

O indicador *nota*: explicação e reflexões

Felipe Rafael Ribeiro Melo

Professor do Departamento de Métodos Quantitativos da UNIRIO e coordenador do projeto de pesquisa “Construção de indicadores sobre a gestão coletiva do trabalho a partir da Avaliação de Desempenho dos Servidores Técnico-Administrativos”

Julho de 2025

1 Introdução

A chamada **Avaliação da Gestão Coletiva do Trabalho**, abreviada por AGCT, é um questionário aplicado aos servidores técnicos administrativos da UNIRIO, composto por 28 **afirmações** distribuídas, em igual quantidade, em sete blocos denominados **fatores**. Cada uma destas afirmações apresenta, como opções de resposta:

- Não se aplica (rotulada pelo número -1);
- Não sei informar (rotulada pelo número 0);
- Nunca (rotulada pelo número 1);
- Poucas vezes (rotulada pelo número 2);
- Muitas vezes (rotulada pelo número 3);
- Sempre (rotulada pelo número 4).

Os dois primeiros itens da lista acima (*Não se aplica* e *Não sei informar*) não determinam grau de satisfação, sendo assim considerados respostas evasivas. A não ser em análises focadas em respostas evasivas, estas respostas são tomadas como dados faltantes.

2 Ideia inicial de um indicador

Para o cálculo de um indicador em cada uma das afirmações, primeiramente é necessário definir qual recorte da amostra alcançada será utilizado, ou ainda, se será considerada toda a amostra alcançada de servidores. Considerando os rótulos numéricos 1, 2, 3 e 4 (associados às respostas *Nunca*, *Poucas vezes*, *Muitas vezes* e *Sempre*, respectivamente) e f_1 , f_2 , f_3 e f_4 como a frequência absoluta de respostas em *Nunca*, *Poucas vezes*, *Muitas vezes* e *Sempre*, calculamos a média ponderada destes quatro rótulos numéricos:

$$\frac{1 \times f_1 + 2 \times f_2 + 3 \times f_3 + 4 \times f_4}{f_1 + f_2 + f_3 + f_4}.$$

Exemplo 1. Suponha que o recorte escolhido foi uma unidade superior da UNIRIO com 22 servidores respondentes e, para certa afirmação, foram verificadas exatamente duas respostas evasivas. Logo, a referida média é feita com base nos $22 - 2 = 20$ servidores que expressaram seu grau de satisfação sobre a afirmação em questão, isto é, àqueles que respondem se a afirmação ocorreu nunca, poucas vezes, muitas vezes ou sempre em seu ambiente de trabalho no ano avaliado. Admitindo que, destes 20 servidores: 1 servidor respondeu *Nunca*, 5 servidores responderam *Poucas vezes*, 11 servidores responderam *Muitas vezes* e 3 servidores responderam *Sempre* para esta afirmação, a média em questão para esta afirmação nesta unidade superior é dada por

$$\frac{1 \times 1 + 2 \times 5 + 3 \times 11 + 4 \times 3}{20} = 2,8.$$

□

Duas críticas pertinentes em relação a esse método:

1. Apresenta uma escala que vai de 1 até 4, o que não é intuitivo. De fato, o pior cenário (com todas as respostas em *Nunca*) equivale média igual a 1, ao passo que o melhor cenário (com todas as respostas em *Sempre*) equivale média igual a 4. A média calculada acima, por exemplo, está mais próxima do melhor cenário que do pior cenário, mas essa visualização não é intuitiva e tampouco imediata.
2. A ideia do cálculo de uma média, bem como sua interpretação direta, é pertinente para variáveis quantitativas (isto é, oriundas de processos de contagem ou de medição), o que não é o caso das afirmações da AGCT, que são variáveis qualitativas ordinais.

