



O VIRIAL GRAVITACIONAL E A EXISTÊNCIA DA MATÉRIA
ESCURA DO UNIVERSO - UMA PROPOSTA PARA O
ENSINO MÉDIO -

Thiago de Castro Gusmão

Dissertação de Mestrado apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Ensino de Física da UNIRIO no Curso de Mestrado Nacional Profissional de Ensino de Física (MNPEF), como parte dos requisitos necessários à obtenção do título de Mestre em Ensino de Física.

Orientador(es):
Sérgio B. Duarte

Rio de Janeiro,
Agosto de 2016

O Virial gravitacional e a existência da matéria escura do Universo
- Uma Proposta para o Ensino Médio -

Orientador
Sérgio B. Duarte

Dissertação de Mestrado submetida ao Programa de Pós-Graduação em Ensino de Física da UNIRIO no Curso de Mestrado Profissional de Ensino de Física (MNPEF), como parte dos requisitos necessários à obtenção do título de Mestre em Ensino de Física.

Aprovada por:

Dr.....

Dr.....

Dr.....

Rio de Janeiro,
Agosto de 2016

FICHA CATALOGRÁFICA

CXXXc* Gusmão, Thiago

O Virial gravitacional e a existência da matéria escura do Universo/
Thiago de Castro Gusmão - Rio de Janeiro: UNIRIO / IBIO, 2016.

6 seções, 56 páginas; A4.

Orientador: Sergio B. Duarte

Dissertação (mestrado) – UNIRIO / Instituto de Biociências /
Programa de Pós-Graduação em Ensino de Física, 2016.

Referências Bibliográficas: pág. 45.

1. Matéria Escura 2. Teorema Virial 3. Ensino de Física.

I. Sergio B. Duarte.

II. Universidade Federal do Estado do Rio de Janeiro, Instituto de
Biociências, Programa de Pós-Graduação em Ensino de Física.

III. O Virial gravitacional e a existência da matéria escura do Universo
- Uma Proposta para o Ensino Médio.

*Código da obra (fornecido pela biblioteca)

Consultar: <http://www.biblioteca.unirio.br/servicos-1/fichas-catalogaficas>

Dedico esta dissertação a todos
que direta e indiretamente
incentivaram e ajudaram na
realização desse projeto em
especial meu filho Miguel, motivo de
inspiração, minha esposa Juliana,
minha mãe Miriam e pai Gusmão e
irmãos, Tarso e Tatiana.

Agradecimentos

Agradeço à CAPES pelo apoio financeiro por meio da bolsa concedida e meu orientador Dr. Sergio B. Duarte pela paciência e carinho demonstrado durante todo o trabalho.

RESUMO

O VIRIAL GRAVITACIONAL E A EXISTÊNCIA DA MATÉRIA ESCURA DO UNIVERSO - UMA PROPOSTA PARA O ENSINO MÉDIO -

Orientador

Sérgio B. Duarte

Neste trabalho apresentamos uma proposta pedagógica para tratar a questão da existência de matéria escura no universo, trazendo esta questão para estudantes do ensino médio. Este tema com apelo intrínseco é usada para introduzir aplicações de leis cinemáticas correntemente apresentados no nível do ensino médio. O movimento dos planetas ao redor do sol e das estrelas em galáxias é explorado e a distribuição de energias cinética e potencial gravitacional é discutida para o movimento do planeta e estrelas. De forma objetiva, os alunos estão motivando a estudar esta questão, e o objetivo principal é atender as exigências do currículo do ensino médio nacional brasileira ("Parâmetros Curriculares do Ensino Médio" - PCNEM) oferecendo atividades interativas e fora da sala de aula para desenvolver a tema. Atividades computacionais também são incorporadas a fim de demonstrar numericamente o teorema virial gravitacional e levar os alunos à conclusão de que as estrelas luminosas nas galáxias estão na verdade mergulhadas em uma grande quantidade de matéria invisível, a matéria escura do Universo.

Palavras-chave: educação em física, teorema do virial, A matéria escura.

Rio de Janeiro,

Agosto de 2016

ABSTRACT

THE VIRIAL GRAVITATIONAL AND EXISTENCE OF DARK MATTER OF THE UNIVERSE - A PROPOSAL FOR SECONDARY EDUCATION –

Supervisor

Sérgio B. Duarte

In this work we present a pedagogical proposal to treat the question of existence of dark matter in the universe, bringing this issue to high school students. This theme with intrinsic appeal is used to introduce applications of kinematic laws currently presented in the high school level. The movement of planets around the sun, and stars in galaxies is explored and the distribution of kinetic and gravitational potential energies is discussed for the motion of planet and stars. In an objective way, students are motivating to study this issue, and the main goal is to meet the requirements of the Brazilian national high school Curriculum (*“Parâmetros Curriculares do Ensino Médio”* - PCNEM) offering interactive and out-classroom activities to develop the theme. Computational activities are also incorporated in order to demonstrate numerically the gravitational virial theorem and lead students to the conclusion that luminous stars in the galaxies are indeed imbedded in a great amount of invisible matter, the dark matter of the Universe.

Keywords: Physics education, Virial theorem, Dark matter

Rio de Janeiro,

August 2016

Sumário

Capítulo 1	Intrudução do projeto	10
Capítulo 2	Astronomia e temas cosmológicos atuais no PCN.....	12
2.1	Requisitos dos Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN).....	12
2.2	O Virial e a Argumentação da existência de Matéria Escura.....	14
Capítulo 3	Metodologia e instrumentos didáticos para exploração do Tema	16
3.1	Visitando museus – primeiro momento.....	16
3.2	Apresentação, discussão e análise do tema – segundo momento.. ..	17
3.3	Desdobramentos e conclusões – terceiro momento	23
Capítulo 4	Detalhamento da aplicação do produto.....	25
4.1	Visitando o Museu – o primeiro momento da proposta.....	26
4.2	Análise e discussão do tema em sala – o segundo momento.....	29
4.3	Evidenciando a existência da Matéria Escura – terceiro momento.....	35
4.4	Análise dos questionários.....	37
4.4.1	Questionário de avaliação diagnóstica.....	38
4.4.2	Questionário de avaliação de resultados.....	40
Capítulo 5	Comentários e conclusões finais.....	44
Apêndice A	Questionário de avaliação diagnóstica.....	46
Apêndice B	Questionário de avaliação de resultados	47
Apêndice C	Planilha para análise de órbitas planetárias.....	48
Referências Bibliográficas.....		57

Capítulo 1

Introdução do Projeto

Neste capítulo apresentaremos a motivação do trabalho e sua contextualização dentro da proposta dos Parâmetros Curriculares Nacionais do Ensino Médio. Trata-se de um capítulo introdutório onde a motivação para o estudo de astronomia ajuda na compreensão dos movimentos dos corpos. Chamamos atenção para a utilização dos conceitos de velocidade e aceleração aplicado ao estudo de movimentos de corpos celestes tais como planetas do sistema solar e mesmo para o movimento de estrelas dentro das galáxias. Mostrando que os mesmos conceitos utilizados para descrever o movimento dos corpos na terra podem ser estendidos no estudo da astronomia.

O estudo de Astronomia recebeu particular destaque nos Parâmetros Curriculares Nacionais do Ensino Médio, acreditamos que pela necessidade de prover conteúdos para alicerçar informações que são trazidos por diferentes fontes midiáticas a que os alunos estão expostos em nossos dias. Isto é, observado por muitos dos professores atuantes no ensino médio, como apontado por Cláudio A. Dias em seu livro (Dias 2007), onde mostra a necessidade de uma maior ênfase sobre os conhecimentos astronômicos e astrofísicos neste nível de formação. Ali ele ressalta este ponto, com o comentário "*Os alunos estão concluindo este nível de ensino sem conhecimento de vários temas na área de Astronomia, que são obrigatórios nos Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN's)*".

Aproveitando este destaque, vale por em realce que seguramente os mais importantes conceitos a serem consolidado no aprendizado do ensino médio são as leis de conservação e as formas de interações entre partículas e corpos manifestas na natureza. Mostrar que estas leis e interações têm suas validades consagradas em diferentes escalas, sem dúvida desperta nos estudantes o fascínio pelo caráter de universalidade das teorias da física, servindo de instrumento para exploração de fenômenos desde a escala atômica e subatômica até a escala cosmológica. Com esta motivação apresentamos neste trabalho a utilização da dinâmica do movimento dos corpos sob a ação da interação gravitacional, explicitando as leis de

conservação em sistemas fechados. Propomos a análise da distribuição da energia do sistema na sua forma cinética e potencial gravitacional ao longo do tempo, isto feito acompanhando um cálculo de orbitas planetário fechadas, quando evoluímos para a determinação dos valores médios destas grandezas dentro de um período. Estabelecemos desta forma o teorema viral mecânico para gravitação.

O processo de aquisição de conhecimento envolve o uso de analogias e modelos abstraídos de situações mais familiares (Borges, Oto 2006). Dentro deste ponto de vista, antes de discutir a dinâmica de objetos massivos dentro de galáxias e de aglomerados galácticos, começamos a abordagem do tema com o análise do virial mecânico no sistema planetário solar. Afinal, estes seriam corpos celestes bem mais familiar aos alunos.

