivale a 10.000 m^2 . Em seguida, a função de produção P do espaçamento d entre duas plantas $P(d)$ foi

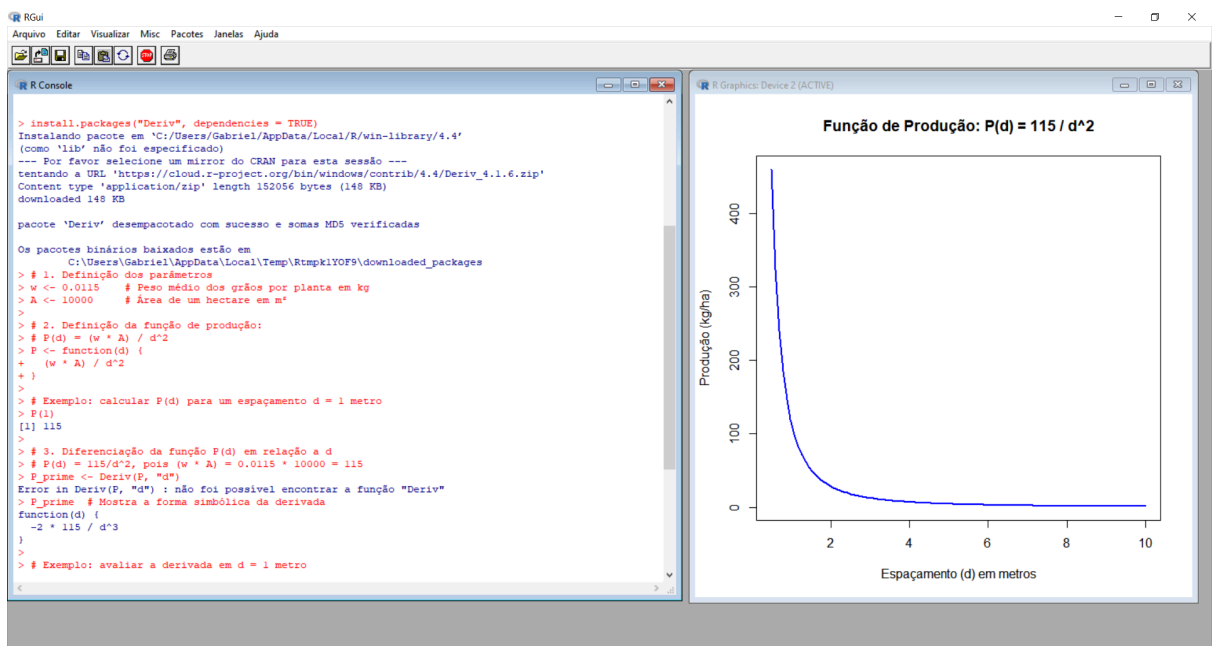
modelada pela equação $P(d) = w \times (A/d^2)$, A/d^2 representa o número de plantas por hectare. Para analisar a variação da produção em função do espaçamento, calculou-se:

- A primeira derivada: $P'(d) = -2wA/d^3$, que indica a taxa de variação.
- A segunda derivada: $P''(d) = -6wA/d^4$, esta indica a concavidade da função.

Dessa forma, foi criado um vetor de valores para d e, para cada valor, foram calculados $P(d)$, $P'(d)$ e $P''(d)$. Esses dados foram organizados em um *data frame*, um quadro de dados, e, em seguida, as funções foram elaboradas com seus gráficos utilizando o **ggplot2**, permitindo visualizar como o espaçamento influencia a produção total. Com esta modelagem teórica é possível entender a sensibilidade da produção da soja, permitindo também visualizar o intervalo ideal para a maximização da produção. Esta modelagem teórica foi feita mediante a análise e entendimento da modelagem matemática proposta pelo artigo “Uma Aplicação da Modelagem Matemática na Agricultura” (Boemo, Fioreze 2018), que serviu de base para esta monografia. A partir desta, foi possível realizar a aplicação com os devidos valores.

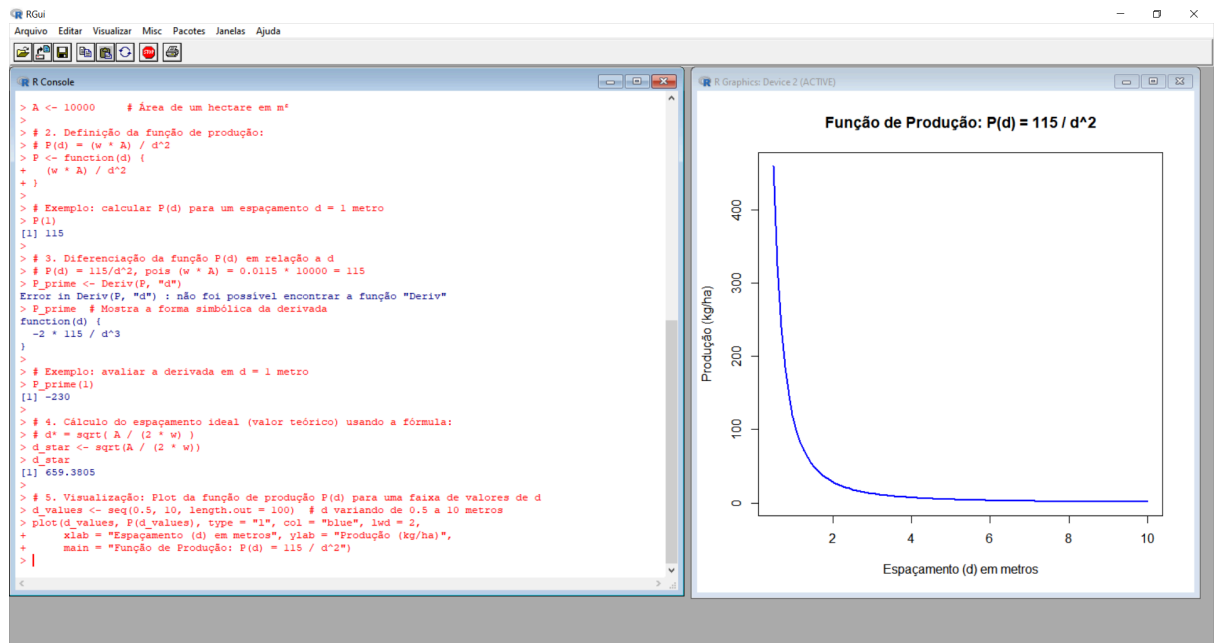
Para a modelagem matemática aplicada com os devidos valores, foi possível realizar, por meio do *software R 4.4.3*, mediante os comandos, conforme segue a imagem a seguir nas Figuras 3 e 4:

Figura 3: Modelagem com valores aplicados no Software R



Fonte: Autoria própria (2025)

Figura 4: Modelagem com valores aplicados no Software R



Fonte: Autoria própria (2025)

Para a realização desta modelagem aplicada, foi necessário baixar o pacote **Deriv**, essencial para a realização de cálculos diferenciais. Com o comando “install.packages(“Deriv”, dependencies = TRUE)” e “library(Deriv)” para abrir. Com isso, os parâmetros analisados foram definidos:

- $w <- 0.0115$ - Peso médio dos grãos por planta em kg
- $A <- 10000$ - Área de um hectare em m^2

Adiante, a função da produção foi definida, $P(d) = (w.A) / d^2$, para que em seguida pudesse ser calculado a derivada da função $P(d)$ em relação a d mediante o comando “P_prime <- Deriv(P, “d”)” permitindo com que encontrasse a equação da derivada, que vai ser verificada com o comando P_prime(1).

O cálculo do espaçamento ideal, foi realizado mediante a fórmula alternativa encontrada. O resultado, armazenado em “d_star”, ilustra o valor teórico do espaçamento.

Um gráfico é gerado para visualizar a relação entre o espaçamento d e a produção $P(d)$. O comando “`plot()`” exibe a curva $P(d)$ para d variando de 0,5 a 10 metros.

Além do uso dessas ferramentas, para validar os cálculos feitos e trabalhá-los, foi feito também o estudo manual das equações feitas, utilizando como base no livro Cálculo 1, a sétima edição de James Stewart (2013) para que pudesse compreender detalhadamente as regras de derivação, de integração e como aplicar teoricamente de maneira correta as variáveis. Dessa forma, os cálculos que foram realizados por meio do software puderam ser explicados de uma maneira visual mais elaborada, ao longo da monografia. Este estudo foi necessário para que pudesse validar e analisar os cálculos feitos pelos sites e ferramentas de cálculo, também evidenciando-os.

Referencial Teórico

1. Compreensões Iniciais do cenário brasileiro frente à agricultura

O Brasil, como um país de dimensões continentais, de favorável clima tropical, admite uma extensão territorial vasta, compreendendo mais de 8 milhões de km², de acordo com o último censo realizado pelo IBGE em 21 de março de 2023. A divisão territorial do país enfrentou diversas mudanças ao longo do tempo, até ao que se está consolidado atualmente. Diversos autores admitem diferentes pontos de vista acerca da análise de divisão territorial. É essencial notar que o tamanho territorial influencia, não somente na questão climática, mas também na maneira como os seres humanos se adaptam ao território. Na tese Santoro 2012, discute como a expansão urbana no Brasil foi historicamente promovida por uma lógica desenvolvimentista que associa crescimento econômico à ocupação territorial. Desse modo, a autora analisa como o planejamento urbano em muitas ocasiões se fundamenta em uma ideologia progressista aliada à ampliação de fronteiras urbanas, que é impulsionada por políticas públicas e interesses econômicos.

Entretanto, pode-se verificar que, mesmo com o passar dos anos, tal ideologia foi ressignificada. O crescimento populacional ocasionou a necessidade dos seres humanos de ampliarem a exploração dos recursos naturais. No Brasil, é notório que a demanda por tais recursos sofreu um crescimento determinante. A partir desta noção primordial, é possível relacioná-la com o aumento do consumo.

Para compreender a realidade brasileira, bem como toda a temática que virá a ser trabalhada neste estudo, é essencial que se tome como princípio algumas compreensões iniciais. É imprescindível entender que a realidade atual é moldada por padrões de consumo, que transpassam as barreiras e horizontes sociais, em que há uma exacerbada valorização do individual, do eu, apenas em suma significância na sociedade ocidental moderna (Zanirato, Rotondaro, 2016).

Foi no grande momento da revolução das máquinas que tudo mudou. Até então, o modo de vida na época não era moldado por relações sociais desiguais, em que as classes mais pobres abasteciam as classes mais abastadas, e com a revolução industrial, isso se

intensificou (Zanirato, Rotondaro, 2016). O modo de vida que se deu após a repercussão das máquinas foi responsável por moldar toda sociedade do século XIX, bem como toda a geração seguinte, em que há uma extrema valorização do consumo, que é pautado por mudanças constantemente. Ao chegar no século XXI, o consumo se torna avassalador, consolidando-se como a era do hiperconsumismo (Pereira, A; Pereira, H; Pereira, M, 2009). É nesta era em que a felicidade e qualidade de vida se igualam ao poder de ter e consumir. Entretanto, é notório que este estilo de vida capitalista consagra inúmeros prejuízos ambientais.

De um modo geral, o consumo consegue ser uma das grandes raízes de diversos problemas ambientais. Alterações climáticas, desertificação, buracos na camada de ozônio dentre outros são apenas exemplos dos problemas ambientais que são decorrentes do atual modo de vida. Infelizmente, a cada dia um novo problema ambiental nasce, decorrente do hiperconsumismo (Pereira, A; Pereira, H; Pereira, M, 2009). O meio ambiente é negligenciado, não é levado em consideração, por mais que seja deste, do qual tudo provém. Uma das possíveis razões de tais feitos é a falta de consciência e descaso com o meio ambiente. De acordo com Quintas (2006), a educação ambiental é capacitadora, modifica a visão de mundo que permite construir valores para que se possa conservar o meio ambiente. Desse modo, pode-se verificar que é por meio do entendimento, a elucidação e a compreensão que as consequências do modo de vida capitalista e extremamente consumista conseguem ser atenuadas.

No estudo do meio ambiente, é sabido que a natureza, como um todo, vem sendo acometida por diversos impactos, que em sua maioria são de origem antrópica. Impactos diversos à fauna e à flora global têm sido tema de destaque e relevância nos últimos anos, principalmente quando se trata da era atual, considera o Antropoceno. Desde o avanço e desenvolvimento da humanidade, principalmente iniciados com o desenvolvimento industrial, o mundo não foi o mesmo, tampouco o meio ambiente. As consequências de tais atos, reverberam nos tempos modernos, impelindo por mudanças para contornar as problemáticas que vêm sendo agravadas ao longo do tempo (Pereira, Curi, 2012). De acordo com Pereira (2020), os impactos ambientais são desequilíbrios decorrentes do choque entre o desenvolvimento humano, sua evolução na vida, e a natureza. A partir desta problemática, diversas alternativas têm sido desenvolvidas e pesquisadas por diversos cientistas, intelectuais, ONGs etc, a fim de contornar os problemas ambientais que impactam na dinâmica global.