3 Calculando o indicador *nota* para afirmações

Tendo em vista as ponderações acima, pensamos na elaboração de um indicador que varie de 0 (no pior cenário) a 10 (no melhor cenário), isto é, média dos rótulos numéricos igual a 1 equivalendo ao valor zero neste indicador, e a média dos rótulos numéricos igual a 4 equivalendo ao valor 10 neste indicador. Portanto, estabelecemos um novo indicador denominado *nota* como uma função linear da média dos rótulos numéricos, de forma que esta função passe pelos pares (1,0) e (4,10), como ilustra a Figura 1, onde a primeira e a segunda componente em cada par ordenado representam a média dos rótulos numéricos e o indicador *nota*, respectivamente.

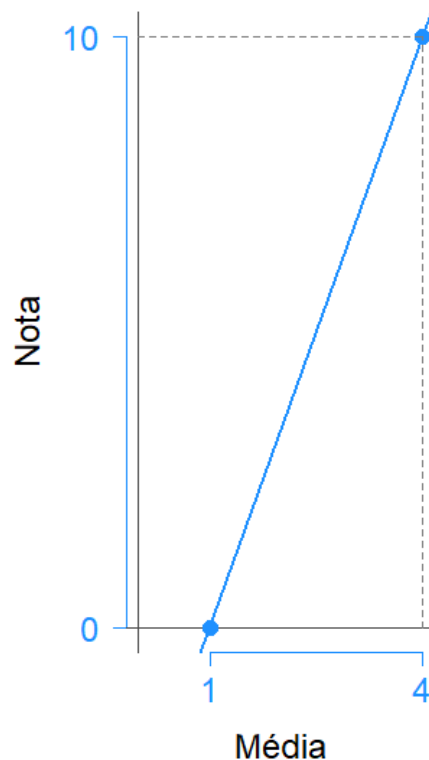


Figura 1: Nota como função linear da média passando pelos pares (1,0) e (4,10).

Escrever a nota como uma função linear da média dos rótulos numéricos passando pelos pares supracitados consiste em determinar dois números reais a e b tais que a função

$$\text{Nota} = a \times \text{Média} + b$$

passa pelos pares $(\text{Média}, \text{Nota}) = (1,0)$ e $(\text{Média}, \text{Nota}) = (4,10)$. Portanto,

$$\begin{cases} 0 = a \times 1 + b \\ 10 = a \times 4 + b \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a + b = 0 \\ 4 \times a + b = 10 \end{cases}$$

Tomando o sistema de equações à direita e subtraindo sua primeira equação da sua segunda equação, chegamos em $3 \times a = 10$, ou seja, $a = 10/3$. E como $a + b = 0$, então $b = -a$, ou seja, $b = -10/3$. Logo,

$$\text{Nota} = \frac{10}{3} \times \text{Média} - \frac{10}{3} = \frac{10}{3} (\text{Média} - 1).$$

A **nota** de uma afirmação (para determinado grupo de servidores ou toda a amostra) é calculada levando em conta a média dos rótulos numéricos para a afirmação em questão (no grupo de servidores considerados ou toda a amostra) da seguinte forma:

$$\text{Nota} = \frac{10}{3} (\text{Média} - 1).$$

Exemplo 2. Para a mesma unidade e a mesma afirmação consideradas no Exemplo 1, que retornou uma “média” de 2,8, sua nota é

$$\frac{10}{3} (2,8 - 1) = \frac{18}{3} = 6,0.$$

□

A escolha de uma transformação linear (da média dos rótulos numéricos para o indicador *nota*) não introduz viés, de forma a não favorecer e nem penalizar determinados valores de forma desigual. Ainda, uma função linear possibilita mapear um indicador em outra escala proporcional mantendo a ordem e a diferença relativa. Como possui inclinação crescente (pelo fato de $a = 10/3$ ser um número positivo), quanto menor/maior a média, menor/maior será a nota. Ainda, se duas médias apresentam diferença em módulo igual a d , e diferença entre as notas destas afirmações é sempre $(10/3) \times d$, não importando o quão pequena/grande seja a diferença d e quais sejam essas médias.