Na próxima seção, é apresentada uma colocação pedagógica para a introdução do tema com base na proposta do Plano Curricular Nacional (PCN) para o ensino médio. Na seção seguinte são desenvolvidas as técnicas, metodologia e instrumentos de cálculo a serem os resultados são utilizados para a exploração da relação do virial como elemento básico para argumentação da existência da matéria escura no Universo.

Capítulo 2

Astronomia no PCN e o tema da Matéria Escura do Universo

Vamos discutir a pertinência da abordagem de conteúdos em astronomia, colocando em destaque a Matéria Escura, nas escolas de ensino básico dando justificativas para uma abordagem contextualizada que siga as orientações determinadas pelos parâmetros curriculares de nosso país. Nesse sentido, sugerimos procedimentos motivadores utilizando recursos didáticos com atividades extraclasse e interativos, que acreditamos ser importantes para estimular um aprendizado de qualidade.

2.1 Requisitos dos Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN)3

Um dos temas que são propostos para discussão no ensino básico é a Matéria Escura que, na literatura científica, aparece como um dos problemas em aberto e colocado como também um dos grandes desafios a compreensão de nosso Universo.

É requisito do PCN, do ensino médio - Ciências da Natureza na área de Física -, o efetivo aprendizado do tema estruturador Universo, Terra e Vida, que é composto das seguintes unidades temáticas: Compreensão de aspectos da evolução dos modelos da ciência para explicar a constituição do Universo (matéria, radiação e interações) através dos tempos, identificando especificidades do modelo atual. (Dias, 2007)

O presente trabalho vem introduzir uma proposta de atividade interativa a ser realizada em sala de aula e/ou em um laboratório de informática, para discussão sobre a detecção da matéria escura a partir do teorema Virial. O conceito de Matéria Escura aparece na literatura para preencher uma lacuna de observações e conclusões que são tiradas dos fenômenos astronômicos. A dinâmica que é observada na estrutura das galáxias é contraditória quando nós a analisamos apenas do ponto de vista da matéria visível que a constitui, isso nos permite

supor a existência de alguma matéria diferente da primeira, a qual torna possível a dinâmica observada, a essa chamou matéria escura. Na figura 2.1 percebemos a relação existente de matéria escura na Via Láctea:



Figura 2.1 - Concepção artística do halo de matéria escura na Via Láctea
([Http://www.if.ufrgs.br/~fatima/ead/universo-atual.htm](http://www.if.ufrgs.br/~fatima/ead/universo-atual.htm))

Com o auxílio de tabelas e gráficos, utilizando o software Excel, podemos estudar inicialmente o movimento de um corpo celeste (planeta, por exemplo) em torno de uma estrela. Adotando que o corpo realiza uma órbita fechada em torno da estrela, é possível calcular a energia cinética e potencial em cada ponto do caminho realizado pelo planeta e assim obter uma média dessas energias. O Virial consiste da relação entre a energia em termos da média das energias cinéticas e potencial de um planeta em órbita em torno de um sol, dentro de seu período.

A partir dessa experiência, podemos generalizar a análise para dinâmica de uma galáxia. Uma estrela que gira em torno do centro galáctico em uma órbita fechada poderia ser tratada de forma análoga ao que fizemos anteriormente com o planeta. Quando extrapolamos e estudamos corpos celestes mais complexos, galáxias ou aglomerados de galáxias constata-se

que o teorema “não é satisfeito”, entretanto, para que o resultado seja consistente com a relação Virial precisamos supor a existência de algum elemento que observacionalmente não percebemos, intensificando a ação gravitacional, uma massa: “a Matéria Escura”.

2.2 O Virial e a Argumentação da existência de Matéria Escura

Nesse capítulo, vamos fazer um breve relato dos acontecimentos históricos, observações e conclusões que originaram a discussão da existência da matéria escura e qual o caminho escolhido, pela comunidade científica, para trilhar buscando como objetivo desvendar a origem desse fenômeno.

O primeiro cientista a mencionar a existência da "Matéria Escura" foi Fritz Zwicky, na década de 30. Os primeiros estudos verificaram que toda radiação emitida por um aglomerado de galáxias, tanto na frequência visível, quanto em raios-x, não correspondia com a estimativa de massa daquele aglomerado. Essa afirmação confirmava aquela feita com a utilização do teorema Virial. Porém essas duas estimativas precisavam admitir um sistema equilibrado, o que em muitos casos causava um certo desconforto, já que em muitos aglomerados esse equilíbrio poderia não existir. O surgimento de uma nova ferramenta, as lentes gravitacionais, que em 1919 após as observações do eclipse solar na cidade de Sobral no Ceará respondeu às questões levantadas pela Relatividade Geral, mostrou ser uma ferramenta fortíssima para detecção da matéria escura e o uso desse método não estaria aprisionado ao equilíbrio do sistema.

Com relação às galáxias, essa evidência também é notória. Em seu artigo " O lado escuro do Universo", Laerte Sodré Jr relata: "No sistema solar, quanto mais distante um planeta está do Sol, mais devagar ele o orbita: isso é denominado movimento kepleriano. Algo parecido era esperado no movimento de rotação das estrelas do disco em relação ao centro das galáxias espirais. Verificou-se, porém, que, em vez da rotação decrescer com a distância ao centro, ela permanecia aproximadamente constante. Esse resultado foi interpretado por Freeman, em 1970, como evidência de que as galáxias continham uma massa não detectada, com uma distribuição diferente das estrelas. Aparentemente, as galáxias são imensos esferoides de matéria escura, com as estrelas e outras formas de matéria bariônica residindo na região central."

Em uma perspectiva mais atual, a matéria escura continua como um ponto de interrogação atormentador e ao mesmo tempo excitante, motivando esforços e inspirando concepções fantásticas, como por exemplo, as Partículas Massivas que interagem fracamente (WIMP, sigla em inglês) formadas por um conjunto de partículas, entre elas, o famoso neutrino com uma massa, segundo Carlos Alexandre Wuensche (Wuensche, 94), aproximadamente um centésimo de milésimo da massa do elétron e com velocidade próxima da luz. O artigo de Wuensche, “A Radiação Cósmica de Fundo em Micro-ondas e a Formação de Estruturas no Universo: Uma Visão Atual” é uma excelente leitura para aqueles mais interessados.

Capítulo 3

Metodologia e Instrumentos Didáticos para Exploração do Tema

Vamos agora detalhar a estratégia escolhida para abordar o tema da Matéria Escura, delineando os estágios metodológicos a serem seguidos pelo docente junto a sua turma. Desse modo, separamos a proposta em três momentos diferentes, cada um com sua importância para o sucesso da prática de ensino. O público alvo dessa atividade são alunos do ensino básico que cursam o ensino médio. É pré-requisito para discussão o estudo de movimento dos corpos, que é correntemente abordado no ensino médio, o movimento uniforme (MU) e movimento uniformemente variado (MUV). Esses três momentos da proposta, discutiremos nas seções seguintes.

3.1. Primeiro momento - Visitando museus

No primeiro momento é realizada uma visita ao Museu de Astronomia e Ciências Afins, localizado em São Cristóvão no Rio de Janeiro/RJ, onde os alunos podem conhecer espaços expositivos relacionados com o tema da atividade, como por exemplo, fenômenos astronômicos (estações do ano, fases da Lua e eclipses), corpos celestes (nebulosas, aglomerados e galáxias). Nesse momento, uma das atividades mais recomendadas é a observação do céu em telescópios. Essa primeira etapa é de grande importância para motivação e envolvimento dos alunos nas etapas futuras.

“Os PCNEM recomendam também que a apropriação dos conhecimentos físicos deve ser desenvolvida passo a passo, a partir dos elementos próximos, práticos e vivenciais do aluno, reconhecendo-se a necessidade de que o abstrato seja construído "concretamente", a partir de situações reais, sem que se faça apelo a definições dogmáticas ou a tratamentos impropriamente triviais. Sugerem, igualmente que é essencial trabalhar com modelos, introduzindo-se a própria ideia de modelo através da discussão de modelos microscópicos e

que tais modelos devem ser construídos a partir da necessidade explicativa dos fatos em correlação direta com os fenômenos macroscópicos que se quer explicar. (Moreira, 2000)”

Sugiro que nesse momento valorize-se o protagonismo dos alunos e sua tomada de decisão na hora de escolher os espaços e atividades a serem realizadas.

3.2. Apresentação, discussão e análise do tema – segundo momento

O segundo momento é realizado na sala de informática do colégio, onde revisamos conceitos de movimento dos corpos que são importantes para o entendimento do que será realizado e são apresentadas novas grandezas como energia cinética e potencial gravitacional. A partir daí, começaremos uma discussão sobre o movimento de um planeta em torno do Sol, primeiramente para uma órbita circular, analisando de forma analítica as forças envolvidas (centrípeta = gravitacional) e a cinemática do movimento de revolução do planeta em torno do Sol (equações de posição em função do tempo). Para um entendimento mais favorável do que acontece com as grandezas envolvidas e obtenção sistemática dos resultados, introduzimos conceitos rudimentares de organização dos cálculos numéricos (programação). Para essa finalidade, utilizaremos o software Excel, largamente difundido, utilizando seus recursos para plotar gráficos e trabalhar os dados. Dessa forma, conseguimos mostrar a forma da órbita, o valor da velocidade nos eixos x e y, e a energia cinética e potencial durante sua órbita em torno do Sol. Após essa primeira análise, ampliaremos os estudos para órbitas elípticas e parabólicas.