Como forma de contornar os problemas ambientais, diversas conferências ocorreram, quando as nações se depararam com as consequências globais negativas de seus atos. Uma dessas alternativas foi o desenvolvimento sustentável, com sua origem nos anos 70 (Romeiro, 2012), como forma de alternativa tecida para suplementação dos problemas ambientais atuais, verifica-se que este método, principalmente promulgado em congressos mundiais, não é suficiente para equiparar os danos, muito menos suprir as necessidades urgentes atuais. Isto se deve, principalmente, em virtude de diversos questionamentos, que tornam difícil a aplicação e compreensão do desenvolvimento sustentável, como a dificuldade de se

compreender o que deve ser sustentado, planejado etc, e qual futuro deve-se ter como meta atingir (Camargo, 2002). Além disso, a dificuldade se encontra na economia, que deve ser incluyente e ecologicamente acessível ao todo (Romeiro, 2012). A partir disso, torna-se evidente a vastidão da problemática ambiental atual e como pensar em alternativas para as particularidades a serem estudadas.

Nessa via, é possível verificar que com o crescimento e desenvolvimento da humanidade, o consumo, a necessidade e a demanda de recursos naturais, tornaram-se cada vez mais explorados a fim de suprir as demandas universais, pois é sabido que vive-se em um mundo capitalista em que explora-se exacerbadamente os recursos (FERREIRA, 2020). Entretanto, o meio ambiente não caminha passo a passo à exploração de recursos, culminando para o agravamento de impactos ambientais ocorram.

No Brasil, diversos fatores acometem a integridade ambiental do país e o crescimento e demanda de recursos também é um fator crucial neste ponto. No Brasil, ao contrário dos grandes emissores como Estados Unidos, ou China, por volta de dois terços das emissões de gases de efeito estufa decorrem do uso da terra, ou seja, o desmatamento, a agricultura e as mudanças de uso no solo, fator que posiciona o país como um dos líderes globais nesse tipo de emissão (NATIONAL GEOGRAPHIC BRASIL, 2020). Pode-se concluir a partir desta ideia, que a demanda por recursos têm crescido ao ponto de ser crucial para comprometer o meio ambiente e gerar impactos ambientais sérios e possivelmente irreversíveis.

É possível entender que grande parte dos impactos ambientais também possuem origem no capitalismo, que possui uma marca crucial dentro da agricultura, sendo, desse modo, essencial tratar a respeito do assunto.

1.1. O Capitalismo e a agricultura: como fórmula modulante do início dos problemas ambientais

Certa vez Aristóteles cunhou a máxima de que os seres humanos são seres sociais e políticos (Dias *et al*, 2018). Entretanto, quando a humanidade se deparou com as grandes evoluções tecnológicas, que impulsionaram o grande desenvolvimento das civilizações, isso se deu em contraste com a individualidade inerente em grande parte das sociedades. É essencial entender que o desenvolvimento do capitalismo na humanidade foi possível graças ao forte sentimento de individualismo, que uniu as forças pragmáticas e de produtividade à vida coletiva (Proni, 1997), tornando as condições de vida submissas aos padrões de constante evolução. É nesse espectro em que a humanidade passa a se tornar capitalista.

Analogamente ao pensamento de Simone de Beauvoir, ao afirmar em 1929, que não se nasce mulher: torna-se, que a humanidade não nasceu capitalista. Houve um processo complexo e longo para que este estilo de vida pudesse ser desenvolvido e nos dias atuais, ser a grande raiz de diversos problemas ambientais que hoje grandes estudiosos e pesquisadores estão tentando solucionar.

Sabe-se que o grande marco do surgimento do capitalismo foi a partir da revolução industrial. Entretanto, foi graças às relações feudais sustentadas na desigualdade entre as

peessoas, que houve um pontapé inicial para o surgimento da grande fórmula gerencial. A sociedade feudal era baseada na desigualdade entre os homens, ao contrário do sistema capitalista, em que se priorizava a igualdade entre os indivíduos, o que relativamente soava como uma forma mais interessante de se lidar com a vida (Proni, 1997). Desse modo, é cabível entender que o surgimento da era capitalista pode prevalecer a partir do decaimento do feudalismo, e o estabelecimento de novas relações sociais.

É neste contexto que pode-se perceber o desenvolvimento do capitalismo como forma gerencial da crise ambiental global.

A partir da consolidação de uma economia baseada na produtividade das máquinas a vapor, no século XVIII na Europa, houve uma influência dominante sobre o conjunto de forças produtivas (Proni, 1997). Desse modo, é evidente a maneira como o capitalismo se consolida como uma fórmula modulante, principalmente no que diz respeito à maneira como este consolida a realidade humana.

No mundo atual, viver significa sinônimo de comprar, devido uma forte construção social simbólica que foi evoluindo ao longo do tempo, e que causa diversos problemas ambientais.

O capitalismo é uma das, senão a causa principal, de grande parte do agravamento dos problemas ambientais. Quando se pensa sobre a evolução histórica do capitalismo, é possível verificar que a relação entre os seres humanos e a terra era primordial para a consolidação deste sistema. O processo anterior ao capitalismo era dominado por Feudalismo, sistema esse, que admitia relações de poder baseadas na terra, ou seja, era um sistema regido por relações de poder com base na agricultura. A crise deste sistema se deu com o acúmulo primitivo de capital, isso demarcou a relação de poder entre os camponeses e sua produção, que demarcou a saída destes trabalhadores para que vendessem sua mão de obra nas máquinas, mediante a Revolução Industrial (Quintana e Hacon, 2011).

Sob o avanço dos recursos tecnológicos de maneira desenfreada, o meio ambiente se tornava peça submissa a este intuito. A ruptura do limiar cidade-campo, logo no começo da Revolução Industrial, foi uma das causas principais para que ocorresse um déficit metabólico da natureza. A entrada de capital na agricultura modificou a relação de como o homem lidava com a terra. Agora o modelo de exploração da terra se baseia na expansão e acumulação de capital. Com o avanço das cidades para o campo, este rompimento trouxe diversos problemas ambientais, como no solo. A falta de nutrientes essenciais, mediante este avanço, foi uma das razões para que houvesse o declínio da fertilidade do solo. Além disso, é cabível citar o despejo de rejeitos, que criavam acúmulo nas cidades e geravam uma poluição desenfreada (Quintana e Hacon, 2011). A falta de um planejamento prévio e mais elaborado das cidades, agravou profundamente este problema.

Para entender como o Brasil é um país de peso no cenário agrícola, tratar sobre a pecuária neste meio também é importante, afinal, a agropecuária caminhou e ainda caminha com a mesma força no cenário econômico do país.

Desde a primeira pegada dos colonizadores no território brasileiro, em períodos de invasão, houve o choque com uma grandiosa natureza bela, não antes vista pelos portugueses.

A partir do período colonial, o Brasil se tornou fonte de exploração, e o alvo principal era o meio ambiente e as fontes naturais que poderiam ser providas, principalmente devido ao choque de realidade que os portugueses tiveram ao ver tamanha vastidão tropical (Martinez, 2022). Entretanto, quando se pensa no contexto atual, é fácil notar que a demanda por recursos naturais no Brasil cresceu de forma exponencial, conforme o crescimento da população ocorreu.

De acordo com o site COIMA, em uma matéria publicada no dia 15 de janeiro de 2021, foi no século XVI em que as primeiras pegadas de gado no Nordeste, São Paulo e Rio de Janeiro, podem ser citadas. O fator do avanço agropecuário logo nos primórdios da colonização do Brasil, estava relacionado ao domínio de novas terras. Ao longo do tempo na história brasileira, agricultura.

Para entender a evolução do consumo no Brasil, é necessário voltar à época em que o país se via de frente ao nascimento de uma nova moeda: o Real.

No começo do século XXI, foi possível verificar diversas ações do governo brasileiro na tentativa de viabilizar melhores condições financeiras para a população, mesmo enfrentando uma forte questão com a dívida externa. Sob uma ótica política durante o primeiro governo Lula, um dos principais focos era elevar o PIB e a distribuição de renda, por meio da expansão do crédito bancário e das transferências de renda associadas às novas políticas que estavam sendo realizadas, bem como a política de valorização do salário mínimo (Meressi e Silva, 2016). Tais fatores foram cruciais no desenvolvimento de uma valorização econômica, que permitiria a elevação no consumo brasileiro.

O aumento do poder aquisitivo, graças às políticas econômicas realizadas na primeira década deste século, fomentou o aumento da capacidade aquisitiva da população brasileira, admitindo uma grande evolução e aumento do Produto Interno Bruto. Como fica evidenciado na tabela a seguir, de acordo com Gomes (2011), desde a década de 40 até 2010, houve um crescimento evidente do PIB nacional, o que torna evidente que o poder de compra foi gratificado em virtude das políticas que foram realizadas ao longo da primeira década no país.

No gráfico a seguir, o autor realiza uma análise comparativa entre o percentual do consumo no PIB, referente a alguns países do mundo que foram considerados em seu estudo.

Tabela 1 - A importância do consumo no PIB

Percentual do consumo no PIB	Número de países	Percentual de países
Maior do que 50%	165	87%
Maior do que 60%	146	77%
Maior do que 70%	99	52%
Maior do que 80%	55	29%
Maior do que 90%	24	13%

Fonte: Gomes (2011)

De acordo com o autor, o Brasil, desde os anos 40 até 2010, teve seu PIB elevado entre 50% e aproximadamente 70%, o que torna evidente a abrangência e elevação das taxas

de consumo. Desse modo, é cabível entender que, se por um lado houve um benefício e desenvolvimento de grande parte da população com poder aquisitivo, isso significa também que há uma grande demanda, para que as necessidades possam ser supridas, tornando claro que os esforços do governo na época trouxeram resultados positivos para o consumo.

Entretanto, é cabível entender que o consumo se diferencia do consumismo e estes admitem barreiras singelas que admitem suas discrepâncias.

Consumir é essencial para todos os indivíduos, entretanto, quando se aliado aos preceitos e interesses pessoais de satisfação, promulgados pela indústria capitalista, este se torna um fomento para diversas problemáticas no mundo, bem como a problemática ambiental. O consumo, de acordo com Moura (2018) é indispensável para movimentar a economia capitalista. É compreendido, então, como uma maneira consciente, responsável e até mesmo sustentável de admitir tais práticas. Já o consumismo, ainda na visão de Moura (2018), é uma prática que transcende barreiras sociais como questões de raça, gênero, etc, e que admite um viés egocêntrico de consumir cada vez mais, indiscutivelmente.

Admitindo esta visão geral, pode-se concluir que o modo de vida atual, fortemente ligado aos padrões de consumo exploratórios da natureza, acarreta consequências graves ao meio ambiente. No Brasil, um país de forte diversidade, principalmente na questão produtiva e econômica, grande parte da população, senão em sua maioria, depende da produção agropecuária para o sustento. Não obstante, as demandas comerciais mundiais brasileiras também são fortemente pautadas neste viés da agricultura. Nessa via, torna-se essencial entender qual a relação entre a necessidade de consumo e o meio ambiente.

O consumo e o Meio Ambiente mantém relações intrínsecas entre si. A necessidade de consumo pode admitir diversas origens. Na era em que vivemos, a era neoliberal, os sujeitos se subvertem à categoria de meros consumidores (Gressole, 2008). A humanidade cresce com a mentalidade de que o certo é ter para ser. O desenvolvimento dessa ideologia se transmite nos diversos setores da sociedade, bem como no cenário ambiental.

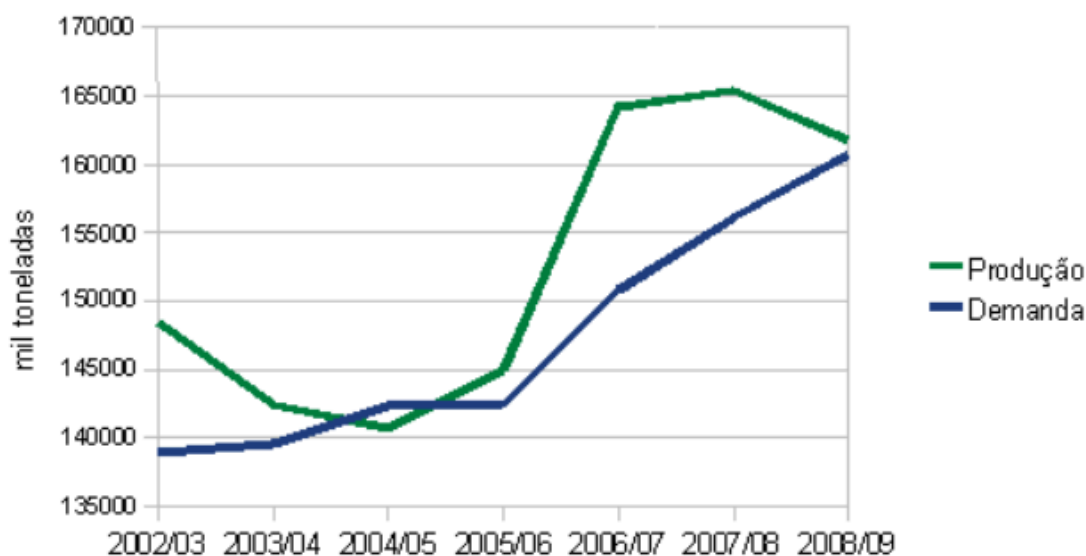
Não é de hoje que as pautas ambientais assombram o imaginário coletivo. O aquecimento global, o aumento do buraco na camada de ozônio são consequências dos diversos atos exploratórios da humanidade. Isso significa que o meio ambiente está sendo explorado de uma forma que não há regeneração capaz de superá-la (Messi, Silva, 2016).