4 Calculando notas por fatores

Na Seção 1, foi explicitado que as 28 afirmações da AGCT estão igualmente divididas nos 7 fatores listados abaixo.

- Fator A: Atribuições do setor.
- Fator B: Tarefas e pessoal.
- Fator C: Planejamento do trabalho.
- Fator D: Desenvolvimento do trabalho.
- Fator E: Participação.
- Fator F: Melhorias e inovação.
- Fator G: Condições de trabalho.

Portanto, **cada fator conta com exatamente 4 afirmações.**

A ***nota do fator A*** (para toda a amostra alcançada ou para um grupo de servidores) é dada pela média aritmética das notas das 4 afirmações deste fator (para toda a amostra alcançada ou para o grupo de servidores considerado). ***Analogamente, são calculadas as notas dos outros seis fatores.***

Exemplo 3. Uma unidade superior da AGCT 2024 foi aleatoriamente escolhida e seguem, na Tabela 1, suas notas em todas as 28 afirmações e as respectivas notas de cada fator na última linha da tabela. As notas das 28 afirmações foram arredondadas para 4 casas decimais, e o mesmo foi feito para as notas dos 7 fatores. Por exemplo, a nota do fator A (Atribuições do setor) para esta unidade superior na AGCT 2024 foi

$$\frac{8,3688 + 8,7943 + 8,1944 + 8,8652}{4} = 8,555675 \approx 8,5557.$$

□

Por se tratar de uma média aritmética, **o cálculo de uma nota por fator confere, a cada uma das 4 notas das afirmações deste fator, o mesmo peso**, independente do número de servidores que respondeu a cada uma das 4 afirmações ser o mesmo ou não.

Afirmação	Fator A	Fator B	Fator C	Fator D	Fator E	Fator F	Fator G
1	8,3688	7,9167	7,7536	8,9130	8,4058	7,9259	5,7447
2	8,7943	5,3191	7,2464	7,5887	7,3759	7,6423	6,0417
3	8,1944	7,3913	6,4493	7,6596	7,6087	7,9433	5,4861
4	8,8652	8,4397	8,1159	8,4058	8,8148	8,1560	4,2754
Nota do fator	8,5557	7,2667	7,3913	8,1418	8,0513	7,9169	5,3870

Tabela 1: Notas das afirmações e dos fatores na AGCT 2024 de uma unidade superior da UNIRIO aleatoriamente escolhida.

5 Nota geral

De forma a atribuir um único indicador a cada unidade de interesse (seja unidade superior ou unidade de lotação), definimos a *nota geral* como a média aritmética das sete notas por fator.

Exemplo 4. A nota geral na AGCT 2024 da unidade superior selecionada no Exemplo 3 é

$$\frac{8,5557 + 7,2667 + 7,3913 + 8,1418 + 8,0513 + 7,9169 + 5,3870}{7} \approx 7,53.$$

□

Em particular, é interessante definir, sobretudo para notas gerais, *pontos de corte* c_1 e c_2 de modo que:

- notas abaixo de c_1 sejam tomadas como *notas críticas*; e
- notas acima de c_2 sejam consideradas *notas satisfatórias*.

6 Buscando relação entre média/nota e avaliações negativas e positivas em afirmações

Antes de definirmos pontos de corte coerentes, precisamos entender (ou reforçar) a ideia de uma média como um ponto de equilíbrio, ou ainda, um “centro de gravidade”. A

Figura 2 traz uma representação da distribuição de frequências vista no Exemplo 1, com cada bolinha azul representando um dos 20 servidores, posicionados (horizontalmente) conforme o rótulo numérico associado a sua resposta à afirmação em questão: 1, se *Nunca*; 2, se *Poucas vezes*; 3, se *Muitas vezes*; ou 4, se *Sempre*. A posição da média (2,8) é apontada pelo triângulo rosa, em uma analogia ao centro de gravidade.