Finalizamos, relacionando suas energias para obter o Virial gravitacional. Abaixo, num recorte da planilha, exemplificamos os dados obtidos para o caso de uma órbita circular. As colunas na planilha mostram as grandezas relevantes para o estudo das órbitas em um gráfico bidimensional. Na tabela 3.1, especificamos as condições iniciais que foram utilizadas nos cálculos nas planilhas. Na tabela 3.2, as grandezas que são as entradas dessa planilha (veja Apêndice C).

Condição inicial a ser adicionada na primeira linha da planilha:	
$X_0 = \text{Raio médio da órbita do planeta} = (R_{\text{afélio}} + R_{\text{periélio}})/2$	$V_{0x} = 0$
$Y_0 = 0$	$V_{0y} = \text{livre}$
Tabela 3.1- especificação da condição inicial para a planilha de cálculo	

X	Função horária do movimento.	$X + V_x \Delta t + \frac{a \Delta t^2}{2}$
Y	Função horária do movimento	$Y + V_y \Delta t + \frac{a \Delta t^2}{2}$
a_x	Aceleração do planeta no eixo x	$\frac{G M_{\text{sol}} X}{(X^2 + Y^2)^{3/2}}$
a_y	Aceleração do planeta no eixo y	$\frac{G M_{\text{sol}} Y}{(X^2 + Y^2)^{3/2}}$
V_x	Velocidade no eixo x	$V_x + a_x \Delta t$
V_y	Velocidade no eixo y	$V_y + a_y \Delta t$
V	Velocidade	$(V_x^2 + V_y^2)^{1/2}$
E_{pot}	Energia potencial	$\frac{-G M_{\text{sol}} m}{(X^2 + Y^2)^{1/2}}$
E_c	Energia cinética	$\frac{m V^2}{2}$
ΔT	Intervalo de tempo considerado	<i>Fazer escolha adequada com o aluno</i>
G	Constante gravitacional.	Entrar com dados em unidade adequada
Sol	Massa do Sol	Entrar com dado observacional
m	Massa do planeta.	Entrar com dado observacional
Tempo	Tempo decorrido.	Entrar com dado observacional
$\frac{E_{\text{pot}}}{E_c}$	Relação do Virial.	Saída como resultado

Tabela 3.2 – especificação de todas as grandezas envolvidas nos cálculos das trajetórias, velocidades, aceleração e energias do planeta

No caso de uma órbita circular, onde a velocidade tangencial inicial esta na direção do eixo Y

e corresponde ao valor que mantém o planeta nessa órbita circular, ou seja $V_y = \sqrt{\frac{G.M}{R}}$.

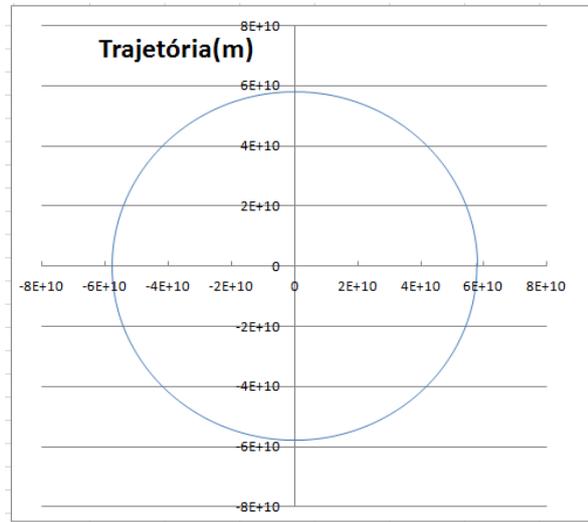


Figura 3.1 – gráfico correspondente a órbita circular, extraído da planilha Microsoft Office Excel 2007 das posições na órbita planetária

Como a trajetória descrita é circular, a razão entre a energia potencial e cinética, calculada a cada instante de tempo, se mostra constante e igual a -2 . Observe a última coluna no recorte da planilha na figura 3.2.

1	X(m)	Y(m)	Ax(m/s ²)	Ay(m/s ²)	Vx(m/s)	Vy(m/s)	V(m/s)	Epot(j)	Ecín(j)	Δt(s)	G	sol(kg)	mercúrio(tempo	Epot/Ecín
2	5,80E+10	0	-0,039259	0	0,00E+00	4,77E+04	4,77E+04	-7,51E+32	3,76E+32	0	6,67E-11	1,98E+30	3,30E+23	0,00E+00
3	5,80E+10	3,64E+07	-0,039259	-2,46544E-05	-3,00E+01	4,77E+04	4,77E+04	-7,51E+32	3,76E+32	763,32	6,67E-11	1,98E+30	3,30E+23	7,63E+02
4	5,80E+10	7,28E+07	-0,039259	-4,93089E-05	-5,99E+01	4,77E+04	4,77E+04	-7,51E+32	3,76E+32	763,32	6,67E-11	1,98E+30	3,30E+23	1,53E+03
5	5,80E+10	1,09E+08	-0,039259	-7,39633E-05	-8,99E+01	4,77E+04	4,77E+04	-7,51E+32	3,76E+32	763,32	6,67E-11	1,98E+30	3,30E+23	2,29E+03
6	5,80E+10	1,46E+08	-0,039258	-9,86176E-05	-1,20E+02	4,77E+04	4,77E+04	-7,51E+32	3,76E+32	763,32	6,67E-11	1,98E+30	3,30E+23	3,05E+03
7	5,80E+10	1,82E+08	-0,039258	-0,000123272	-1,50E+02	4,77E+04	4,77E+04	-7,51E+32	3,76E+32	763,32	6,67E-11	1,98E+30	3,30E+23	3,82E+03
8	5,80E+10	2,19E+08	-0,039258	-0,000147926	-1,80E+02	4,77E+04	4,77E+04	-7,51E+32	3,76E+32	763,32	6,67E-11	1,98E+30	3,30E+23	4,58E+03
9	5,80E+10	2,55E+08	-0,039258	-0,00017258	-2,10E+02	4,77E+04	4,77E+04	-7,51E+32	3,76E+32	763,32	6,67E-11	1,98E+30	3,30E+23	5,34E+03
10	5,80E+10	2,91E+08	-0,039258	-0,000197235	-2,40E+02	4,77E+04	4,77E+04	-7,51E+32	3,76E+32	763,32	6,67E-11	1,98E+30	3,30E+23	6,11E+03
11	5,80E+10	3,28E+08	-0,039258	-0,000221889	-2,70E+02	4,77E+04	4,77E+04	-7,51E+32	3,76E+32	763,32	6,67E-11	1,98E+30	3,30E+23	6,87E+03
12	5,80E+10	3,64E+08	-0,039258	-0,000246543	-3,00E+02	4,77E+04	4,77E+04	-7,51E+32	3,76E+32	763,32	6,67E-11	1,98E+30	3,30E+23	7,63E+03
13	5,80E+10	4,01E+08	-0,039258	-0,000271196	-3,30E+02	4,77E+04	4,77E+04	-7,51E+32	3,76E+32	763,32	6,67E-11	1,98E+30	3,30E+23	8,40E+03
14	5,80E+10	4,37E+08	-0,039258	-0,00029585	-3,60E+02	4,77E+04	4,77E+04	-7,51E+32	3,76E+32	763,32	6,67E-11	1,98E+30	3,30E+23	9,16E+03
15	5,80E+10	4,74E+08	-0,039257	-0,000320504	-3,90E+02	4,77E+04	4,77E+04	-7,51E+32	3,76E+32	763,32	6,67E-11	1,98E+30	3,30E+23	9,92E+03
16	5,80E+10	5,10E+08	-0,039257	-0,000345157	-4,20E+02	4,77E+04	4,77E+04	-7,51E+32	3,76E+32	763,32	6,67E-11	1,98E+30	3,30E+23	1,07E+04
17	5,80E+10	5,46E+08	-0,039257	-0,000369811	-4,49E+02	4,77E+04	4,77E+04	-7,51E+32	3,76E+32	763,32	6,67E-11	1,98E+30	3,30E+23	1,14E+04
18	5,80E+10	5,83E+08	-0,039257	-0,000394464	-4,79E+02	4,77E+04	4,77E+04	-7,51E+32	3,76E+32	763,32	6,67E-11	1,98E+30	3,30E+23	1,22E+04
19	5,80E+10	6,19E+08	-0,039256	-0,000419117	-5,09E+02	4,77E+04	4,77E+04	-7,51E+32	3,76E+32	763,32	6,67E-11	1,98E+30	3,30E+23	1,30E+04
20	5,80E+10	6,56E+08	-0,039256	-0,00044377	-5,39E+02	4,77E+04	4,77E+04	-7,51E+32	3,76E+32	763,32	6,67E-11	1,98E+30	3,30E+23	1,37E+04
21	5,80E+10	6,92E+08	-0,039256	-0,000468423	-5,69E+02	4,77E+04	4,77E+04	-7,51E+32	3,76E+32	763,32	6,67E-11	1,98E+30	3,30E+23	1,45E+04
22	5,80E+10	7,28E+08	-0,039256	-0,000493075	-5,99E+02	4,77E+04	4,77E+04	-7,51E+32	3,76E+32	763,32	6,67E-11	1,98E+30	3,30E+23	1,53E+04
23	5,80E+10	7,65E+08	-0,039255	-0,000517727	-6,29E+02	4,77E+04	4,77E+04	-7,51E+32	3,76E+32	763,32	6,67E-11	1,98E+30	3,30E+23	1,60E+04
24	5,80E+10	8,01E+08	-0,039255	-0,000542379	-6,59E+02	4,77E+04	4,77E+04	-7,51E+32	3,76E+32	763,32	6,67E-11	1,98E+30	3,30E+23	1,68E+04
25	5,80E+10	8,38E+08	-0,039255	-0,000567031	-6,89E+02	4,77E+04	4,77E+04	-7,51E+32	3,76E+32	763,32	6,67E-11	1,98E+30	3,30E+23	1,76E+04
26	5,80E+10	8,74E+08	-0,039254	-0,000591683	-7,19E+02	4,77E+04	4,77E+04	-7,51E+32	3,76E+32	763,32	6,67E-11	1,98E+30	3,30E+23	1,83E+04
27	5,80E+10	9,11E+08	-0,039254	-0,000616334	-7,49E+02	4,77E+04	4,77E+04	-7,51E+32	3,76E+32	763,32	6,67E-11	1,98E+30	3,30E+23	1,91E+04
28	5,80E+10	9,47E+08	-0,039253	-0,000640986	-7,79E+02	4,77E+04	4,77E+04	-7,51E+32	3,76E+32	763,32	6,67E-11	1,98E+30	3,30E+23	1,98E+04
29	5,80E+10	9,83E+08	-0,039253	-0,000665636	-8,09E+02	4,77E+04	4,77E+04	-7,51E+32	3,76E+32	763,32	6,67E-11	1,98E+30	3,30E+23	2,06E+04
30	5,80E+10	1,02E+09	-0,039253	-0,000690287	-8,39E+02	4,77E+04	4,77E+04	-7,51E+32	3,76E+32	763,32	6,67E-11	1,98E+30	3,30E+23	2,14E+04