Ao pensar na relação entre o consumo e meio ambiente, é essencial mencionar como isso se relaciona à questão da agropecuária, para que seja possível entender também como a agricultura é um ponto forte no cenário brasileiro. A economia brasileira em sua grande parte é movida pela agropecuária. Isso fica evidente pois de acordo com o CEPEA-Esalq/USP (2025), o agronegócio respondeu, em média entre 1995 e 2021, por cerca de 24,7% do PIB brasileiro, com a agropecuária contribuindo com aproximadamente 4,6% e a agroindústria mais 7,4%, evidenciando que uma grande parte da economia do país é sustentada pela cadeia produtiva do campo (CEPEA-Esalq/USP, 2025). É graças a ela que a economia do país teve um aumento de aproximadamente 15% em 2023, trazendo mais de 600 bilhões de reais (BRASIL, 2024). Nesse sentido, é possível verificar que há uma relação de oferta e demanda, em que a demanda agropecuária brasileira tem sido altamente valorizada e procurada pelo

mercado, tanto nacional quanto internacional. A relação entre oferta e demanda no cenário agropecuário significa que a oferta é todo o produto que estará disponível, e a demanda é o produto que virá a ser consumido (Vian, 2022).

De acordo com Vian (2022), a relação de oferta e demanda agrícola pode ser ilustrada por meio deste gráfico a seguir:

Figura 5 - Gráfico relação Produção de açúcar x Demanda



Fonte: Vian 2022

A figura acima representa a evolução da produção frente à demanda mundial de açúcar compreendida nos anos de 2002/2003 e de 2007/2008. Os preços internacionais do açúcar aumentaram no momento em que os estoques reduziram. Desse modo, fica clara a relação entre oferta e demanda explícita anteriormente. O consumo transpassa barreiras tanto físicas quanto simbólicas, e no cenário da agropecuária não poderia ser diferente.

Sobre a Soja e a cultura da Soja no Brasil

De acordo com o Embrapa Soja (2021), a soja, *Glycine max* (L) Merrill, cultivada no Brasil (Figura 6), para a produção de grãos, é uma planta herbácea, da classe Rosidae, ordem Fabales, família Fabaceae, subfamília Papilionoideae, tribo Phaseoleae, gênero *Glycine* L. Outras características específicas sobre a soja, são de acordo com as principais características que apresentam, como o caule hispido, pouco ramificado e raiz com eixo principal e muitas ramificações. Possuem folhas trifolioladas, com exceção do primeiro par de folhas simples, no nó acima do nó cotiledonar.

Possui flores de fecundação autógama, típicas da subfamília Papilionoideae, de cor branca, roxa ou intermediária. Desenvolvem vagens, que são os legumes, levemente

arqueadas que, à medida que amadurecem. A coloração destas plantas pode evoluir do verde para amarelo-pálido, marrom-claro, marrom ou cinza, e que podem conter de uma a cinco sementes lisas, elípticas ou globosas, de tegumento amarelo pálido, com hilo preto, marrom, ou amarelo-palha. Sobre o crescimento da soja, podem apresentar crescimento indeterminado (sem racemo terminal), determinado (com racemo terminal) ou semi determinado (intermediário) (Embrapa Soja, 2021).

A estatura das plantas varia de acordo com as condições ambientais disponíveis. A estatura ideal está entre 60 a 110 cm, sendo um crescimento favorável para lavouras comerciais que utilizam de aparatos mecânicos para a colheita. A floração da soja está relacionada com o ambiente, responde a duração da noite. Entretanto, normalmente fala-se em fotoperíodo, que é a duração do dia, e diz-se que a soja é uma planta de dias curtos, uma vez que, pois sob dias longos, ela pode ter um atraso em seu florescimento e alongar seu ciclo (Embrapa Soja, 2021). Esse fato permitiu que o Brasil tornasse a soja tropical, por ela ser cultivada em períodos mais curtos, sendo um dos principais fatores que permitiu que houvesse um desenvolvimento em diversas regiões do país, afinal, esta leguminosa é de ciclo anual de 90 a 160 dias, cultivada na China há milhares de anos, mas de origem no extremo Oriente. Graças ao seu melhoramento genético, o cultivo em outras latitudes é possível (Cavalett, pg. 9, 2008).

As cultivares brasileiras de soja são classificadas em grupos de maturação (GM), com base no seu ciclo. De acordo com Embrapa Soja (2021), essa classificação varia conforme a região, por exemplo, para Minas Gerais, os GM são:

- Semiprecoce (101 a 110 dias)
- Médio (111 a 125 dias)
- Semitardio (125-145 dias)
- Tardio (>145 dias)

Cabe mencionar também que no Paraná, são: precoce (até 115 dias); semiprecoce (116-125 dias); médio (126-137 dias) e semitardio (138-145 dias) (Embrapa Soja, 2021).

Figura 6: *Glycine Max (L) Merrill*

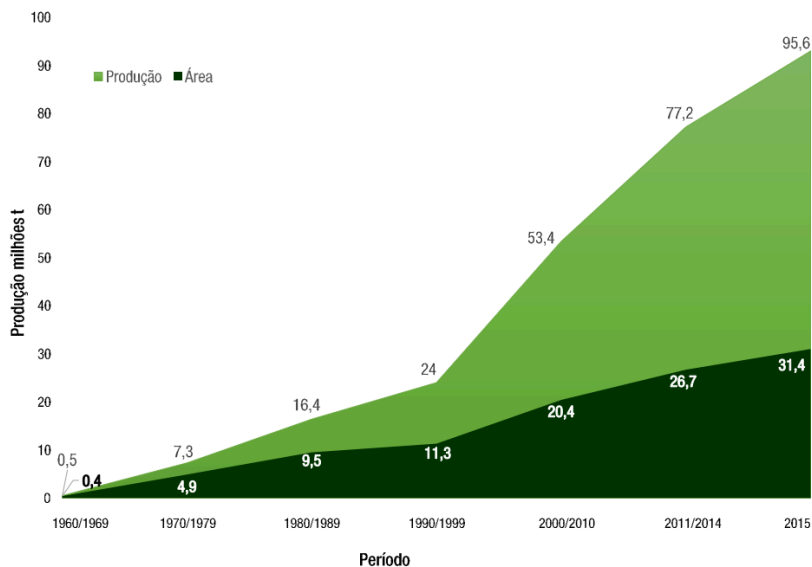


Fonte: Google Imagens, https://br.123rf.com/photo_37233617_soybean-glycine-max-l-merrill.html

Para entender como a cultura da soja no cenário brasileiro atual é forte, é necessário dar alguns passos ao passado, para que se possa entender todo o processo. A soja se manifestou no Brasil, no início do século XX, juntamente com o estabelecimento da EMBRAPA no país. A priori, a cultura da soja dominava o cenário internacional, mais especificamente na Ásia, devido às condições climáticas favoráveis ao seu cultivo. Entretanto, quando a soja manifestou seu bom domínio na região sul do Brasil, ela passou a ser semeada nesta região (Embrapa, pg. 20, 2016).

A falta de entendimento preciso e pesquisas mais elaboradas e aprofundadas sobre a soja motivou o governo brasileiro a estabelecer uma parceria com os Estados Unidos e trazer e formar importantes pesquisadores na área, o que permitiu que ganhasse força neste cenário. Foi graças a este avanço promissor que ao final dos anos 40, o Brasil se destaca no cenário internacional com a soja (Embrapa, pg, 22, 2016). Esses fatores históricos reforçam o quão importante é a soja para o comércio brasileiro internacional, que foi crescendo ao longo dos anos. Isso se evidencia de maneira mais detalhada no gráfico a seguir.

Figura 7: Expansão da cultura da soja no Brasil, no período de 1960 a 2015.

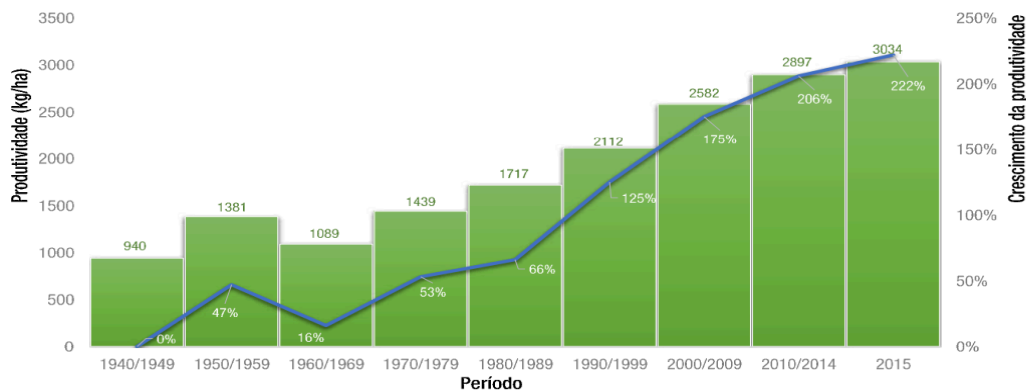


Fonte: Embrapa 2016

O crescimento da produção da soja se deu principalmente em virtude do aumento da área de cultivo disponível. Este ponto será extremamente importante para que se possa compreender os passos a serem seguidos na modelagem matemática mais adiante. O aumento da área de cultivo disponível implica em questões ambientais que também devem ser analisadas, por isso, seguindo com a modelagem matemática, os dados serão analisados e a questão ambiental será tratada.

De acordo com a Embrapa (2016), o aumento da área se deu ao longo dos anos 50/60, principalmente em virtude de uma produtividade negativa ao final das décadas de 50 e 60, referente ao início de ambas. Essa motivação para a produtividade implicou no avanço da área. A partir da década de 60, com o aumento da área disponível, houve um crescimento gradativo da produtividade da soja, como fica ilustrado na figura abaixo:

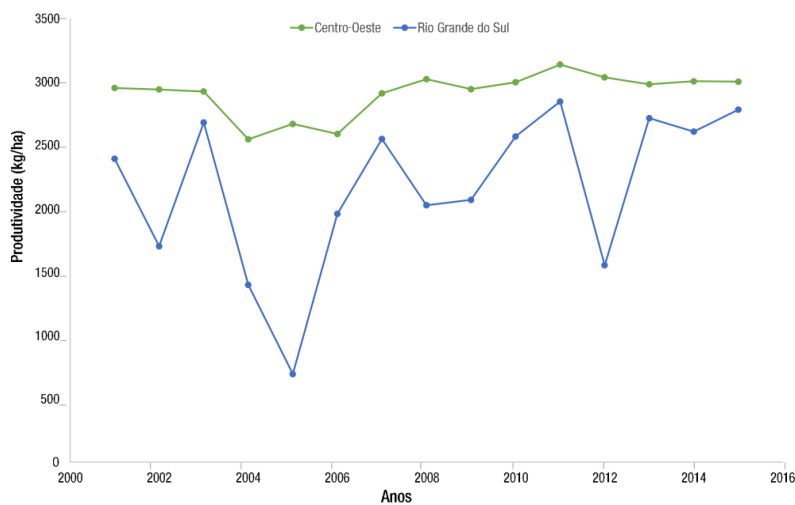
Figura 8: Produtividade média (kg/ha) nas décadas de 1940 a 2015 e crescimento (%) em relação a 1940.



Fonte: Embrapa 2016

A partir deste gráfico, ilustrado na figura 4, pode-se entender que o avanço e produtividade da soja seguiram expoentes e a expansão da área cultivada continua crescendo até o momento. A expansão da soja se deu principalmente ao Centro-Oeste (Cerrado) do Brasil, local de características climáticas bem diferentes do Rio Grande do Sul. A introdução da engenharia genética na soja, foi um dos principais motivadores que permitiram este avanço (Embrapa, 2016). Uma das principais contribuições da engenharia genética para a soja foi garantir à leguminosa a resistência a doenças que podem acometer à cultura (Freitas, 2011). A gráfico da Figura 5 abaixo ilustra esta relação entre o Centro-Oeste e o Sul:

Figura 9: Produtividade da soja no Centro-Oeste vs. Rio Grande do Sul (2000/2014).



Essa expansão na região do Cerrado, que se elevou consideravelmente, conforme os dados acima, é conhecida como Mapitoba. Isso se deve em virtude do avanço da fronteira da soja abrangendo as regiões do Maranhão, Piauí, Tocantins e a Bahia, no Norte e Nordeste do país (Freitas, 2011).

Graças ao avanço das fronteiras, há expansão das terras disponíveis. Por volta dos anos 2003 e 2004, o Brasil se tornou o maior exportador de soja mundial, sendo os principais estados produtores, Paraná, Mato Grosso e Mato Grosso do Sul. Em outras regiões do país, como a região Central, o desenvolvimento que permitiu essa produtividade se deve em fato do investimento em áreas específicas de produção e infraestrutura, além da topografia necessária, condições climáticas e de solo que permitiam a mecanização essencial para este desenvolvimento. De modo geral, a produção da soja trouxe diversos impactos ao Brasil. A criação de novas cidades, a transformação de pequenos conglomerados em maiores, além da tecnificação de outras culturas como o milho, a suinocultura etc (Domingues, Berman e Manfredini, 2014).

Em suma, é possível compreender que a soja constituiu importante marco no cenário agrícola, econômico, social e cultural no desenvolvimento brasileiro. Este avanço, apesar de ser benéfico em vários pontos, como na questão econômica do país, a questão ambiental, por outro lado, sofre em detrimento deste parâmetro. Aliado ao sistema capitalista, como mencionado anteriormente, o ideal de produção, geração e lucro, providos pelo capital é inerte ao cenário da soja. A modelagem matemática auxilia numa visão panorâmica de alguns dados que se tratam sobre a soja, e auxilia na compreensão da problematização que pode ser feita sobre tais pontos.