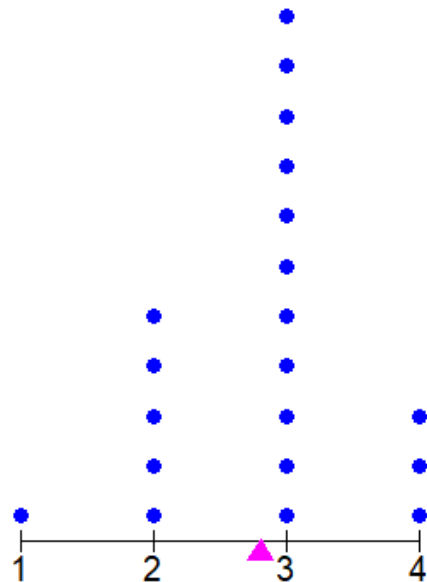


Figura 2: Representação da média como centro de gravidade.

Antes de prosseguirmos, referenciaremos como ***avaliações negativas*** aquelas em *Nunca* ou *Poucas vezes*, e como ***avaliações positivas*** aquelas em *Muitas vezes* ou *Sempre*.

O centro do segmento $[1; 4]$ é o seu ponto médio 2,5. Dessa forma, é natural pensar que a média expressa na Figura 2 é maior que 2,5 pelo fato de termos mais bolinhas azuis em avaliações positivas ($11 + 3 = 14$) do que em avaliações negativas ($1 + 5 = 6$). ***Porém, isto nem sempre é verdade!*** O que faz com que a média seja superior a 2,5 é o fato do “peso” à direita de 2,5 ser maior que o “peso” à esquerda de 2,5. Ou, de modo equivalente, do “peso” em avaliações positivas ser maior que o “peso” em avaliações negativas, tomando como ponto de referência o centro do segmento $[1; 4]$.

Para $j \in \{1,2,3,4\}$, definimos o “**peso**” de cada bolinha azul no ponto j como a distância, em módulo¹ entre j e 2,5, isto é, $|j - 2,5|$.

De fato, é razoável pensar que cada resposta em 1 (*Nunca*) “pesa” mais que cada resposta em 2 (*Poucas vezes*) do ponto de vista de uma avaliação negativa, da mesma forma que cada resposta em 4 (*Sempre*) “pesa” mais que cada resposta em 3 (*Muita vezes*) do ponto de vista de uma avaliação positiva. Ainda, uma resposta em *Nunca* e uma em *Sempre* tem, em módulo, o mesmo “peso” 1,5 (opiniões extremas), o mesmo ocorrendo para uma resposta em *Poucas vezes* e uma em *Muitas vezes*, ambas com “peso”, em módulo, igual a 0,5 (opiniões moderadas).

Assumindo certa afirmação com f_1 respostas em *Nunca*, f_2 respostas em *Poucas vezes*, f_3 respostas em *Muitas vezes* e f_4 respostas em *Sempre*, o “**peso**” das avaliações **negativas** nesta afirmação é dado por

$$|1 - 2,5| \times f_1 + |2 - 2,5| \times f_2 = 1,5 \times f_1 + 0,5 \times f_2,$$

e o “**peso**” das avaliações **positivas** nesta afirmação é dado por

$$|3 - 2,5| \times f_3 + |4 - 2,5| \times f_4 = 0,5 \times f_3 + 1,5 \times f_4.$$

Na Figura 2, temos

- “peso” da avaliações negativas = $1,5 \times 1 + 0,5 \times 5 = 4$; e
- “peso” da avaliações positivas = $0,5 \times 11 + 1,5 \times 3 = 10$,

mostrando que, de fato, o “peso” das avaliações positivas é maior que o “peso” das avaliações negativas, fazendo com que a média se desloque para a direita de 2,5, isto é, para um valor superior a 2,5.

O exemplo a seguir mostra que **média inferior a 2,5 (ou, equivalentemente, nota inferior a 5) não necessariamente implica uma frequência maior de avaliações negativas em relação às avaliações positivas.**

¹O módulo de um número x , denotado por $|x|$, é: o próprio x , caso x seja positivo; ou $(-1) \times x$, caso x seja negativo.