Figura 3.2 – recorte da planilha Microsoft Office Excel 2007 das grandezas relativas a órbita planetária circular.

É oportuno salientar nesse momento a questão da precisão dos cálculos efetuados pelo software dentro das aproximações introduzidas no cálculo da trajetória. Por exemplo, é crucial a escolha do intervalo de tempo correspondente ao solto entre posições sucessivas na planilha. Na figura 3.3 mostramos o que acontece quando escolhemos um passo muito largo, ou seja o intervalo de tempo grande demais para que o erro devido as aproximações dos cálculos se acumulem, levando a uma órbita que não se fecha. Vale resaltar que todos os cálculos numéricos, até aqueles mais precisos (padrão NASA), apresentam esse tipo de defeito que é melhorado pela tolerância imposta sobre o erro do resultado controlado pelo tamanho do passo. Passando para o aluno a ideia do controle completo do tamanho do erro.

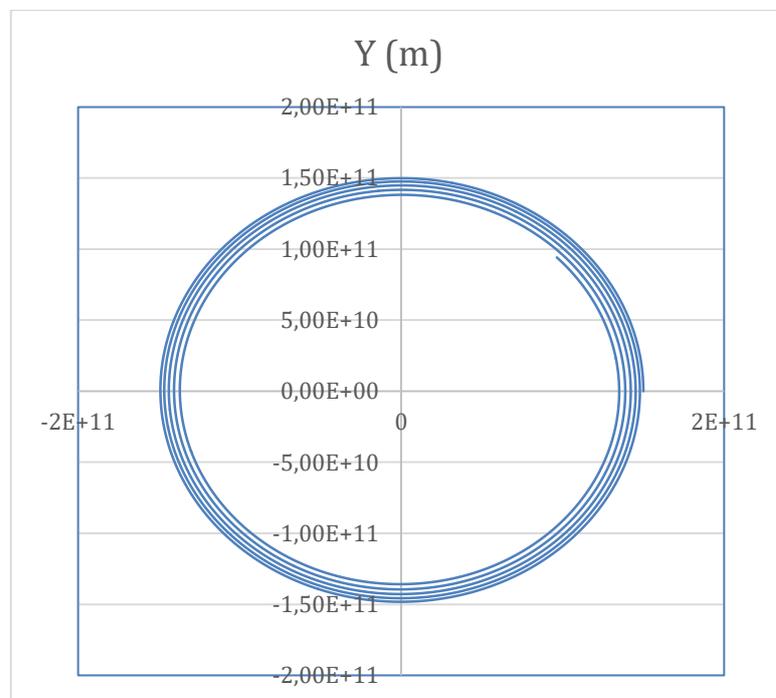


Figura 3.3 – gráfico correspondente a órbita circular, com o intervalo de tempo “mal escolhido” (grande demais), levando a um acúmulo de erros que não permite o fechamento da órbita.

A seguir, dois gráficos mostrando o comportamento das velocidades e das acelerações nos eixos X e Y, para o caso da planilha da figura 3.2, onde o passo foi adequadamente escolhido.

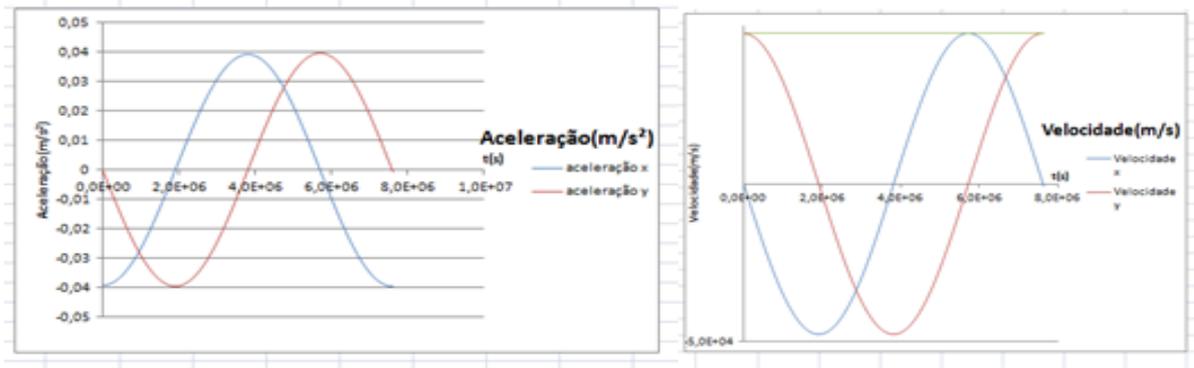


Figura 3.4 – gráfico de aceleração (a esquerda) e o de velocidade (a direita) correspondente a órbita circular, correspondentes a figura 3.2.

Quando a velocidade inicial é um pouco superior a velocidade que mantém o planeta numa órbita de raio R , $V_y = \sqrt{\frac{GM}{R}}$, a trajetória torna-se elíptica. A excentricidade da elipse é tanto maior quanto maior for a diferença do valor da velocidade inicial em relação a V_y .

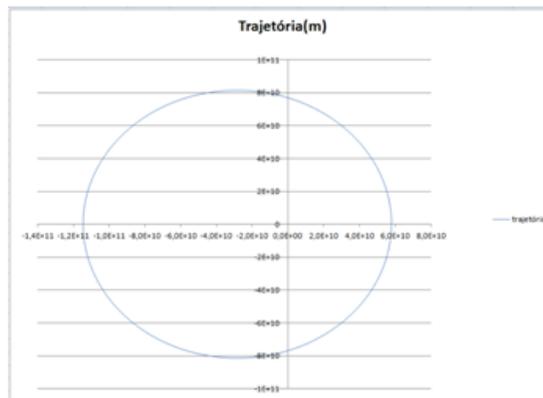


Figura 3.5 – gráfico correspondente a órbita elíptica, extraído da planilha Microsoft Office Excel 2007.

A razão entre Energia cinética e potencial, a cada momento, é variável. Porém, sua média dentro do periodo é que deve ser considerada para se traduzir a relação do teorema do virial. A seguir, dois gráficos mostrando o comportamento das velocidades e das acelerações nos eixos X e Y, na órbita elíptica.

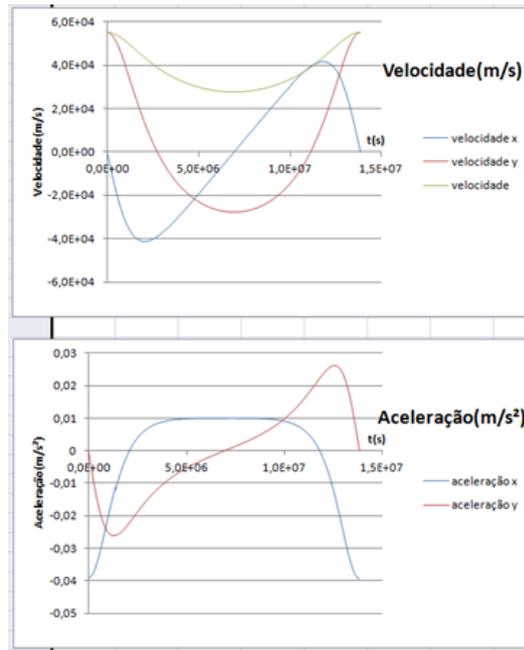


Figura 3.6 – gráfico da velocidade (acima) e o de aceleração (abaixo) correspondente a órbita elíptica.