A Modelagem Matemática

A matemática, bem como diversas outras ciências, comportam-se como ferramentas essenciais e cruciais para o desenvolvimento e execução de diversas atividades no cotidiano. Por mais que seja temida por muitos, tal ciência e suas áreas correlatas como a Estatística, que serão exploradas neste trabalho, comportam-se como aparato crucial para a análise de diversos problemas ambientais.

A princípio, é essencial desmistificar a ideia de que a Matemática é uma área independente das outras ciências, bem como uma ciência complexa e de difícil compreensão. Por que a maioria das pessoas a consideram complexa e de difícil compreensão? Afinal, esta área e suas tecnologias conseguem ser fruto do desenvolvimento de diversas metodologias e soluções para diversos problemas atuais, então, o que motiva esta ciência ser tão temida?

Em muitos casos, a sensação de que esta não é uma ciência aliada para a maioria das pessoas, se dá desde o ensino fundamental, em que muitos admitem o primeiro contato com a ciência, encarando suas dificuldades e complexidades (DAMACENO, OLIVEIRA, CARDOSO, 2018). A matemática se trata de uma ciência que instiga o pensamento abstrato,

comportando-se de uma forma lógica, admitindo, então, um certo grau de complexidade (BASSANEZI, pg. 17, 2015). Por conta destas dificuldades, a sensação de que a matemática é a vilã dos estudantes, é uma sensação exponencial. Contudo, é por conta desse fator que a educação precisa atuar e estruturar uma melhor maneira de desenvolver e ensinar tal ciência para jovens e adultos.

É neste ponto em que a modelagem matemática surge neste estudo. A princípio, é inerente aos seres humanos efetuarem diversas correlações entre o mundo em que vivem e suas noções pessoais. Desse modo, no campo das ciências exatas, a modelagem é uma ferramenta capaz de auxiliar na investigação de diversas situações da vida cotidiana. Ela é capaz de comprovar a importância das ciências exatas para a vida humana. Mas o que vem a ser a modelagem matemática?

A modelagem matemática pode ser entendida como uma abordagem metodológica regida a partir de um viés investigativo, que visa encontrar soluções para os problemas da vida cotidiana (MIYASAKI, 2008). É possível concluir, então, que a modelagem matemática é uma forma de captar o mundo, questioná-lo, sendo um comportamento inerente aos seres humanos de prestar o olhar ao redor problematizá-lo em busca de soluções. Esta ferramenta se integra, então, à problematização e à investigação. É a partir das perguntas feitas, que pode-se partir para a busca de uma organização de informações, reflexões e então uma conclusão acerca delas (MIYASAKI, 2008).

A partir desta noção primordial, pode-se concluir as diversas aplicações da modelagem matemática, se difundindo por diferentes áreas, bem como na área ambiental. Para adentrar no conceito em si, principalmente ao se tratar dos benefícios e contribuições que a modelagem pode trazer nas análises e estudos ambientais, é essencial entender como foi desenvolvida esta ferramenta, quais suas origens, para que hoje se possa utilizá-la em diversas áreas.

A matemática está presente em diversas áreas e em diversas situações do dia a dia. Refletir sobre sua origem, é entender que esta ciência natural é fruto do aperfeiçoamento e desenvolvimento da capacidade lógica humana. É uma ciência natural que está, assim como todas as coisas existentes, em evolução e modificação (ARAGÃO, BARBOSA, 2016), dessa forma, novos apetrechos e novas formas de se interpretar a realidade sob ótica matemática, ocorrem constantemente e com a modelagem matemática, este desenvolvimento não foi diferente. Desde o século XX, diversos matemáticos e demais cientistas ponderaram sobre a maneira pela qual a matemática estava sendo ensinada e de que maneira poderia ser revolucionado este ensino (ARAGÃO, BARBOSA, 2016). Os estudos de modelagem matemática se mostram presentes na área da engenharia, bem como ciências econômicas desde meados do século passado, constando na literatura (BIEMBENGUT, 2009).

O debate utilitarista da matemática ao longo dos anos 60 impulsionou o pensamento de renovação e inovação desta estratégia de estudo. A princípio, o movimento que se impulsionou ao longo desta década na Europa, com pesquisadores, como o holandês Hans Freudenthal, dentre outros que incitaram a busca de uma nova forma de ensinar, culminando também em congressos, como um importante ocorrido em 1978 tratando sobre a

“Matemática e a Realidade”(BIEMBENGUT, 2009). Estes fatores, dentre outros ao longo do século passado, permitiram com que novas ideias fossem acrescentadas ao estudo e ensino da matemática, culminando ao que hoje é conhecido como a Modelagem Matemática em si. Estes fatores mundiais influenciaram a academia brasileira, trazendo novas ideias para o país.

Com o desenvolvimento desta ferramenta de ensino e aprendizagem, a maneira de transmitir os conhecimentos matemáticos foi revolucionado. Não somente isso, mas por se tratar de uma ferramenta interdisciplinar, variadas áreas do conhecimento usufruíram da modelagem matemática para o desenvolvimento e aprimoramento na atualidade, como, por exemplo o uso da modelagem matemática em programação de computadores (CARVALHO, KLÜBER, 2021). Isso mostra como tal ferramenta consegue ser versátil e se manifestar como um aperfeiçoamento essencial em diversas áreas, bem como nas Ciências Ambientais.

Modelagem matemática e Ciências Ambientais: Por que a relação da Modelagem com o Meio Ambiente é importante?

Como mencionado anteriormente, a modelagem matemática surgiu a partir da manutenção do olhar educacional de diversos professores para ensinar matemática. Nesse viés, no cenário atual, é essencial pensar em como a modelagem matemática, bem como a estatística, conseguem se mostrar essenciais para o desenvolvimento dos cidadãos conscientes da importância da sustentabilidade na geração atual, bem como a futura.

A princípio, é essencial compreendermos a relação do ser humano com os estudos matemáticos, que levam conseqüentemente aos estudos estatísticos. Na Educação Ambiental em geral, um parâmetro discutido em alta é como os seres humanos conseguem se formar como cidadãos críticos e pensantes acerca das transformações ambientais ao redor. Para isso, a interdisciplinaridade é fator essencial para que o indivíduo compreenda com totalidade tudo aquilo que o circunda (GROENWALD, FILIPPSSEN, 2004).

Desde muito cedo, é comum pensar que o ensino matemático consegue se comportar como um vilão, que é uma disciplina difícil, podendo parecer atrapalhar a vida dos estudantes. Entretanto, a razão da complexidade se manifesta na possibilidade de caminhos que podem surgir, graças à noção deste conhecimento.

A princípio, é cabível entender a relevância do conhecimento e a educação. Conhecido no ramo das Ciências Humanas, Paulo Freire foi um dos importantes pensadores brasileiros a tratar do que era a educação e qual seu propósito. Afinal, qual a grande importância de ensinar e fazer um indivíduo aprender? A educação, para Freire, se comporta como um processo de remodelação da realidade. Por meio da reflexão humana, seria possível uma mudança da realidade, sendo este o importante gerador do conhecimento (Costa, 2015). Com esse conceito de educação e conhecimento, pode-se verificar que esses ideais se transmitem para outros ramos do conhecimento, como a educação ambiental e a educação matemática, afinal tanto a educação ambiental, bem como a educação matemática são geradoras de conhecimento essenciais para a humanidade.

Com o aperfeiçoamento da tecnologia, a humanidade caminhou para novos rumos onde a progressão da melhoria da qualidade de vida é um valor a se atingir. Entretanto, algumas esferas da vida necessitam de mudanças e adaptações, a fim de se adequar à nova era de avanço científico. Quando se pensa no ramo educacional, este fator não é diferente. É essencial que educadores busquem formas diferenciadas de abordar e tratar suas temáticas (Groenwald, 2015). E, dessa forma, as maneiras de se entender a vida e a realidade também se tornam pauta nesta era de mudanças. É a partir dessa diversidade de questões, que pode-se verificar que a Educação Ambiental surge, não como uma área especializada, mas sim, como um conjunto transcendental de conhecimento (Groenwald, 2015). Nessa perspectiva, o que é a Educação Ambiental?

Em meio a importantes debates, mais precisamente nos anos 70, o conceito de Educação Ambiental surge na a Primeira Conferência Intergovernamental sobre Educação Ambiental, em Tbilisi, como um processo no qual os indivíduos tomam ciência do meio ambiente, bem como seus valores, capacitando-os a agir individualmente e coletivamente, a fim de solucionar problemas ambientais do passado e presente (Pelicioni, *apud*; Dias 1992, pg. 92). Este ramo da educação se manifesta em um período de fortes mudanças globais no meio ambiente, mudanças tão fortes a ponto de necessitar a busca de soluções para os problemas causados, como fica claro na explicação de Ramos (2001):

“De um modo geral, as questões ambientais foram traduzidas como problemas de poluição do ar, do solo, da água e da escassez dos recursos naturais colocando em risco o bem-estar do homem. Por isso, deveriam ser conservados, com ênfase na necessidade de adotar políticas globais baseada na interdependência planetária de todos os problemas ambientais.”

Desse modo, a Educação Ambiental conquistou escala mundial, afinal, é um conceito de parte pelo todo: as ações individuais se tornam coletivas, afinal, como tratado anteriormente nesta pesquisa, o consumo da população brasileira tem aumentado, e isso se reflete principalmente na agricultura não somente por ser uma das maiores fontes de renda para o país, mas também devido à forte dependência humana destes recursos naturais.

Mediante ao abordado acima, é possível compreender a relevância dos estudos ambientais, a educação ambiental e outros fatores relacionados com a matemática. Nessa via, é essencial compreender a relação das Ciências Ambientais com a Modelagem Matemática.

Ciências Ambientais e a Modelagem Matemática

A interdisciplinaridade da modelagem matemática se manifesta presente em diversos estudos e análises ambientais. Isso significa que há uma imensa possibilidade de análises a partir do uso desta metodologia científica. A modelagem matemática é uma ferramenta útil para diversos outros tópicos nas ciências em geral, isso também implica nos estudos das Ciências Ambientais. Entender a relação que a modelagem matemática pode admitir dentro das Ciências Ambientais é fundamental para o progresso desta pesquisa.

As Ciências Ambientais, como um conceito em forma, teve sua formação a partir das grandes conferências internacionais e encontros importantes, mediante as problemáticas

decorrentes ao meio ambiente. O que pode ser conhecido como “crise ambiental”, ao longo dos anos 60, foi decorrente de uma união de fatores, como, de acordo com Frank, Berbet (2017, apud Leff 2009, p. 236):

- “1) Os limites do crescimento e a construção de um novo paradigma de produção sustentável.
- 2) A fragmentação do conhecimento e a emergência da teoria de sistemas e do pensamento da complexidade.
- 3) O questionamento da concentração do poder do Estado e do mercado, e a reivindicação de democracia, equidade, justiça, participação e autonomia, da parte da cidadania.”

Os impactos antrópicos necessitavam de pesquisas e estudos interdisciplinares para que pudessem ser compreendidos e analisados. Um dos importantes marcos da consolidação das ciências ambientais foi a publicação do livro *Primavera Silenciosa*, de Rachel Carson em 1962. Este livro tratava acerca da poluição ambiental causada pelos agrotóxicos, reunindo uma série de estudos interdisciplinares para explicar o impacto causado (Frank, Berbet, p. 11, 2017). Ao longo dos anos 60 o crescimento do debate ambiental internacional ganhou força, principalmente com diversos encontros e conferências como a Conferência de Estocolmo em 1972.

Uma das mais importantes conferências realizadas no século XX, a Conferência de Estocolmo trouxe como temática principal a degradação ambiental. Os principais fatores que levaram a esta conferência, de acordo com Passos (2009), giraram em torno:

- 1) da publicidade dos problemas ambientais, que estavam ganhando força e ficando mais evidentes, como catástrofes, o desaparecimento de territórios, dentre outros.

- 2) o avanço científico ao longo dos anos 60, que implicou em diversas mudanças climáticas, na qualidade e quantidade da água.

- 3) o crescimento populacional, juntamente com as mudanças no estilo de vida, que poderiam trazer implicações a longo prazo.

- 4) inúmeros outros problemas, identificados no fim dos anos 1960 por cientistas e instituições governamentais, que foram considerados de maior importância, afinal, não podiam ser resolvidos de outra forma que não a cooperação internacional, como as chuvas ácidas, a poluição do Mar Báltico, a acumulação de metais pesados e de pesticidas que impregnava peixes e aves.

Esses debates ganharam força ao longo do século XX, evoluindo cada vez mais. Outro momento importante ocorreu em 1987. Foi promovido o Relatório Brundtland segundo a temática: nosso futuro comum. Nele foram contempladas as questões do aquecimento global e da destruição da camada de ozônio (Frank, Berbet, p. 12, 2017). A partir deste relatório houve o nascimento do termo “desenvolvimento sustentável”.

Essas discussões, dentre outras que seguiram adiante, como a ECO-92, que ocorreu no Brasil, visavam tratar dos problemas ambientais decorrentes das ações antrópicas do passado-presente. As ciências ambientais são uma união de todos estes debates e estudos, ou seja, é um ramo do conhecimento que trata toda a interdisciplinaridade que há no meio ambiente. Nessa via, é importante pensar o que é ciências ambientais.