Exemplo 5. Suponha um grupo de 100 servidores no qual, para certa afirmação: 27 responderam *Nunca*, 1 respondeu *Poucas vezes*, 72 responderam *Muitas vezes* e nenhum deles respondeu *Sempre*. A média dos rótulos numéricos 1, 2, 3 e 4, ponderados pelas frequências 27, 1, 72 e 0, respectivamente, retorna

$$\frac{1 \times 27 + 2 \times 1 + 3 \times 72 + 4 \times 0}{1 + 27 + 72 + 0} = \frac{245}{100} = 2,45,$$

gerando nota 2,45 (menor que 2,5), o que nos traz a impressão de mais avaliações negativas que positivas. Porém, temos 28 avaliações negativas e 72 avaliações positivas!

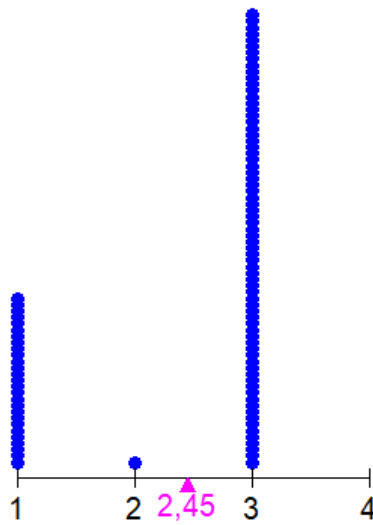


Figura 3: Representação da média como centro de gravidade para os dados do Exemplo 5.

Apesar de uma única resposta em *Poucas vezes* contra 72 respostas em *Muitas vezes*, as 27 respostas em *Nunca* “puxaram” a média para a esquerda de tal forma que esta resultou num valor inferior a 2,5. Portanto, mesmo com mais avaliações positivas (72) que negativas (28), **o “peso” das avaliações negativas é maior que o “peso” das avaliações positivas:**

- “peso” da avaliações negativas = $1,5 \times 27 + 0,5 \times 1 = 41$;
- “peso” da avaliações positivas = $0,5 \times 72 + 1,5 \times 0 = 36$.

Fazendo uma analogia com a Física: uma vez que o triângulo rosa apontado em 2,45 na Figura 3 coloca o segmento de reta em equilíbrio, a força perpendicular aplicada à

sua esquerda gera o mesmo torque² que a força perpendicular aplicada à sua direita. Admitindo todas as bolinhas azuis com a mesma massa e segmento “apoiado” em 2,45:

- cada bolinha azul sobre o rótulo 1 gera um torque de $|1 - 2,45| = |-1,45| = 1,45$;
- cada bolinha azul sobre o rótulo 2 gera um torque de $|2 - 2,45| = |-0,45| = 0,45$;
- cada bolinha azul sobre o rótulo 3 gera um torque de $|3 - 2,45| = |0,55| = 0,55$;
- cada bolinha azul sobre o rótulo 4 gera um torque de $|4 - 2,45| = |1,55| = 1,55$.

Logo, o torque à esquerda de 2,45 é

$$1,45 \times 27 + 0,45 \times 1 = 39,6$$

e o torque à direita de 2,45 é

$$0,55 \times 72 + 1,55 \times 0 = 39,6.$$

De fato, são iguais, uma vez que 2,45 é a média (centro de gravidade) do segmento com as forças aplicadas por bolinhas azuis de mesma massa.

□

A média é o “centro de gravidade” do segmento $[1; 4]$ conforme a disposição das bolinhas azuis, de forma a manter o segmento em equilíbrio, fazendo com que a força aplicada à sua esquerda e a força aplicada à sua direita “pesem” igualmente, isto é,

$$|1 - \text{Média}| \times f_1 + |2 - \text{Média}| \times f_2 = |3 - \text{Média}| \times f_3 + |4 - \text{Média}| \times f_4.$$

Assim como média inferior a 2,5 (ou, equivalentemente, nota inferior a 5) não necessariamente implica uma frequência maior de avaliações negativas em relação às avaliações positivas, **média superior a 2,5 (ou, equivalentemente, nota superior a 5) não necessariamente implica uma frequência maior de avaliações positivas em relação às avaliações negativas**, como ilustra o exemplo a seguir.