Surgem trajetórias parabólicas quando, variando o módulo da velocidade inicial, esta ultrapassa o valor crítico corresponde a $V_y = \sqrt{\frac{2 G \cdot M}{R}}$. Observamos que para esse valor crítico a relação entre energia cinética e potencial é igual a -1, ponto a ponto da trajetória. Nesse caso, não se aplica o teorema do virial gravitacional, aplicavel apenas nas órbitas fechadas.

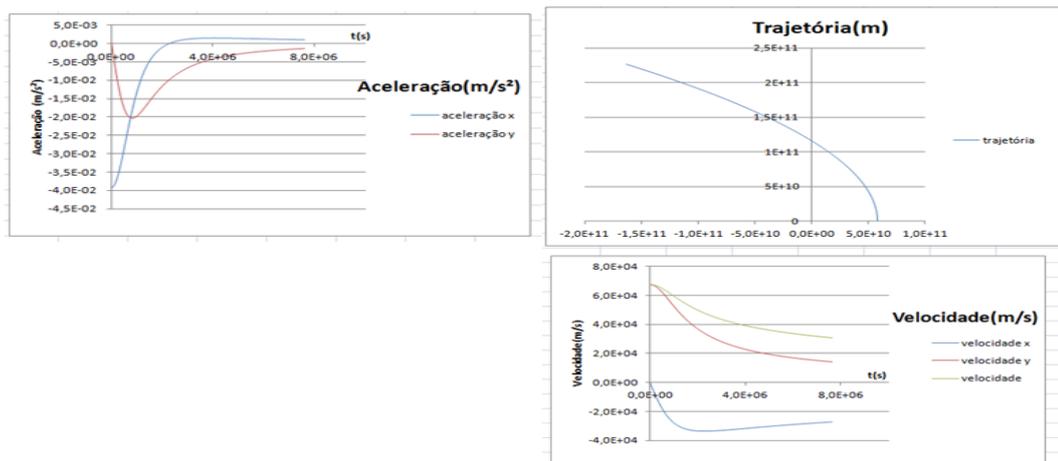


Figura 3.7 – gráfico de aceleração (a esquerda), da trajetória (a direita) e da velocidade (abaixo) correspondente a uma órbita parabólica.

Quando a velocidade é superior a essa, a trajetória torna-se uma parábola de maior abertura. Como a trajetória torna-se aberta, não há como fazer a média temporal da energia cinética ou potencial.

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R
	X (m)	Y (m)	Ax(m/s²)	Ay(m/s²)	Vx (m/s)	Vy(m/s)	V (m/s)	Epg(J)	Ec (J)	Δt (s)	G	Sol (Kg)	Terra(Kg)	tempo	Epg/Ec	Vel. Inicial		
1	1,5E+11	0,00E+00	-0,00587	0	0	4,20E+04	4,20E+04	-5,3E+33	5,26E+33	3150	6,67E-11	1,98E+30	5,97E+24	0,00E+00	-1,00E+00	41962,84		
2	1,5E+11	1,32E+08	-0,00587	-5,2E-06	-18,4892	4,20E+04	4,20E+04	-5,3E+33	5,26E+33	3150	6,67E-11	1,98E+30	5,97E+24	3,15E+03	-1,00E+00			
3	1,5E+11	2,64E+08	-0,00587	-1E-05	-36,9784	4,20E+04	4,20E+04	-5,3E+33	5,26E+33	3150	6,67E-11	1,98E+30	5,97E+24	6,30E+03	-1,00E+00			
4	1,5E+11	3,97E+08	-0,00587	-1,6E-05	-55,4675	4,20E+04	4,20E+04	-5,3E+33	5,26E+33	3150	6,67E-11	1,98E+30	5,97E+24	9,45E+03	-1,00E+00			
5	1,5E+11	5,29E+08	-0,00587	-2,1E-05	-73,9565	4,20E+04	4,20E+04	-5,3E+33	5,26E+33	3150	6,67E-11	1,98E+30	5,97E+24	1,26E+04	-1,00E+00			
6	1,5E+11	6,61E+08	-0,00587	-2,6E-05	-92,4454	4,20E+04	4,20E+04	-5,3E+33	5,26E+33	3150	6,67E-11	1,98E+30	5,97E+24	1,58E+04	-1,00E+00			
7	1,5E+11	7,93E+08	-0,00587	-3,1E-05	-110,934	4,20E+04	4,20E+04	-5,3E+33	5,26E+33	3150	6,67E-11	1,98E+30	5,97E+24	1,89E+04	-1,00E+00			
8	1,5E+11	9,25E+08	-0,00587	-3,6E-05	-129,423	4,20E+04	4,20E+04	-5,3E+33	5,26E+33	3150	6,67E-11	1,98E+30	5,97E+24	2,21E+04	-1,00E+00			
9	1,5E+11	1,06E+09	-0,00587	-4,1E-05	-147,911	4,20E+04	4,20E+04	-5,3E+33	5,26E+33	3150	6,67E-11	1,98E+30	5,97E+24	2,52E+04	-1,00E+00			
10	1,5E+11	1,19E+09	-0,00587	-4,7E-05	-166,399	4,20E+04	4,20E+04	-5,3E+33	5,26E+33	3150	6,67E-11	1,98E+30	5,97E+24	2,84E+04	-1,00E+00			
11	1,5E+11	1,32E+09	-0,00587	-5,2E-05	-184,887	4,20E+04	4,20E+04	-5,3E+33	5,26E+33	3150	6,67E-11	1,98E+30	5,97E+24	3,15E+04	-1,00E+00			
12	1,5E+11	1,45E+09	-0,00587	-5,7E-05	-203,374	4,20E+04	4,20E+04	-5,3E+33	5,26E+33	3150	6,67E-11	1,98E+30	5,97E+24	3,47E+04	-1,00E+00			
13	1,5E+11	1,59E+09	-0,00587	-6,2E-05	-221,862	4,20E+04	4,20E+04	-5,3E+33	5,26E+33	3150	6,67E-11	1,98E+30	5,97E+24	3,78E+04	-1,00E+00			
14	1,5E+11	1,72E+09	-0,00587	-6,7E-05	-240,348	4,20E+04	4,20E+04	-5,3E+33	5,26E+33	3150	6,67E-11	1,98E+30	5,97E+24	4,10E+04	-1,00E+00			
15	1,5E+11	1,85E+09	-0,00587	-7,2E-05	-258,835	4,20E+04	4,20E+04	-5,3E+33	5,26E+33	3150	6,67E-11	1,98E+30	5,97E+24	4,41E+04	-1,00E+00			
16	1,5E+11	1,98E+09	-0,00587	-7,8E-05	-277,321	4,20E+04	4,20E+04	-5,3E+33	5,26E+33	3150	6,67E-11	1,98E+30	5,97E+24	4,73E+04	-1,00E+00			
17	1,5E+11	2,11E+09	-0,00587	-8,3E-05	-295,806	4,20E+04	4,20E+04	-5,3E+33	5,26E+33	3150	6,67E-11	1,98E+30	5,97E+24	5,04E+04	-1,00E+00			
18	1,5E+11	2,25E+09	-0,00587	-8,8E-05	-314,291	4,20E+04	4,20E+04	-5,3E+33	5,26E+33	3150	6,67E-11	1,98E+30	5,97E+24	5,36E+04	-1,00E+00			
19	1,5E+11	2,38E+09	-0,00587	-9,3E-05	-332,776	4,20E+04	4,20E+04	-5,3E+33	5,26E+33	3150	6,67E-11	1,98E+30	5,97E+24	5,67E+04	-1,00E+00			
20	1,5E+11	2,51E+09	-0,00587	-9,8E-05	-351,26	4,20E+04	4,20E+04	-5,3E+33	5,26E+33	3150	6,67E-11	1,98E+30	5,97E+24	5,99E+04	-1,00E+00			
21	1,5E+11	2,64E+09	-0,00587	-0,0001	-369,744	4,20E+04	4,20E+04	-5,3E+33	5,26E+33	3150	6,67E-11	1,98E+30	5,97E+24	6,30E+04	-1,00E+00			
22	1,5E+11	2,78E+09	-0,00587	-0,00011	-388,227	4,20E+04	4,20E+04	-5,3E+33	5,26E+33	3150	6,67E-11	1,98E+30	5,97E+24	6,62E+04	-1,00E+00			
23	1,5E+11	2,91E+09	-0,00587	-0,00011	-406,709	4,20E+04	4,20E+04	-5,3E+33	5,26E+33	3150	6,67E-11	1,98E+30	5,97E+24	6,93E+04	-1,00E+00			
24	1,5E+11	3,04E+09	-0,00587	-0,00012	-425,19	4,20E+04	4,20E+04	-5,3E+33	5,26E+33	3150	6,67E-11	1,98E+30	5,97E+24	7,25E+04	-1,00E+00			
25	1,5E+11	3,17E+09	-0,00587	-0,00012	-443,671	4,20E+04	4,20E+04	-5,3E+33	5,26E+33	3150	6,67E-11	1,98E+30	5,97E+24	7,56E+04	-1,00E+00			
26	1,5E+11	3,30E+09	-0,00587	-0,00013	-462,152	4,20E+04	4,20E+04	-5,3E+33	5,26E+33	3150	6,67E-11	1,98E+30	5,97E+24	7,88E+04	-1,00E+00			
27	1,5E+11	3,44E+09	-0,00587	-0,00013	-480,631	4,20E+04	4,20E+04	-5,3E+33	5,26E+33	3150	6,67E-11	1,98E+30	5,97E+24	8,19E+04	-1,00E+00			
28	1,5E+11	3,44E+09	-0,00587	-0,00013	-480,631	4,20E+04	4,20E+04	-5,3E+33	5,26E+33	3150	6,67E-11	1,98E+30	5,97E+24	8,19E+04	-1,00E+00			

Figura 3.8 – recorte da planilha Microsoft Office Excel 2007 das grandezas relativas a trajetórias parabólicas, destacando a relação entre a energia cinética e potencial igual -1.