Definir o que é ciência é uma tarefa que vem sendo discutida desde séculos no campo da filosofia. A ciência admite diferentes definições para diversos pensadores, entretanto a ideia comumente difundida acerca da definição de ciência pode-se definir, de acordo com Chalmers, p. 17 (1993), como:

“Conhecimento científico é conhecimento provado. As teorias científicas são derivadas de maneira rigorosa da obtenção dos dados da experiência adquiridos por observação e experimento. A ciência é baseada no que podemos ver, ouvir, tocar etc. Opiniões ou preferências pessoais e suposições especulativas não têm lugar na ciência. A ciência é objetiva. O conhecimento científico é conhecimento confiável porque é conhecimento provado objetivamente”

A ciência então, busca, por meio do método científico, conseguir compreender o funcionamento de determinados sistemas, produzindo então o conhecimento (Frank, Berbet, 2017, apud Miller JR., 2007, p. 19), ou seja, ela busca novas ideias, modelos ou princípios, que possam explicar o que ocorre na natureza. Nessa via, as ciências ambientais podem ser entendidas como uma ciência que visa uma resposta ambiental, tecendo um contraponto à visão antropocêntrica de terra como um serviço, apenas. As ciências ambientais, portanto, admitem uma grande interdisciplinaridade e a sustentabilidade, admitindo estas duas premissas como norte (Frank, Berbet, 2017).

A interdisciplinaridade nas ciências ambientais pode ser entendida como uma relação de diversas disciplinas, estabelecendo diálogos para a solução de problemas complexos (Frank, Berbet, 2017) ao meio ambiente. Uma das importantes relações da interdisciplinaridade neste ramo de estudo, é a matemática.

A matemática também é uma ciência interdisciplinar, que pode ser facilmente integrada a outras áreas do saber científico, exercendo uma associação intrínseca onde a aprendizagem de matemática pode se tornar plena quando associada às ciências da natureza (França, Godoy, Stocco, 2020). Isso se reflete em como as ciências ambientais hoje usufruem de diversos parâmetros para se estabelecer e contornar as problemáticas ambientais.

A modelagem matemática é um dos principais caminhos da interdisciplinaridade nas ciências ambientais e metodologia essencial para o pensar matemático como ensinamento. Ao explorar as aplicações matemáticas no dia-a-dia, a partir do desenvolvimento de modelos e do relacionamento entre a matemática utilizada na modelagem, isso permite com que um educador possa oferecer ao educando a oportunidade de contextualizar os conteúdos de uma maneira prática, com muito significado (Jacobini, Wodewotzki, 2006).

Isso fica evidente nas diferentes aplicações e vertentes da modelagem matemática no cenário ambiental. Quando se pensa em impactos ambientais, há uma pluralidade diferente de casos que podem ser analisados sob à luz da modelagem matemática. A agropecuária, principalmente no cenário nacional, admite grande força tanto no cenário econômico tanto nos impactos ambientais. O trabalho “MODELAGEM MATEMÁTICA PARA O PLANEJAMENTO, OTIMIZAÇÃO E AVALIAÇÃO DA PRODUÇÃO AGROPECUÁRIA” de Gameiro, Filho, Barros (2010) ilustra a tentativa de integrar o meio ambiente com o meio matemático, visando compreender a melhor maneira de utilizar o ambiente de forma produtiva, levando em consideração os impactos ambientais envolvidos nesta produção.

No trabalho citado acima é possível observar uma proposição de modelos matemáticos multiobjetivo de planejamento e otimização da propriedade rural. O modelo utilizado pode ser definido como uma integração entre lavoura e pecuária sendo então classificado como “multiobjetivo”. Tal modelo, de acordo com Gameiro, Filho e Barros (2010) “caracteriza um modelo de Programação Linear como “multiobjetivo” – tal como sugere o nome – é o fato de sua função objetivo ser composta por mais de um conjunto de atributos a serem otimizados.” A aplicação desta modelagem matemática se mostra como um potencial eficaz na análise de campo, bem como para os estudos ambientais. A correlação entre fatores diferentes, que são levados em consideração em uma análise agropecuária, que é geradora de impactos ambientais e sociais, se manifesta dentro de proposições numéricas, que podem ser entendidas mediante a avaliação e estudo a partir dos dados aferidos.

Desse modo, tal trabalho admite grande importância científica ambiental por avaliar o impacto de alterações em parâmetros econômicos, agrônômicos e zootécnicos (Gameiro, Filho, Barros, 2010) servindo também como base para outras propostas de pesquisas científicas que utilizem o viés tecnológico neste meio.

Além deste trabalho, é possível mencionar outro estudo que envolve modelagem matemática e sua relação ambiental, principalmente dentro do caso da soja, diz respeito à “Modelagem matemática da hidratação da soja”, Saizaki, Pianezzer (2022). A hidratação, tanto da soja quanto de outros grãos como feijão, é um processo essencial para o comércio. Estes grãos não possuem alta permeabilidade, o processo de hidratação auxilia na extração dos componentes de maior interesse comercial (Saizaki, Pianezzer, 2022). Este estudo, trabalhado pelas autoras, visa trazer uma otimização no processo industrial. A utilização de modelos matemáticos empíricos como de Peleg, Pilosof-Boquet-Bartholomai e Singh e Kulshrestha foram essenciais para o desenvolvimento da modelagem matemática proposta, além do uso do *software* Matlab, uma ferramenta que auxilia na realização de cálculos matemáticos, comumente utilizados na engenharia.

Por meio da modelagem matemática proposta, este trabalho trouxe como contribuição que a equação proposta pode ser aplicada para fins de predição da concentração de água no grão de soja em função do tempo. Isto evidencia o potencial de implementação em processos industriais que requerem hidratação de grãos como etapa de processamento a fim de se obter resultados mais eficientes do ponto de vista econômico (Saizaki, Pianezzer, 2022).

Desse modo, mesmo com propostas diferentes, há uma variedade de trabalhos e estudos que correlacionam a modelagem matemática e as Ciências Ambientais, trazendo diversas propostas e olhares para diferentes focos que necessitam de atenção.

Um dos principais pontos a serem trabalhados, principalmente pensando na situação atual do cenário agrícola, é a questão da Soja. Entender como a modelagem matemática consegue contribuir com o ensino nas Ciências Ambientais se tratando do avanço da fronteira da leguminosa mais economicamente rentável no país é crucial para o desenvolvimento da pesquisa.

Modelagem da Distribuição e Desenvolvimento agrícola brasileiro: O caso da Soja

Para a realização da modelagem matemática nesta monografia, foi adotado como base metodológica o artigo: “Uma aplicação da modelagem Matemática na Agricultura”, de Marinela da Silveira Boemo e Leandra Anversa Fioreze (2008), sendo adaptado e estruturado para levar em consideração os dados relevantes para a pesquisa específica desta monografia.

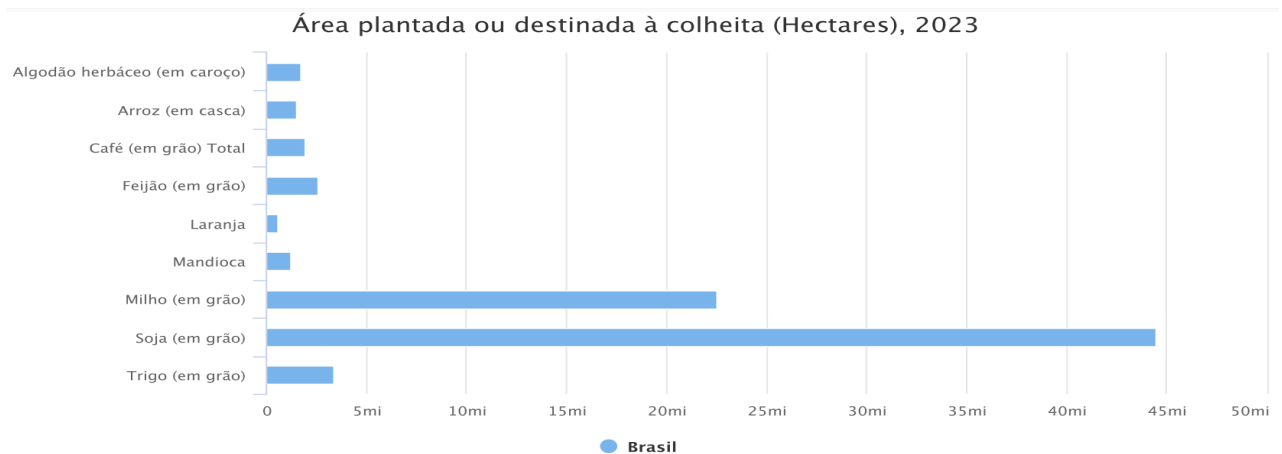
A modelagem matemática, conforme explicado anteriormente, é uma ferramenta que serve de metodologia científica para diversas análises complexas no mundo real. Realizar uma análise do tipo para o caso ambiental, especificamente agrícola, auxilia a compreensão de diversos parâmetros, que podem não necessariamente se manifestar óbvios, a um profissional que se debruça sobre o caso trabalhado. Isso se deve em virtude da modelagem relacionar fatores reais dentro de uma equação proposta, que permitem a tradução da situação tratada. De acordo com Mendonça (1993, p. 13),

“a Modelagem Matemática é vista como um processo de sentido global que tem início numa situação real problematizada, para a qual buscaremos a solução através de um modelo matemático que traduzirá, em linguagem matemática, as relações naturais do problema de origem”

É evidente, portanto, que a modelagem permite uma visualização mais elaborada da problemática tratada, facilitando assim, a busca de soluções para tais causas.

Nessa via, o uso desta metodologia científica para a análise do desenvolvimento agrícola brasileiro auxiliará na compreensão acerca dos possíveis impactos ambientais que giram em torno dos principais plantios do cenário atual, como o caso da soja. A soja é um dos principais produtos no cenário agrícola brasileiro. De acordo com dados estatísticos do SIDRA, Sistema IBGE De Recuperação Automática, pode-se verificar que em 2023, a soja foi a produção que mais cresceu no ano no quesito de valor de financeiro, também foi a que mais teve área destinada à colheita, como pode ser visualizado na figura 4. Essa prática, além de todas as problemáticas relacionadas ao consumo e consumismo, tratadas anteriormente, que são pautas da educação ambiental, pode gerar impactos ambientais significativos que exigem melhor pesquisa e estudo sobre.

Figura 10 - Área plantada ou destinada à colheita (Hectares), 2023.



Fonte: IBGE - Produção Agrícola Municipal

A fim de relacionar os impactos ambientais com o plantio da soja, a modelagem matemática auxiliará na relação de diferentes variáveis acerca da soja, permitindo uma análise póstuma sobre os impactos ambientais.

Se tratando da modelagem matemática no caso: “**Plantio da soja: a determinação do espaçamento ideal entre plantas a fim de maximizar sua produção total**”, é preciso que, para que seja viável a sua aplicação, haja uma compreensão inicial de alguns fatores que serão analisados. Para isso, serão definidas as variáveis:

- ***P***: Produção total de soja (*kg/hectare*).
- ***d***: Distância entre plantas consecutivas (*cm*).
- ***b***: Número de plantas por hectare.
- ***w***: Peso médio de grãos por planta (*kg*).
- ***A***: Área total disponível (*m²*).

Sintetizando as variáveis em uma equação matemática, obtemos uma função da produção:

$$P(d,b) = w \cdot b$$

Analisando esta função, é correto afirmar que a produção total da soja é diretamente proporcional à quantidade de plantas por hectare (*b*) e ao peso médio de grãos por planta (*w*). Desse modo, esta função indica que (*b*), número de plantas por hectare, é influenciado pelo espaçamento entre plantas (*d*) e a área disponível (*A*).

Adiante, a relação entre a densidade de plantio e o espaçamento entre plantas é formada a partir de um padrão regular de plantio, com plantas dispostas, em linhas uniformes. O plantio da soja é realizado em grande extensão em rotação de culturas, prática que melhora as propriedades físicas, químicas e biológicas do solo e até ajuda a aumentar a produtividade de culturas (SANTOS, AMARAL, LIMA; 2021). A relação do plantio linear da produção da soja pode ser estabelecida como:

$$b = A / d^2$$

Nessa equação foi adotado para cada planta a ocupação de uma área aproximada de d^2 e é através da substituição na relação de produção, que é possível expressar a produção total (P) em função de seu espaçamento, tal que:

$$P(d) = w (A / d^2)$$

Neste ponto, é essencial que outros aparatos matemáticos possam entrar em ação para determinar o espaçamento ideal. Para encontrar o espaçamento ideal, será calculada a derivada da função. A derivada pode ser entendida como uma taxa de variação, um caso específico dentro do estudo de limites (Stewart, pg 131, 2013). As derivadas são comumente utilizadas para cálculos de velocidade, crescimento de determinado caso, muito comumente visualizadas na engenharia e diversas outras áreas da ciência.