²O torque, ou momento de uma força, é definido como o produto da força pela distância perpendicular entre o ponto de aplicação da força e o eixo de rotação (ponto de pivô).

Exemplo 6. Suponha um grupo de 56 servidores no qual, para certa afirmação: 2 responderam *Nunca*, 28 responderam *Poucas vezes*, 20 responderam *Muitas vezes* e 6 responderam *Sempre*. A média dos rótulos numéricos 1, 2, 3 e 4, ponderados pelas frequências 2, 28, 20 e 6, respectivamente, retorna

$$\frac{1 \times 2 + 2 \times 28 + 3 \times 20 + 4 \times 6}{2 + 28 + 20 + 6} = \frac{142}{56} \approx 2,5357,$$

gerando nota 5,119 (maior que 5), o que nos traz a impressão de mais avaliações positivas que negativas. Porém, temos 30 avaliações negativas e 26 avaliações positivas!

De forma análoga ao debatido no Exemplo 5, média superior a 2,5 (ou, equivalentemente, nota superior a 5) não garante mais avaliações positivas que negativas, porém estabelece que o **“peso” das avaliações positivas é maior que o “peso” das avaliações negativas**, fazendo com que a média se desloque para um valor superior a 2,5:

- “peso” da avaliações negativas = $1,5 \times 2 + 0,5 \times 28 = 17$;
- “peso” da avaliações positivas = $0,5 \times 20 + 1,5 \times 6 = 19$.

□

Exemplo 7. Os três cenários abaixo possuem média 2,5 (ou, equivalentemente, nota 5).

1. Em um grupo de 48 servidores: 10 responderam *Nunca*, 14 responderam *Poucas vezes*, 14 responderam *Muitas vezes* e 10 responderam *Sempre* a certa afirmação.
2. Em um grupo de 42 servidores: 4 responderam *Nunca*, 20 responderam *Poucas vezes*, 11 responderam *Muitas vezes* e 7 responderam *Sempre* a certa afirmação.
3. Em um grupo de 40 servidores: 3 responderam *Nunca*, 15 responderam *Poucas vezes*, 21 responderam *Muitas vezes* e 1 respondeu *Sempre* a certa afirmação.

O cenário 1 apresenta uma distribuição perfeitamente simétrica, com a mesma frequência em *Nunca* e em *Sempre* e a mesma frequência em *Poucas vezes* e em *Muitas vezes*, o que garante média 2,5 (e, conseqüentemente, nota 5). A frequência de avaliações negativas é igual a frequência de avaliações positivas: 24 x 24. Por outro lado, o cenário 2, apesar de retornar média 2,5, tem mais avaliações negativas (24) do que avaliações positivas (18), ao passo que o cenário 3, também com média 2,5, apresenta mais avaliações positivas (22) do que avaliações negativas (18). Média igual a 2,5 (ou, equivalentemente, nota igual a 5)

não garante a mesma frequência de avaliações positivas e negativas, porém estabelece que *o “peso” das avaliações positivas é igual ao “peso” das avaliações negativas*, de forma a manter o segmento $[1; 4]$ em equilíbrio quando “apoiado” em 2,5.

□

Após toda a discussão desta seção, concluímos que:

- afirmações com mais avaliações negativas do que positivas não necessariamente tem “peso” das avaliações negativas maior que o “peso” das avaliações positivas;
- afirmações com mais avaliações positivas do que negativas não necessariamente tem “peso” das avaliações positivas maior que o “peso” das avaliações negativas;
- e
- afirmações com a mesma frequência de avaliações positivas e negativas não necessariamente tem “peso” das avaliações positivas igual ao “peso” das avaliações negativas.