Devemos neste segundo momento tomar o cuidado para não incidirmos no que alerta Mazur quanto à utilização de técnicas e novos métodos didáticos: “*o problema com a educação, no entanto, não é o método de apresentação é a assimilação do material apresentado. Infelizmente a maioria dos usos da tecnologia em educação foca na apresentação da informação*”. (Borges, Oto 2006).

3.3 Desdobramentos e conclusões – terceiro momento

A partir da análise dos dados fica clara a relação das energias nos três tipos de órbitas, podemos então começar as discussões na generalização dessa abordagem para galáxias ou aglomerados de galáxias, comentando que as observações astrofísicas não são consistentes quando admitimos que essas estruturas são equilibradas, precisando “adicionar” massa para

que o teorema apareça, demonstrando assim a suposta existência da matéria escura nas galáxias. Segundo as últimas observações estima-se que a proporção da matéria escura, energia escura e matéria visível contida no universo e mostrada na figura 3.3. Evidenciando o grande desconhecimento da composição e estrutura do nosso Universo, desafiando as gerações de futuros pesquisadores.

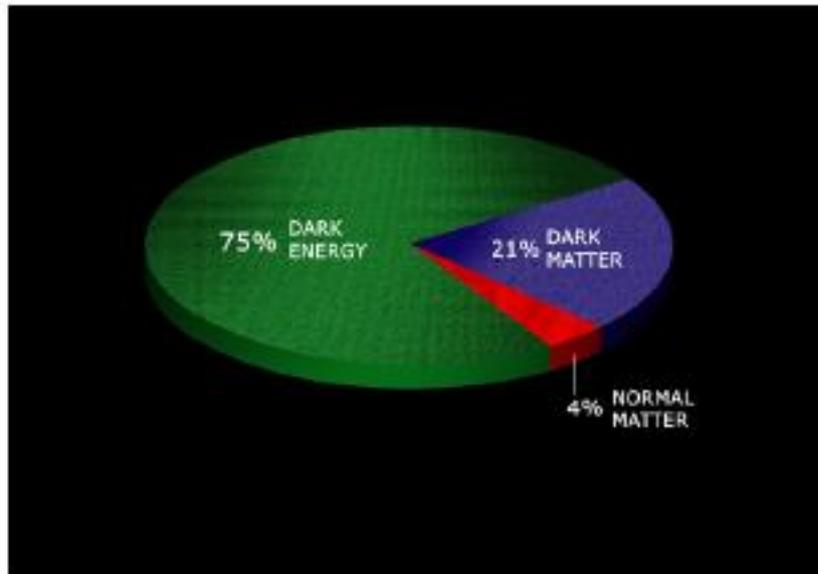


Figura 3.9 – estimativa da distribuição de matéria e energia no Universo. Extraído em agosto de 2016 no <http://www.if.ufrgs.br/oei/hipexpo/materia-energia-escuras.pdf>

Capítulo 4

Detalhamento da aplicação do produto

Nesse capítulo, vamos discutir os resultados esperados com a proposta, especificando todo o processo de aplicação do produto e mostrando os resultados alcançados nas diferentes etapas da atividade.

O presente trabalho tem como primeiro objetivo fortalecer e ampliar o universo de atividades a serem realizadas no ensino médio a fim de enriquecer o processo de ensino-aprendizagem relacionado à temática de astronomia. Em segundo, motivar os alunos para o ensino de astronomia, a partir do envolvimento com tecnologias, segundo Borges 2006, "A aprendizagem é facilitada por interações sociais: proporcionar oportunidades para os estudantes articularem suas ideias e seus entendimentos para os colegas, assim como para ouvirem e discutirem as ideias dos outros no contexto da sala de aula é particularmente efetivo para aumentar a aprendizagem conceitual. Não por mero acaso, essa é uma das estratégias básicas pesquisadas e sugeridas por Mazur e seu grupo". Além disso, promover o acesso dos estudantes da rede pública aos centros de ciências, proporcionando uma vivência em outras formas de educação.

Nossa proposta, na forma elaborada, pretende enriquecer a abordagem dos conteúdos astronômicos importantes para a formação do aluno. Um dos conteúdos discutidos é a cinemática do movimento que será aplicada ao movimento dos planetas. Utilizando gráficos da órbita, velocidade e aceleração, conseguimos visualizar seu comportamento favorecendo um entendimento mais completo, sendo possível mostrar, em tempo real, os efeitos da mudança da velocidade inicial na trajetória descrita pelo planeta (circular, elíptico e parabólico).

Para identificar os resultados da proposta didática juntos aos alunos, foram elaborados dois questionários para uma avaliação diagnóstica (Apêndice A) e também uma avaliação final (Apêndice B), de modo a detectar a evolução dos alunos e assim reconhecer avanços no entendimento dos conteúdos.

Antes da apresentação dos resultados é válido um esclarecimento a respeito do momento em que a educação básica da rede estadual vivencia e que prejudicou a aplicação do produto para o público alvo (estudantes da rede pública estadual de ensino).

O planejamento previa a aplicação do produto no primeiro semestre de 2016, para os alunos do Colégio Estadual Heitor Lira, na modalidade Normal (formação de professores), localizado no bairro da Penha e também para alunos que cursam a modalidade regular do Colégio Estadual Adlai Stevenson, localizado no bairro Vista Alegre, ambos no estado do Rio de Janeiro. Porém, em março do mesmo ano, um mês após o começo das aulas, estourou uma greve dos professores do estado, que culminou em uma greve geral dos servidores estaduais e, paralelamente, os alunos da rede mobilizaram –se para diversas ocupações nas escolas. Essas ações estenderam-se por todo o primeiro semestre, o que impossibilitou a aplicação do produto para os alunos dessas unidades.

Como alternativa, o produto foi aplicado aos alunos do ensino médio da rede particular de ensino do Colégio e Curso Aplicação, localizado no bairro da Vila Militar e também para alunos do ensino médio do Colégio Metropolitano, localizado no bairro do Meier, ambos no estado do Rio de Janeiro.

4.1 Visitando o Museu – o primeiro momento da proposta

Os alunos participaram da visita ao Museu de Astronomia, como uma atividade preparatória para Olimpíada de astronomia e Astronáutica, realizada em maio de 2016.



Foto 4.1 – alunos do Colégio e Curso Aplicação na escada do MAST



Foto 4.2 – visita ao espaço expositivo “As estações do Ano” do MAST



Foto 4.3– visita ao espaço expositivo “Fotografia – Ciência e Arte” do MAST



Foto 4.4 – visita ao espaço expositivo “Um Olhar nos Espaços de Dimensão 3D do MAST

Como nossa proposta sugere, essa atividade propiciou aos alunos um primeiro contato com temáticas de astronomia, de forma a despertar um interesse e motivação. Foi observado um grande entusiasmo, com indagações e perguntas sobre os diferentes conteúdos abordados

pelas exposições durante toda a visita e, podemos assim concluir, que o objetivo do primeiro momento foi alcançado.

4.2 Análise e discussão do tema em sala – o segundo momento

Nesse segundo momento, foram elaborados dois questionários para verificar se os objetivos do produto obtiveram resultados positivos. É importante mencionar que os espaços utilizados nas escolas citadas foram diferentes. No Colégio e Curso Aplicação, foram disponibilizados notebooks para os alunos em sala de aula, pois o colégio não dispõe de sala de informática.



Foto 4.5 – alunos do Colégio e Curso Aplicação, com os computadores em sala de aula

Os alunos foram organizados em duplas por computador. No Colégio Metropolitano, os alunos realizaram a atividade na sala de informática, com um ou dois alunos para cada computador.



Foto 4.6 – alunos do Colégio Metropolitano, na sala de informática da escola.



Foto 4.7 – alunos do Colégio Metropolitano, na sala de informática da escola.

Em ambas as escolas o professor utilizou seu próprio computador com Datashow, para a explanação

Antes da atividade começar, foram distribuídos os questionários de avaliação diagnóstica para cada aluno, estipulando 10 minutos para o preenchimento.



Foto 4.8 – alunos do Colégio Metropolitano, preenchendo o questionário.