Então, será calculada a derivada desta função $P(d)$ em relação a d , de modo que, utilizando a regra da derivada de uma potência, deriva-se a função $P(d)$:

$$P'(d) = w \cdot A \cdot (d/d (d^{-2}))$$

De acordo com Stewart (2013), a regra da derivada da potência pode ser definida como ilustrado na Figura 11:

Figura 11: Regra da Potência

A Regra da Potência (Versão Geral) Se n for um número real qualquer, então

$$\frac{d}{dx} (x^n) = nx^{n-1}$$

Fonte: Stewart, pg 160, 2013

Aplicando a regra derivada da potência em d^{-2} :

$$d / d (d^{-2}) = - 2 \cdot d^{-3} = - 2/d^3$$

Logo:

$$P'(d) = w \cdot A \cdot (- 2/d^3)$$

Simplificando:

$$P'(d) = - 2wA/d^3$$

Para se determinar os pontos críticos de uma derivada, ocorre quando a derivada primeira é igual a zero, ou seja $P'(d) = 0$, ou quando não existe:

$$P'(d) = -2wA/d^3 = 0$$

No caso acima, as variáveis $w > 0$, $A > 0$, $d > 0$, são maiores que zero. A equação acima não admitirá solução válida, em virtude do numerador da equação ($-2wA$) nunca ser igual a zero. Desse modo, não há pontos críticos para esta equação, em que $P'(d) = 0$. A função adotada, $P(d)$ é uma função decrescente para valores maiores que d . Se tratando de uma modelagem em que se atribui uma interpretação física dos dados, será preciso analisar as curvas da função para que se possa determinar seu comportamento. Nesse caso, para que se possa determinar o comportamento de $P(d)$ e identificar se a produção pode ser maximizada, deve-se atentar para tais interpretações:

Quando os valores são muito pequenos de d , $P(d)$ tende a crescer. Isso se deve por mais plantas caberem na área (b aumenta).

Para valores que são muito altos de d , $P(d)$ diminui, por conta de menos plantas caberem em área (b diminui).

Dessa forma, a função $P(d)$ possui um valor máximo em um intervalo ideal de espaço. Para validar essa suposição, uma verificação é feita a partir dos máximos com a segunda derivada.

A segunda derivada da função $P(d)$ é calculada para que se possa verificar a concavidade da curva. A **segunda derivada**, de acordo com Stewart, pg 145, 2013, “Se f for uma função diferenciável, então sua derivada f' também é uma função, de modo que f' pode ter sua própria derivada, denotada por $(f')' = f''$ ”. Ou seja, como mencionado anteriormente, a derivada é uma taxa de variação, logo, a segunda derivada se comporta como uma taxa de variação de uma taxa de variação. Esta nova função f é chamada de segunda derivada ou derivada de ordem dois de f .” Dessa forma, calculando a segunda derivada da função $P(d)$:

$$P'(d) = -2wA/d^3$$

Realizando uma nova derivação desta equação, pode-se encontrar:

$$P''(d) = d/d (-2wA/d^3)$$

Utilizando a regra da derivação da potência com expoente negativo, que também foi empregada acima, encontra-se:

$$d/d (d^{-3}) = -3 \cdot d^{-4}$$

Pode-se concluir que:

$$P''(d) = -2wA \cdot (-3 \cdot d^{-4})$$

Simplificando esta equação, tem-se:

$$p''(d) = 6wA/d^4$$

Como neste caso $P''(d) > 0$ para todos os valores de $d > 0$, esta função admite uma concavidade para cima. Tal fato indica que o ponto crítico encontrado é um valor **mínimo local**. Ao se tratar de valores máximos e mínimos no cálculo diferencial, pode-se verificar que estes estão altamente atrelados a problemas de otimização, que é o caso da modelagem teórica acima, problemas estes que visam identificar a melhor maneira de se realizar algo (Stewart, pg. 248, 2013).

De acordo com Stewart, pg. 248 (2013), “Seja c um número no domínio D de uma função f . Então $f(c)$ é o **valor máximo** absoluto de f em D se $f(c)$ é maior ou igual a $f(x)$ para todo x em D . O **valor mínimo** absoluto de f em D se $f(c)$ é menor ou igual a $f(x)$ para todo x em D .” Além disso, a análise dos valores máximos e mínimos em uma função necessariamente precisa da análise da concavidade, conforme foi calculado acima.

Os valores são mínimos e máximos locais, ainda de acordo com Stewart, pg 248, (2013), ao se restringir os valores de uma função em intervalos específicos, o **valor máximo local** de f se $f(c)$ for maior ou igual a $f(x)$, ocorre quando x está próximo de c . E o **valor mínimo local** de f se $f(c)$ for menor ou igual a $f(x)$, se quando x está próximo de c . Desse modo, é possível

Desse modo, pode-se concluir que a maximização do resultado da função realizada acima, ocorrerá quando houver o ajuste do espaçamento objetivo, ou seja, quando o espaçamento for alterado, implicando também em outras variáveis como a área disponível. Como esta derivada é sempre positiva, pode-se afirmar que o valor crítico de d maximiza a produção.

Nesta demonstração teórica, foi possível compreender que o distanciamento entre as plantas é um tópico essencial para se entender como se porta a modelagem da soja, que será feita nos resultados, mediante dados concretos de fontes como o Embrapa e o IBGE (Instituto Brasileiro de Geografia Estatística). Esse distanciamento implica na área disponível para plantio, variável crucial que admite peso relevante nesta pesquisa ambiental.

RESULTADOS e DISCUSSÃO

Modelagem Matemática da Soja

Após a realização teórica da modelagem matemática, é essencial que haja uma aplicação com dados reais, para que seja possível uma compreensão direta do caso. Para isso,

segundo dados do IBGE e do Embrapa, adotará-se como parâmetro a plantação da soja, a princípio, com valores da produção média que são utilizados no país.

A utilização de dados referentes de 2023, pelo IBGE, disponíveis no SIDRA, afirmam que a média da soja no Brasil era por volta de 3.423kg/ha, serão utilizados nesta modelagem, para, ao final, fazer uma comparação com os valores mais recentes e atualizados. A partir destes cálculos, análises críticas, com levantamentos ambientais poderão ser feitos, posteriormente na discussão.

Os parâmetros a serem utilizados nesta modelagem serão como apresentados de maneira teórica acima, o primeiro passo a se tomar nesta modelagem é a definição do problema.

A questão principal a ser tratada nesta modelagem é a relação entre o espaçamento e a produtividade. Para isso, podemos definir o problema que guiará a modelagem aplicada a seguir: *Levando em consideração a área disponível para o plantio da soja 1 hectare (10.000m²), de acordo com dados do IBGE e do EMBRAPA, como sua produção em kg/hectare pode ser maximizada?*

Ao definir o problema, é possível entender quais são os objetivos a serem alcançados, bem como sua importância e ferramentas a serem utilizadas. Sabemos que a soja é uma das plantações mais relevantes no Brasil, sendo o espaçamento entre plantas, um fator relevante para a produtividade. Com isso, o objetivo é identificar o espaçamento ideal entre as plantas de soja em um hectare para maximizar a produtividade.

De acordo com informações obtidas no IBGE e EMBRAPA, pode-se pontuar:

- **A produção média de soja no Brasil no ano de 2023, de acordo com o IBGE (2023): 3.437kg por hectare**
- **O peso médio de grãos por planta, pode ser calculado pela divisão da Produtividade Média (kg/ha) pela densidade do plantio (Plantas/Ha).** De acordo com dados do Comunicado Técnico de 2017 do EMBRAPA, a densidade de plantio pode variar de 150.000 a 450.000 Plantas por hectare, esses valores também estão ilustrados no gráfico da Figura 4 acima. Por isso, será preciso calcular este valor. No Comunicado Técnico 112 do EMBRAPA de 2024, é explícito que o peso médio de 100 grãos de soja pode variar de 10 a 20g, podendo atingir o valor de 40g.
- **A área de plantio em um hectare, adota-se: 10.000m²**
- **O espaçamento entre as plantas (*x*) e a densidade de plantio (*b*).**

A partir desta premissa é possível esboçar as fórmulas básicas, referente às suas variáveis:

F: Produção total em kg/hectare, função do espaçamento a .
a: Peso médio de grãos por planta .
b: Densidade de plantas por hectare (número de plantas por área).
x: Espaçamento entre as plantas
A: Área disponível para plantio, 1 hectare.

Primeiro passo: Ao relacionar a Densidade e Espaçamento, pode-se verificar que a densidade de plantas b depende do espaçamento x , em que A é a área disponível:

$$b = A/x^2$$

Segundo Passo: Relacionando os dados, pode-se deduzir a Função da produção total:

$$f(x) = ab$$

Terceiro Passo: Substituindo b da primeira fórmula acima, na segunda, encontra-se uma fórmula que indica que a produção total depende inversamente do quadrado do espaçamento adotado.

$$f(x) = a (A/x^2)$$

Com esta fórmula determinada, é possível construir a função da produção. Entretanto, é necessário aplicar determinados valores que ainda não foram objetivos, como a , peso médio de grãos por planta. Para isso, será necessário realizar o cálculo mencionado anteriormente. Mediante a faixa de valores expressa no Comunicado Técnico 112, afirmando que os valores podem variar geralmente de 10g a 20g e, levando em consideração a densidade de plantio expressa no Comunicado Técnico de 2017, será adotado nesta modelagem a média do mínimo e máximo, 150.000 a 450.000, sendo 300.000.

Peso médio por planta = Produtividade Média (kg/ha) / Densidade de Plantio (plantas/ha)

$$a = 3.437 \text{ kg/ha} / 300.000 \text{ plantas/ha} \approx 0,0115 \text{ kg/planta (11,5 gramas)}$$

Quarto Passo: Aplicando os valores $a = 0,0115$, $A = 10.000\text{m}^2$ na equação feita no Terceiro Passo, a função de produção se torna:

$$f(x) = 0,0115 \cdot 10.000/x^2 = 115/x^2$$

Este resultado evidencia claramente que o espaçamento x afeta diretamente a produção, ou seja, quanto menor for o espaçamento, maior será a densidade das plantas.

Entretanto, é essencial considerar, principalmente se tratando destes dados reais, que há um limite para o crescimento. Com isso, é preciso encontrar o espaçamento ideal.

Quinto Passo: A partir do que foi feito acima, é a partir da derivada, que será possível encontrar o espaçamento ideal d . A derivada de $f(x) \rightarrow f'(x)$ utilizando as devidas regras de derivação:

$$f'(x) = -2 \cdot 115/x^3$$

Para identificar seus pontos críticos, igualamos a derivada a zero:

$$f'(x) = 0 \rightarrow -2 \cdot 115/x^3 = 0$$

Sexto Passo: Como o numerador nunca é zero, $f'(x)$ quando x tender ao infinito, sendo isso inviável fisicamente. Por isso, encontrar um valor plausível é essencial para esta pesquisa. Por conseguinte, pode-se assumir que o espaçamento x que equilibra a produção e densidade de plantas, substituindo na função de produção simplificada, feita no Terceiro Passo:

$$f(x) = a (A/x^2) \rightarrow d = \sqrt{A/2a}$$

Substituindo os valores de A e x na fórmula acima:

$$d = \sqrt{10.000/0,023} = \sqrt{434.782,60} = \text{aproximadamente } 660 \text{ cm}$$

Com este resultado, em mãos, é possível fazer uma validação do modelo estudado acima, comparando os resultados obtidos com dados reais de produtividade:

- **Densidade de plantio (b):** Com $d = 660$ cm, calcula-se

$$b = A/d^2 = 10.000/(6,6\text{m})^2 = 10.000/43,56 = \text{aprox. } 230 \text{ plantas/ha}$$

- **Produção estimada (f):** A produção estimada é

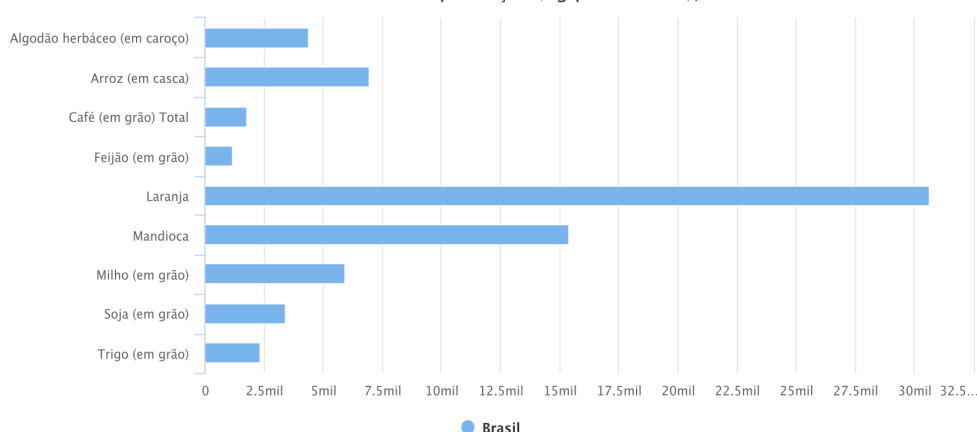
$$f = ab = 0,0115 \cdot 230 = \text{aprox. } 2,645 \text{ kg/ha.}$$

- **Comparação com a Média Nacional:** Ao comparar este valor calculado na modelagem, para um hectare, vemos que a produção estimada nesta modelagem admite um rendimento baixo. A média nacional leva em consideração as dimensões reais adotadas para o plantio, ou seja, milhões de hectares disponíveis para a monocultura ser bem desenvolvida. Entretanto, isso comprova que quanto maior a área, maior será a produção.

Ao comparar com dados obtidos no SIDRA ilustrado na Figura 12 , em 2023 sobre o rendimento médio da produção de kg/hectare no Brasil, que foi, como mencionado acima, de 3.423kg/ha, pode-se analisar a partir da modelagem feita acima, que em apenas 1 hectare, a produtividade não consegue ser maximizada, tampouco admite um bom rendimento. A partir disso, quanto maior a área em hectares disponíveis, maior será a produtividade e, por conseguinte, esta produção admitirá um bom rendimento e lucratividade para os produtores.