Também chegamos nas seguintes conclusões:

- afirmação possui *nota inferior a 5* se e somente se o “peso” das avaliações negativas é maior que o “peso” das avaliações positivas;
- afirmação possui *nota superior a 5* se e somente se o “peso” das avaliações positivas é maior que o “peso” das avaliações negativas; e
- afirmação possui *nota igual a 5* se e somente se o “peso” das avaliações positivas é igual ao “peso” das avaliações negativas.

Além das conclusões acima, podemos estabelecer as duas proposições a seguir. Suas demonstrações são omitidas neste material.

Proposição 1. Se uma afirmação for negativamente avaliada por mais de 75% dos respondentes, então a nota nesta afirmação é inferior a 5.

Proposição 2. Se uma afirmação for positivamente avaliada por mais de 75% dos respondentes, então a nota nesta afirmação é superior a 5.

Sobre as proposições acima, é importante lembrar que o total de respondentes desconsidera quem respondeu *Não se aplica* ou *Não sei informar*, e que as recíprocas não necessariamente são satisfeitas, ou seja:

- nota inferior a 5 não garante que a afirmação foi negativamente avaliada por mais de 75% dos respondentes (vide Exemplo 5); e
- nota superior a 5 não garante que a afirmação foi positivamente avaliada por mais de 75% dos respondentes (vide Exemplo 6).

7 Estabelecendo pontos de corte

Tal como mencionado no final da Seção 5, temos interesse em definir *pontos de corte* c_1 e c_2 de modo que notas abaixo de c_1 sejam consideradas *notas críticas* e notas acima de c_2 sejam consideradas *notas satisfatórias*. Cabe ressaltar que toda a discussão levantada na Seção 6 focou em notas por afirmação, e não em notas por fator ou notas gerais. Contudo, uma vez escolhidos pontos de corte para notas por afirmação, também podemos utilizá-los para notas por fator e para notas gerais sem ônus considerável.

É razoável definirmos $c_1 = 5$, uma vez que nota inferior a 5 implica um “peso” de avaliações negativas maior que o “peso” de avaliações positivas, o que serve como alerta para verificar o que está havendo naquela unidade, do ponto de vista de possíveis intervenções do SAAPT/PROGEPE. Portanto, *notas abaixo de 5 são tomadas como notas críticas*.

Do ponto de vista de uma nota satisfatória, não devemos nos contentar apenas com um número maior de avaliações positivas em relação às avaliações negativas, ou ainda, com o “peso” de avaliações positivas sendo maior que o “peso” das avaliações negativas, pois tal diferença pode ser pequena (o que faz com a nota não seja crítica, mas não seja

“tão boa” só pelo fato de não ser crítica). Logo, escolhamos algum valor superior a 5 (e, obviamente, inferior a 10) para c_2 . Mas quão maior que 5 precisa ser c_2 para que notas acima de c_2 sejam realmente satisfatórias?

Pensando na escala das médias dos rótulos numéricos (de 1 até 4), é razoável pensar que uma média superior a 3 é satisfatória, uma vez que está localizada na região das maiores notas quando dividimos esta escala em três partes iguais. Porém, a nota associada a média 3 é uma dízima periódica: $(10/3) \times (3 - 1) = 20/3 = 6,666\dots$

Para evitar que c_2 seja uma dízima periódica, mas sem “relaxar” em relação ao que seria uma nota satisfatória, podemos adotar $c_2 = 7$ (que está associado a média 3,1). Ainda, de forma a não sermos taxativos demais, consideramos notas iguais a 7 como satisfatórias, e não apenas notas superiores a 7. Portanto, ***notas maiores ou iguais a 7 são consideradas notas satisfatórias.***

Consideramos ***notas abaixo de 5 como críticas e notas maiores ou iguais a 7 como satisfatórias***, sejam notas por afirmação, por fator ou gerais.