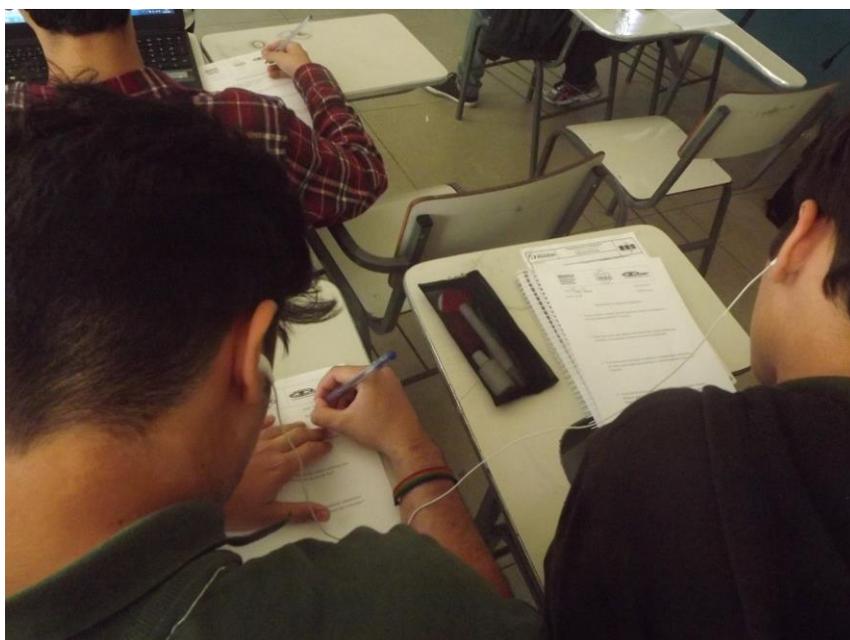


Foto 4.9 – alunos do Colégio e Curso Aplicação, preenchendo o questionário.

A aula começou com a apresentação do tema a ser discutido (Matéria Escura) e a utilização do software Excel como ferramenta para analisar a órbita do planeta Terra em torno do sol.

Na sequência, começamos com a montagem da planilha (para órbitas circulares), introduzindo as equações nas células de cada coluna, identificando a grandeza a ser obtida.

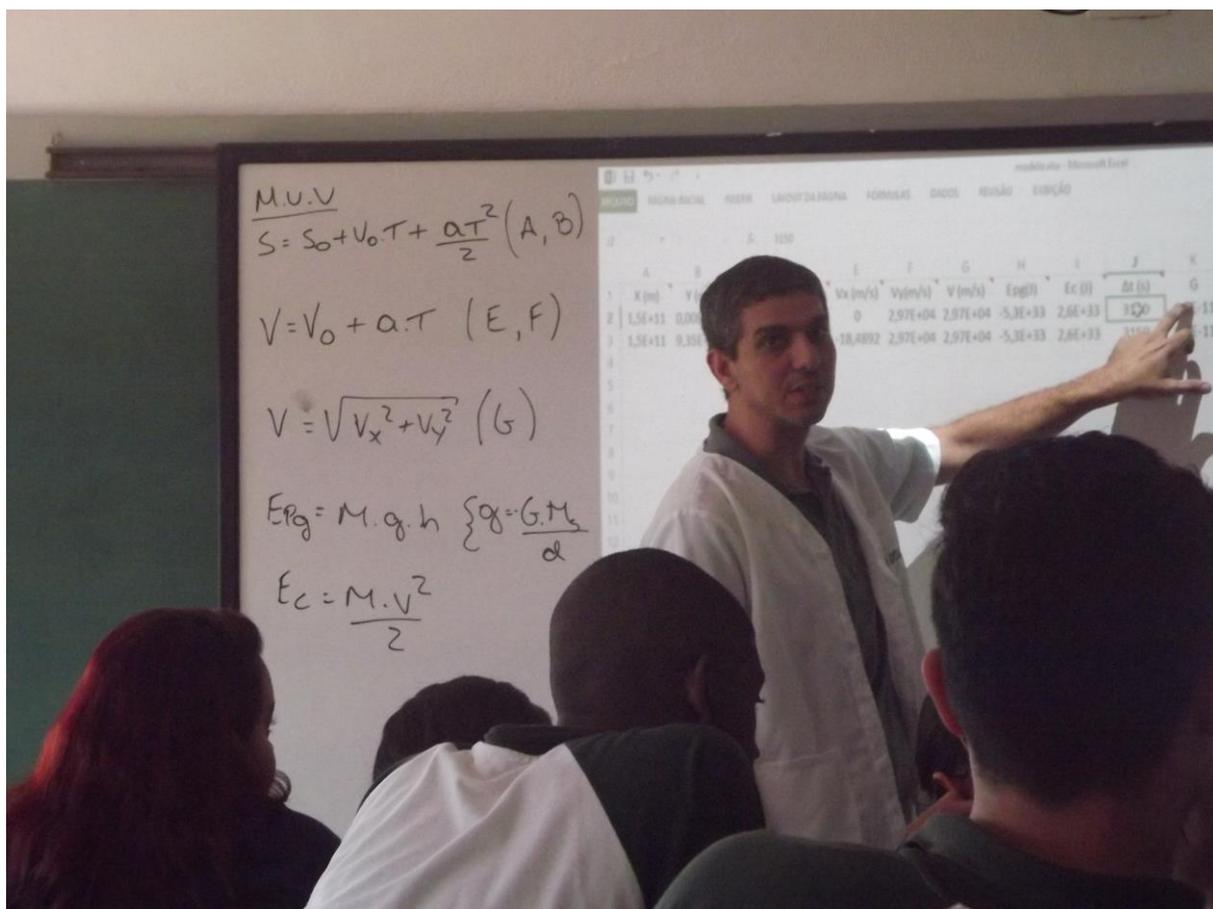


Foto 4.10 – alunos do Colégio e Curso Aplicação, durante a explanação para montagem da planilha.

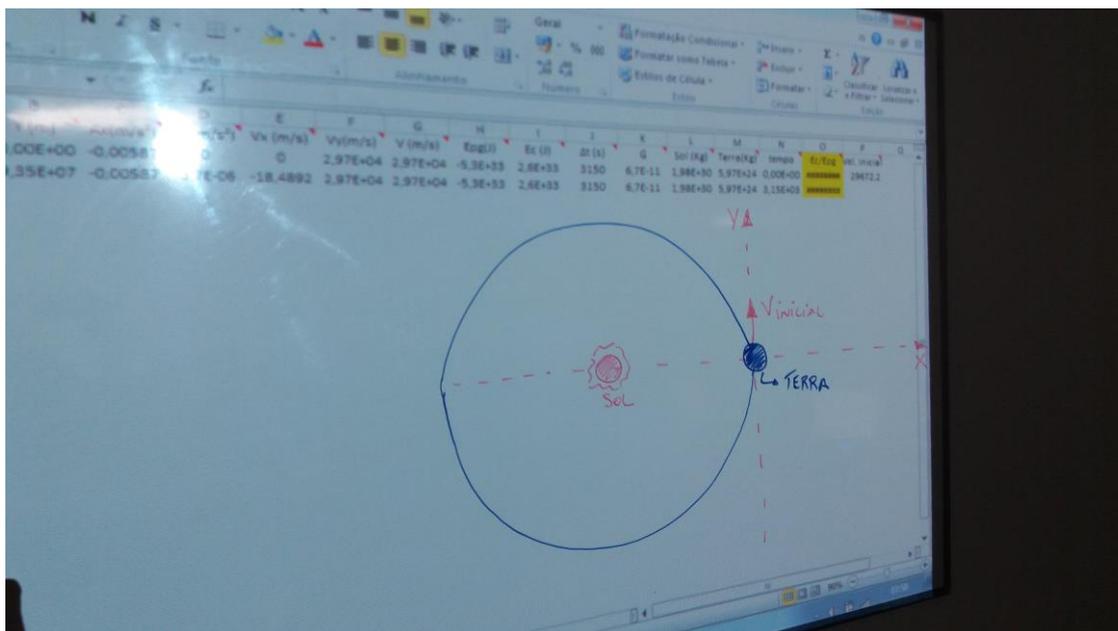


Foto 4.11 – projeção durante a explicação para construção da planilha

Essa construção das células com as equações tomou um tempo além do previsto, foi preciso dois tempos de aula para todos os alunos terem suas planilhas completas para a sequência da atividade. Isso se deu pelo fato dos alunos, em sua grande maioria, não dominarem a plataforma do software.

Parece evidente que o prolongamento da proposta para mais um dia (mais duas aulas), inviabilizaria a utilização do produto, já que precisaria da metade das aulas do bimestre para conclusão da atividade.

Como alternativa, foi elaborado um tutorial (Apêndice C), onde oriento a construção das planilhas, mostrando os comandos a serem inseridos em cada coluna. Assim essa etapa poderia ser realizada pelo aluno antes do segundo momento dessa proposta (quando possível), como uma atividade para casa, precedendo a discussão em sala.