O aumento da área disponível para o plantio, gera impactos ambientais, assim como a plantação em si, sendo estes em diversos cenários, quer sejam de maneira direta ou indireta. Além destes impactos ambientais, há diversos outros como impactos sociais, econômicos, que são essenciais e relevantes ao se tratar da soja. Outro ponto importante, a partir da modelagem matemática empregada nesta pesquisa, esta mostrou-se como uma maneira de bom empenho para embasar estudos ambientais, que pode ser melhor empregado nas Ciências Ambientais. Tais fatores serão desenvolvidos e debatidos de maneira mais estruturada na discussão.

Figura 12: Rendimento Médio da Produção (Kg/Ha), 2023



Fonte: SIDRA (IBGE)

Tais fatores levam à conclusão de que a produtividade da soja admite uma forte relação com fatores externos, principalmente se tratando do meio ambiente, a qual depende de recursos ambientais para a sua produção. Pode-se notar que quanto maior a área disponível, maior a sua produtividade, e a partir da modelagem feita acima, tal conclusão torna-se evidente. Entretanto, ao considerar, por exemplo, uma área específica de uma região do Brasil, levando em consideração fatores ambientais diversos, a questão tratada acima sofre algumas modificações em suas considerações. Isso significa que a produção pode ser maximizada mediante uma análise crítica que deve ser considerada. A partir dos cálculos feitos, é possível analisar sob um ponto de vista ambiental, sobre toda a trajetória produtiva na qual a soja se insere, permitindo também, trilhar o caminho de como esta modelagem se mostra eficaz na análise ambiental.

Mediante a análise matemática estipulada acima, é possível tecer parâmetros que podem contribuir para a compreensão dos impactos ambientais da soja ao meio ambiente. Afinal, a aplicação matemática conta com fatores reais, com base em uma área mínima. Se em tal área, de estipulação teórica, a produção é desta forma, como isso ocorre em um país com dimensões continentais?

Modelagem Matemática da Soja e relações com impactos ambientais

A modelagem matemática, como já frisada anteriormente nesta dissertação, auxilia no processo de pesquisa e desenvolvimento científico por se tratar de uma metodologia eficaz na transformação de situações e questões do mundo físico, em problemas que podem ser analisados de forma racional e teórica, o que permite uma análise detalhada daquilo que foi feito, bem como uma tentativa de estabelecer parâmetros para contornar estes problemas.

O cálculo elaborado nesta aplicação serve como coordenada para as práticas de planejamento da plantação da soja. Com o conhecimento da produtividade, ou seja, o resultado positivo dos cálculos, deve-se atentar que é um resultado teórico, acima de tudo, e que leva em consideração fatores como a área, produção média etc. Relacionar estes resultados em estudos ambientais pode auxiliar numa produtividade que reduza seus impactos e degradação ambiental. Uma das importantes relações que a modelagem matemática pode trazer para esta pesquisa foi evidenciar o quão importante é a área disponível para plantio neste processo.

No caso estudado da soja, o estudo se mantém de grande importância e relevância em virtude deste grão admitir importante impacto na economia, ser modulante do capital brasileiro. Entretanto, a prática da cultura agrícola da soja, bem como de outras culturas, implica diretamente e indiretamente impactos ambientais. A questão do espaçamento, ou seja, a área disponível para o plantio da soja é um fator relevante nessa geração de impactos. Não somente isso, mas também as práticas agrícolas, de um modo geral, exercem um peso também neste processo.

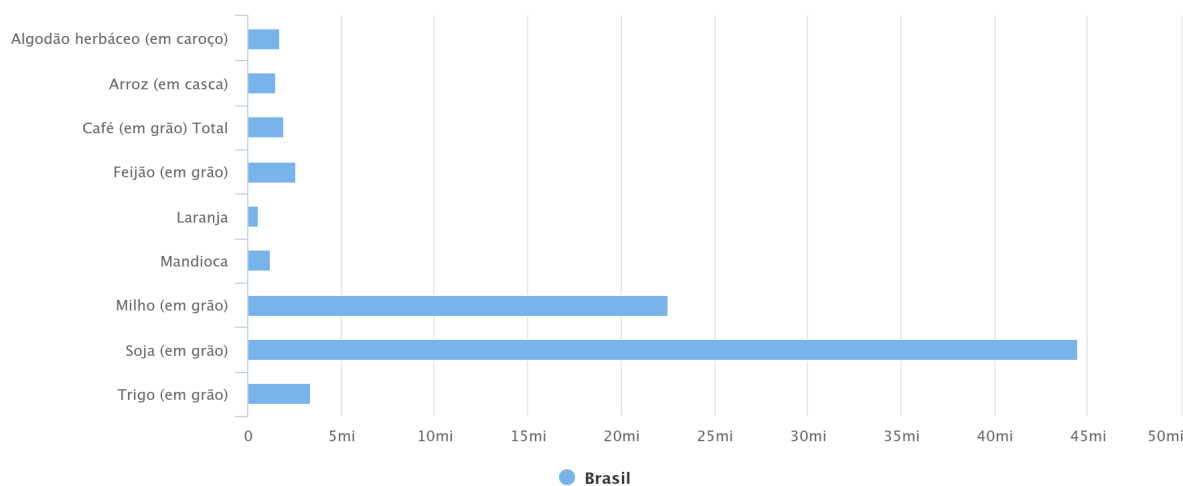
A produção brasileira de soja enfrentou um crescimento assíduo ao longo do tempo e como ficou evidente nesta pesquisa, um dos grandes fatores que permitiu este desenvolvimento foi a expansão da fronteira agrícola. Apesar de, por um lado, a produtividade da soja tenha aumentado, e isso ter gerado fatores positivos na economia, por outro lado, grande parte do bioma do cerrado foi devastado. Mais de 50% do bioma já foi perdido e uma grande implicação desta perda vai para a biodiversidade e os ecossistemas presentes (Cavalett, 2008).

O avanço da fronteira da soja para o cerrado ocorreu a partir dos anos 80 e, quando se pensa sobre a região Central do Brasil, é possível compreender que esta é a mais importante fronteira da soja. Isso se deve em virtude de melhorias na infraestrutura regional, incentivos fiscais além de um bom estabelecimento de agroindústrias na região; o valor da terra na região ser relativamente baixo; a geografia da região permitir a mecanização local, dentre

outros fatores, foram cruciais para que esta região fosse a principal na produção da soja atualmente (Domingues; Bermann; Manfredini, 2014).

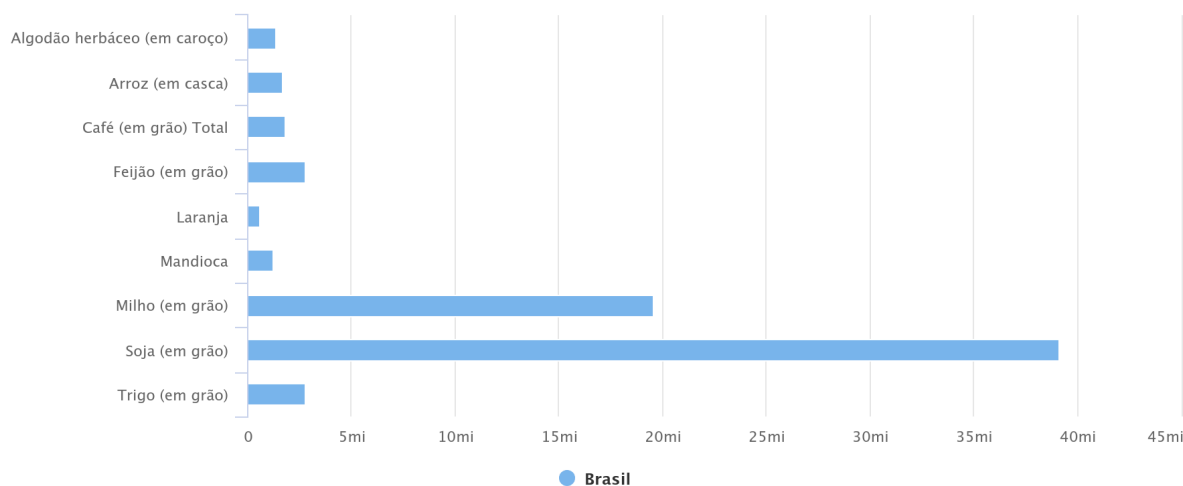
Entretanto, é cabível notar também que o avanço da fronteira agrícola se expande gradativamente. De acordo com o SIDRA, (2023), a área destinada à colheita, totalizada a nível nacional se aproxima de 45 mil hectares, como fica ilustrado no gráfico da Figura 13, Em comparação com anos anteriores, por exemplo em 2021, gráfico da Figura 14, pode-se ver que este valor sofreu um crescimento significativo.

Figura 13: Área plantada/destinada à colheita em Hectares, 2023



Fonte: IBGE (2023)

Figura 14: Área plantada ou destinada à colheita (Hectares), 2021



Fonte: IBGE (2023)

Em suma, é possível observar que a área é um dos fatores principais para a produtividade. Os gráficos acima, comparados, demonstram um significativo avanço e crescimento que admitem relação com a produção da soja. Quando se pensa sobre estes gráficos correlacionados com os cálculos feitos na modelagem, pode-se perceber que a área é um fator de extrema importância para a produção da soja, podendo-se concluir, com relação aos números obtidos no cálculo experimental, que quanto maior a área, maior a produtividade.

O avanço da fronteira agrícola, no caso da soja, implica em diferentes consequências ao meio ambiente. A questão do espaçamento é de extrema importância para o cultivo da soja. Isso significa que quanto mais área disponível, maior será a produção, conforme frisado anteriormente. A busca por novos hectares leva ao desmatamento de diversos ambientes. Além do caso citado anteriormente do Cerrado, um dos importantes pontos de desmatamento para o plantio da soja é a Amazônia.

A soja é um dos principais produtos agrícolas comercializados por conta de sua versatilidade produtiva. De acordo com Domingues, Bermann e Manfredini (2014), os principais produtos

“definem-se por meio do grão, farelo e óleo de soja, para atendimento da indústria alimentícia, farmacêutica e química. Outros produtos derivados da soja incluem farinha, sabão, cosméticos, resinas, solventes, tintas, anticoncepcionais, ração animal e, agora, como alternativa para produção de biocombustíveis.”

Em virtude desta variedade de produtos, a expansão da fronteira agrícola da região central do Brasil em rumo à região amazônica se tornou uma via importante para o processo comercial, fator que impacta socioambientalmente a região.

Entretanto, todo este processo gera impactos socioambientais relativamente complexos. Por trás do lado positivo que a soja tenha gerado ao cenário econômico brasileiro, o avanço da fronteira não teria ocorrido se não houvesse a destruição de florestas. No estudo de Domingues, Bermann e Manfredini (2014), foi possível compreender os impactos causados na região amazônica. Se tratando, de acordo com os autores, de impactos sociais, é imprescindível mencionar a perda de empregabilidade por diversas famílias que realizavam outras culturas familiares na região.

Além destes impactos sociais, há os impactos ambientais advindos das práticas agrícolas locais, como a compactação e a impermeabilização dos solos devido o uso intensivo de máquinas agrícolas (Domingues; Bermann; Manfredini, 2014), fatores que afetam diretamente no desenvolvimento de outras plantas. O peso das máquinas é prejudicial ao solo por compactar gradativamente o solo. A compactação do solo compromete de forma direta o desenvolvimento das plantas. A água é o fator crucial para o desenvolvimento vegetal, com um solo compacto, ocorre uma grande dificuldade de penetração de água nos solos. Consequentemente, juntamente a este fator, há o impedimento do desenvolvimento das raízes das plantas dentro deste solo (Embrapa, 2005).

A erosão; contaminação por agrotóxicos nas águas, alimentos e animais; impactos danosos da retirada da vegetação nativa de áreas contínuas extensas; assoreamento de rios e

reservatórios; surgimento de pragas conhecidas ou desconhecidas; risco à sobrevivência de espécies vegetais e animais com a perda de habitat natural devido a expansão agrícola; e alterações no clima local são também consequências graves ao meio ambiente, por conta da agricultura no local.

Além das já anteriormente citadas, há também o uso de agrotóxicos. No estudo: “Uso de agrotóxicos na produção de soja do Estado do Mato Grosso: um estudo preliminar de riscos” (Belo *et al*, 2012), os autores evidenciam a gravidade para os seres humanos e o meio ambiente, causado pelo uso de agrotóxicos na produção da soja. Na análise feita com a coleta de sangue e urina dos trabalhadores da região, foi possível aferir que houve uma alta presença de agrotóxicos presentes em seus corpos, com o destaque para o Glifosato. Além disso, estes agrotóxicos se misturam com a água das chuvas e acabam contaminando os sistemas pluviométricos, contribuindo para uma contaminação ambiental preocupante.

De acordo com os autores deste trabalho, alguns fatores corroboram para tais impactos. A mecanização da agricultura da soja utiliza máquinas que são dispersores de grande vazão, além disso há um elevado raio de dispersão dos agrotóxicos por conta do uso de aviões e tratores pulverizadores. O clima da região favorece a dispersão dos agrotóxicos. Altas temperaturas, ventos fortes, fazem com que estes compostos se disseminem em área.

Desse modo, fica possível compreender a gravidade social e ambiental do uso de agrotóxicos, necessitando um fomento à pesquisa de outras maneiras menos agressivas de utilização destes compostos químicos na agricultura. Apesar de a soja ser altamente rentável para a economia, o preço que é pago pelo meio ambiente e também a saúde humana neste processo é inevitável, evidenciando o quanto problemática esta prática consegue ser.

Considerações Finais

A modelagem matemática, como foi mencionado anteriormente, é uma metodologia eficaz para relacionar diferentes variáveis, e se comporta de maneira multidisciplinar. Nas Ciências Ambientais, a modelagem matemática admite também cenários diferentes. A interdisciplinaridade entre a matemática e o meio ambiente podem se manifestar de maneira eficaz quando se pensa na educação ambiental, estudos ambientais, análises de parâmetros diferentes, como no caso deste trabalho, dentre outros.

Neste âmbito, a educação ambiental exerce um papel essencial na interligação das temáticas e estudos a serem tratados. Foi uma grande evolução de compreensões, concepções, e interpretações de como o mundo tangível ao redor funciona, como cada ação ambiental também gera uma consequência, para que a busca de soluções para os problemas causados pudesse ser traçada. A soja é um dos principais movimentadores econômicos do país, dar atenção ao funcionamento desta leguminosa e suas implicações ao meio ambiente tornam-se de extrema relevância. Por meio dos estudos ambientais, é possível compreender que mesmo uma fonte econômica tão importante, pode gerar complicações ao ambiente. As diferentes

fontes de estudos e pesquisas ambientais elucidam a capacidade interdisciplinar de tratar as questões ambientais.

A modelagem matemática foi uma metodologia científica capaz de tecer um meio condutor de análise para o desenvolvimento da soja no cenário nacional. Por meio de uma análise quantitativa, foi possível compreender qualitativamente o impacto em uma área específica, teórica, da soja. É possível aferir, a partir disso, então, em uma extensão de área real tais dados conseguem constituir um parâmetro de análise deste avanço. Dessa forma, por meio da análise foi possível concluir que a área de plantio é uma das principais fontes para a devida produção da soja e que também seu avanço pode implicar em consequências não tão agradáveis para a natureza.

Tais estudos servem de fomento de pesquisa e aprofundamento nas temáticas ambientais para o ensino. Tratar uma questão de peso relevante na situação ambiental dentro da matemática auxilia nos estudos no campo das Ciências Ambientais. A possibilidade de novas pesquisas e instrumentos científicos diferenciados para se analisar diferentes vertentes na área devem ser implementadas nas disciplinas dos cursos ambientais e biológicos como forma de possível inter-relação entre educação ambiental e a matemática.

Em suma, a modelagem matemática adotada neste estudo serve como uma importante ferramenta de análise de diversas pesquisas, o que torna evidente a importância da interdisciplinaridade da matemática dentro de diversas áreas do conhecimento, mostrando também sua importância na vida acadêmica de estudantes e pesquisadores.

Referências

ARAGÃO, M. de F. A. **A história da modelagem matemática: uma perspectiva de didática no ensino básico**. 2016. 17 f. Trabalho de Conclusão de Curso (Graduação em Matemática) - Universidade Estadual da Paraíba, Campina Grande, 2016.

BARBIERI, Rafael Feltran. **Outro lado da fronteira agrícola: breve história sobre a origem e declínio da agricultura autóctone no cerrado**. *Ambiente & Sociedade*, Campinas, v. 13, n. 2, p. 331-345, jul./dez. 2010.

BARROS, Geraldo Sant'Anna de Camargo. **Agronegócio: conceito e evolução**. *Centro de Estudos Avançados em Economia Aplicada - CEPEA/ESALQ/USP*, jan. 2022.

BASSANEZI, Rodney Carlos. **Modelagem matemática: teoria e prática**. São Paulo: Editora Contexto, 2015.

BIEMBENGUT, Maria Salett. **30 anos de modelagem matemática na educação brasileira: das propostas primeiras às propostas atuais**. *Alexandria: Revista de Educação em Ciência e Tecnologia*, v. 2, n. 2, p. 7-32, jul. 2009.

BERTONE, Ana Maria Amarillo; BASSANEZI, Rodney Carlos; JAFELICE, Rosana Sueli da Motta. **Modelagem matemática**. Uberlândia, MG: UFU, 2014. 187 p.

BOEMO, Marinela da Silveira; FIOREZE, Leandra Anversa. *Uma aplicação da modelagem matemática na agricultura*. *Disciplinarum Scientia: Série Ciências Naturais e Tecnológicas*, Santa Maria, v. 9, n. 1, p. 33-43, mar. 2016. Disponível em: <https://periodicos.ufn.edu.br/index.php/disciplinarumNT/article/view/1234>

BRISOLA, M. V.; MONTEIRO, M. G. Capítulo 27 - **Evolução da pecuária no Brasil**. In: **IPEA. Uma jornada pelos contrastes do Brasil: cem anos do censo agropecuário**. Brasília, DF: Instituto de Pesquisa Econômica Aplicada (Ipea), 2020.

CARVALHO, F. J. R. de; KLÜBER, T. E. **Modelagem matemática e programação de computadores: uma possibilidade para a construção de conhecimento na educação básica**. *Educação Matemática Pesquisa*, São Paulo, v. 23, n. 1, p. 297-323, 2021. DOI: 10.23925/1983-3156.2021v23i1p297-323. Disponível em: <https://revistas.pucsp.br/index.php/emp/article/view/50880>. Acesso em: 11 ago. 2024.

CAVALETT, Otavio. **Análise do ciclo de vida da soja**. 2008. Tese (Doutorado em Engenharia de Alimentos) – Faculdade de Engenharia de Alimentos, Universidade Estadual de Campinas, São Paulo, 2008.

CENTRO DE ESTUDOS AVANÇADOS EM ECONOMIA APLICADA – CEPEA-Esalq/USP. Afinal, quanto o agronegócio representa no PIB brasileiro? Disponível em:

<<https://www.cepea.esalq.usp.br/br/opinia-o-cepea/afinal-quanto-o-agronegocio-representa-no-pib-brasileiro.aspx>>. Acesso em: 24 jul. 2025.

CHALMERS, Alan F. **O que é ciência afinal?**. Tradução: Raul Filker. São Paulo: Editora Brasiliense, 1993.

COSTA, José Junio Souza da. **A educação segundo Paulo Freire: uma primeira análise filosófica**. *Theoria - Revista Eletrônica de Filosofia, Pouso Alegre*, v. 7, n. 18, 2015. ISSN 1984-9052.

DIAS, Eldernan dos Santos; SILVA, André Ribeiro da; AVALONE DE ATHAYDE, Pedro Fernando; LIÃO JUNIOR, Roberto; HÚNGARO, Edson Marcelo. **Ontologia do ser social: uma apreensão filosófica do corpo no tempo**. *Pensar a Prática, Goiânia*, v. 21, n. 4, out./dez. 2018.

DOMINGUES, Mariana Soares; BERMANN, Célio; MANFREDINI, Sidneide. **A produção de soja no Brasil e sua relação com o desmatamento na Amazônia**. *Revista Presença Geográfica, Fundação Universidade Federal de Rondônia*, v. 1, n. 1, 2014. ISSN-e: 2446-6646. Disponível em: <http://portal.amelica.org/ameli/jatsRepo/274/2741086003/index.html>. Acesso em: 09 jun. 2025.

EMBRAPA. **A Embrapa Soja no contexto do desenvolvimento da soja no Brasil: histórico e contribuições**. Brasília, DF: Embrapa, 2016. 71 p.

EMBRAPA. **Características da soja**. Brasília, DF: Embrapa, 2021. Disponível em: <https://www.embrapa.br/agencia-de-informacao-tecnologica/cultivos/soja/pre-producao/caracteristicas-da-especie-e-relacoes-com-o-ambiente/caracteristicas-da-soja>. Acesso em: 23 fev. 2025.

FILIPPSEN, R. M. J. **Educação matemática e educação ambiental: educando para o desenvolvimento sustentável**. *Revista Liberato*, v. 5, n. 5, 2013. Disponível em: <http://www.revista.liberato.com.br/index.php/revista/article/view/56>. Acesso em: 09 jun. 2025.

FRANK, Bruno José Rodrigues; BERBET, Tais Cristina. **Ciências ambientais**. Londrina: Editora e Distribuidora Educacional S.A., 2017.

GAMEIRO, Augusto Hauber; CAIXETA FILHO, José Vicente; BARROS, Carina Simionato de. **Modelagem matemática para o planejamento, otimização e avaliação da produção agropecuária**. In: *Novos Desafios da Pesquisa em Nutrição e Produção Animal*. São Paulo: Editora 5D, 2010. p. 165.

GOMES, Fábio Augusto Reis. **Evolução do consumo no Brasil: da teoria à evidência empírica**. *Economia & Tecnologia, Curitiba*, ano 7, v. 26, jul./set. 2011.

GRESOLLE, Rosemary Teresinha de Godoy. **Consumir, desejo ou necessidade?**. Caderno Pedagógico, Programa de Desenvolvimento Educacional (PDE), Curitiba, 2008

INSTITUTO BRASILEIRO DE GEOGRAFIA E ESTATÍSTICA – IBGE. **Produção Agrícola Municipal. SIDRA**, 2023. Disponível em: <https://sidra.ibge.gov.br/pesquisa/pam/tabelas>. Acesso em: 02 fev. 2025.

MAZOYER, Marcel; ROUDART, Laurence. **História das agriculturas no mundo: do neolítico à crise contemporânea**. São Paulo: Editora UNESP; Brasília, DF: NEAD, 2010.

MENDONÇA, M. C. D. **Problematização: um caminho a ser percorrido em educação matemática**. 1993. Tese (Doutorado) – Universidade Estadual de Campinas, UNICAMP, Campinas, 1993.

MERESSI, Fernando Sertã; SILVA, Maria de Fátima Souza e. **Mobilidade socioeconômica no Brasil, padrão de consumo e conflitos socioambientais**. Economia e Sociedade, Campinas, v. 25, n. 1 (56), p. 87-108, abr. 2016.

MIYASAKI, Dirce Mayumi. **Modelagem matemática e educação ambiental: possibilidades para o ensino fundamental**. 2008.

MOURA, Roldão Alves de. **Consumo ou consumismo: uma necessidade humana?**. Revista da Faculdade de Direito de São Bernardo do Campo, v. 24, n. 1, 2018.

PRONI, Marcelo Weishaupt. **História do capitalismo: uma visão panorâmica**. Cadernos do CESIT, Campinas, n. 25, out. 1997.

QUINTAS, J. S. **Introdução à gestão ambiental pública**. 2. ed. rev. Brasília: Ibama, 2006. 134 p. (Coleção Meio Ambiente. Série Educação ambiental, 5).

RAMOS, Elisabeth Christmann. **Educação ambiental: origem e perspectivas**. Educar, Curitiba, n. 18, p. 201-218, 2001. Editora da UFPR.

R CORE TEAM. *R: A language and environment for statistical computing*. Vienna: R Foundation for Statistical Computing, 2023. Disponível em: <https://www.r-project.org>. Acesso em: 15 jan. 2025.

SAATH, K. C. O.; FACHINELLO, A. L. **Crescimento da demanda mundial de alimentos e restrições do fator terra no Brasil**. Revista de Economia e Sociologia Rural - RESR, Piracicaba, v. 56, n. 2, p. 195-212, abr./jun. 2018.

SAIZAKI, Paula Mayumi; PIANEZZER, Guilherme Augusto. **Modelagem matemática da hidratação da soja**. 2022. Disponível em: <https://repositorio.uninter.com/handle/1/787>. Acesso em: 09 jun. 2025.

SANTORO, Paula Freire. **Planejar a expansão urbana: dilemas e perspectivas**. 2012. Tese (Doutorado em Planejamento Urbano e Regional) – Faculdade de Arquitetura e Urbanismo, Universidade de São Paulo, São Paulo, 2012. Disponível em:

<https://www.teses.usp.br/teses/disponiveis/16/16137/tde-06062012-143119/publico/Tese_all_menor.pdf>. Acesso em: 07 jul. 2025.

STEWART, James. **Cálculo 1**. São Paulo: Cengage Learning, 2013

TEIXEIRA, Rogério Novais; VERZIGNASSI, Jaqueline Rosemeire. *Colheita de sementes de Brachiaria humidicola pelo método de sucção*. Campo Grande, MS: Embrapa Gado de Corte, 2010. 1. ed. (**Comunicado Técnico, n. 117**). ISSN 1983-9731. Disponível em: <<https://www.embrapa.br/gado-de-corte/busca-de-publicacoes/-/publicacao/852630/colheita-de-sementes-de-brachiaria-humidicola-pelo-metodo-de-sucacao>>. Acesso em: 20 de maio 2025.

VERZIGNASSI, Jaqueline Rosemeire; FRANÇA, Alexandre Fernandes de; MEIRELLES, Paulo Roberto de; GONTIJO NETO, Moacir Moreira; MARTINS, Alexandre Dal Pozzo. *Colheita de sementes de capim-massai*. Campo Grande, MS: Embrapa Gado de Corte, 2009. 1. ed. (**Comunicado Técnico, n. 112**). ISSN 1983-9731. Disponível em: <https://www.embrapa.br/gado-de-corte/busca-de-publicacoes/-/publicacao/852604/colheita-de-sementes-de-capim-massai>. Acesso em: 22 jul. 2025.

VIAN, Carlos Eduardo Freitas. **Oferta x demanda**. Disponível em: <<https://www.embrapa.br/agencia-de-informacao-tecnologica/cultivos/cana/pos-producao/acucar/mercado/oferta-x-demanda>> . Acesso em: 20 maio 2024.