Em sala, com as células de comando todas prontas, o próximo passo foi estender a análise para a quantidade de linhas necessárias para a plotagem adequada do gráfico, utilizamos 10.000 linhas (passos) para descrever o movimento da órbita circular

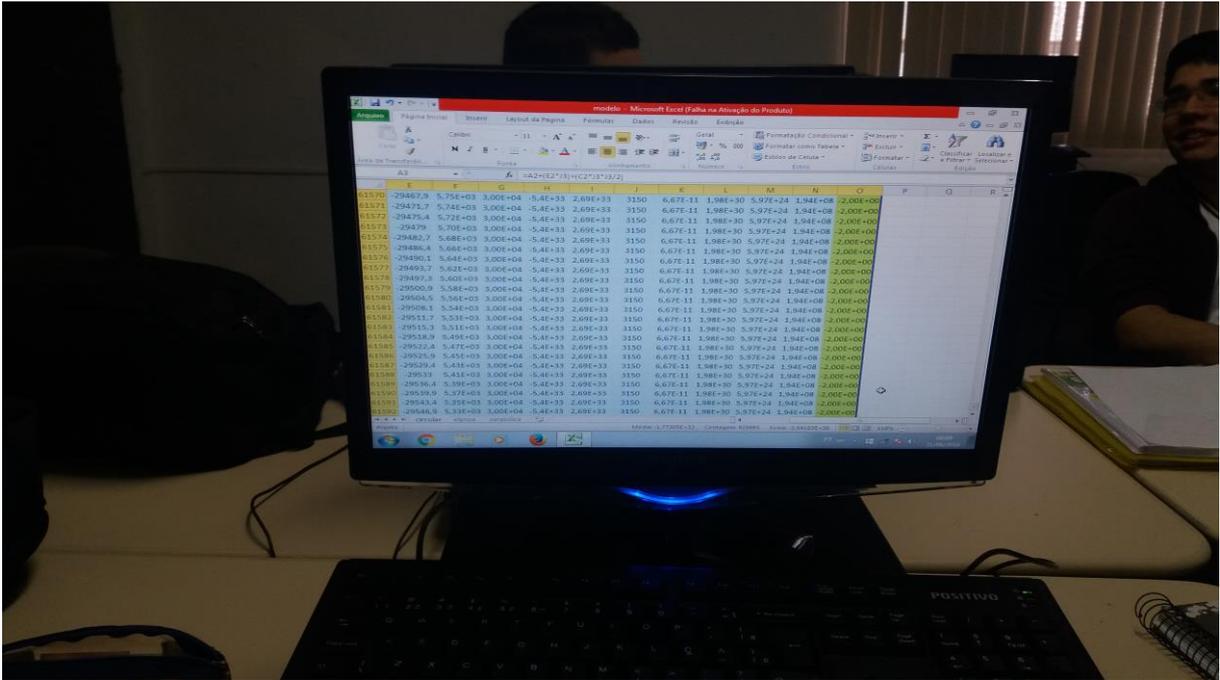


Foto 4.12 – planilha montada pelo aluno.

Nesse momento, fizemos a construção do gráfico selecionando as colunas que representam as posições do planeta no eixo X e Y, evidenciando o formato da órbita.

Analisamos também o comportamento da velocidade projetada nos eixos cartesianos e as acelerações. Em seguida chamei a atenção para o valor da coluna virial (relação entre a energia cinética e potencial), que mostrava o valor constante da relação para cada passo da órbita.

A partir daí, questionei sobre o valor da velocidade inicial do movimento e aumentamos seu valor em $\sqrt{1,5}$. Plotamos novamente o gráfico, onde foi verificada a alteração no formato da órbita, de circular para elíptica. É importante mencionar que no caso da órbita elíptica, estendemos a quantidade de passos para 30.000, sendo necessário para fechar a órbita no gráfico. Novamente voltamos nossas atenções para o Virial e percebemos que o valor mudava no decorrer do tempo, então fizemos o somatório da média temporal das energias (Apêndice C) e quando as relacionamos, encontramos novamente o valor esperado, enfatizando a veracidade do teorema virial para órbitas fechadas.

Por último, aumentamos o valor da velocidade para $\sqrt{2}$ em relação a velocidade da órbita circular e plotamos novamente o gráfico, encontrando uma órbita parabólica. Pra esse tipo de trajetória a relação virial não é estabelecida, pois sua órbita é aberta.

4.3 Evidenciando a existência da Matéria Escura – o terceiro momento

Nesse terceiro momento, após as análises das orbitas e da verificação do teorema virial, convido os estudantes há fazer uma analogia do estudo da órbita dos planetas com órbitas de astros em grandes estruturas cosmológicas, por exemplo o movimento da órbita do Sol em torno da nossa galáxia.



Figura 4.1 – Representação da Via Láctea, com o posicionamento do Sol em um de seus braços. Extraído em agosto de 2016 de <http://www.sobiologia.com.br/conteudos/Universo/galaxia.php>

Analogamente ao que fizemos para a órbita da Terra em torno do sol, podemos supor a veracidade do teorema virial para a órbita das estrelas em torno da galáxia. Assim, a relação entre as energias de cada estrela deveria respeitar o teorema, considerando a galáxia como um sistema equilibrado. Porém, ao analisarmos as estrelas que giram em raios diferentes ao centro da galáxia, essa relação não é satisfeita.

Verificamos que, ao se afastar do centro da galáxia, as estrelas que deveriam diminuir suas velocidades as mantém constante.

Na figura 4.2, podemos perceber o gráfico que indica a relação da velocidade da órbita e a distância da estrela em relação ao centro da galáxia. A parte tracejada, indica a relação esperada pelo teorema virial para essas estrelas. Já a linha amarela, o que realmente se observa nessa relação para uma galáxia em espiral, como a Via Láctea.



Figura 4.2 - curva genérica e qualitativa da velocidade de rotação de estrelas em torno do centro galácticos, mostrando a diferença dos valores observados e estimados para qualquer galáxia. Extraído de <http://astro.if.ufrgs.br/vialac/node5.htm> em agosto de 2016.

Essa diferença existente no que observamos e aquela prevista pelo teorema, nos leva a acreditar na existência de “alguma coisa” de natureza gravitacional, mas que não pode ser observada mediante ondas eletromagnéticas, há essa grandeza misteriosa denominamos Matéria Escura.

Na figura 4.3 abaixo, uma mostra da diferença existente na velocidade prevista e a verificada na órbita do Sol entorno da nossa galáxia.

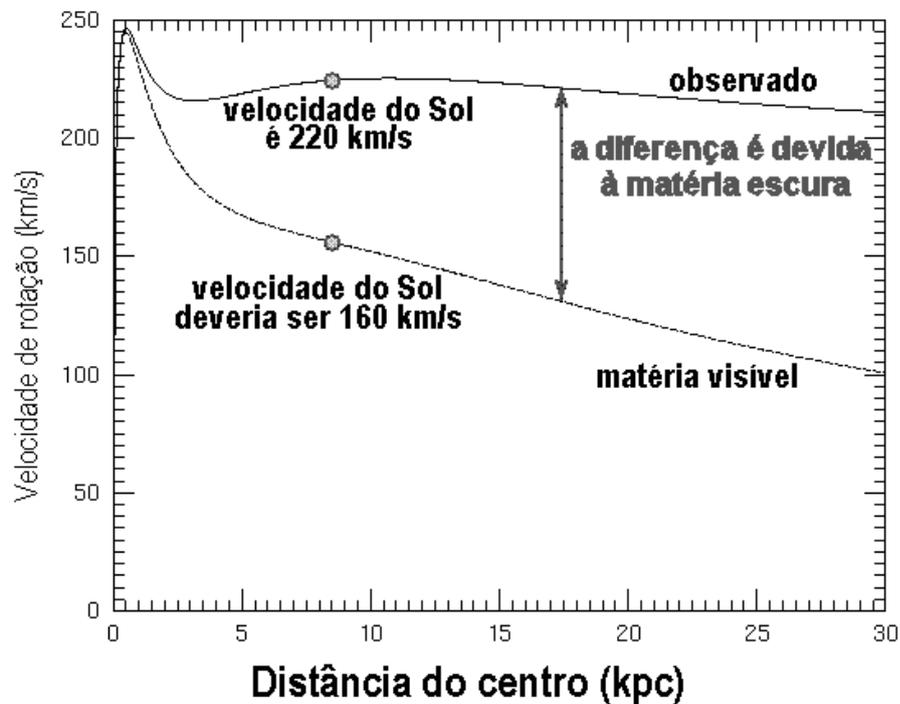


Figura 4.3 – diferença quantitativa entre a velocidade observada e a prevista levando em consideração apenas a matéria visível na galáxia. Extraído do <http://astro.if.ufrgs.br/vialac/node5.htm> em agosto de 2016.

Após esta explanação, foi aberto um espaço para os alunos colocarem suas opiniões e dúvidas sobre o tema, seguido da implementação do segundo questionário, chamado questionário de avaliação de resultados.

4.4 Análise dos questionários

Como dito anteriormente, foram aplicados dois questionários aos alunos na tentativa de verificar os efeitos da proposta sobre o aprendizado. O primeiro questionário foi aplicado no começo do segundo momento da atividade, como uma forma de diagnosticar os conhecimentos já existentes sobre as leis que regem o movimento dos astros e sobre suas expectativas com os recursos utilizados. O segundo, aplicado no final da atividade, para

reconhecer algum avanço nas concepções sobre os fenômenos astronômicos, em especial o de matéria escura.

A seguir, o quantitativo de respostas para cada questão é apresentado.

Total de alunos participantes – 48

Alunos cursando a 3ª série do E.M. – 27

Alunos cursando a 2ª série do E.M. – 21

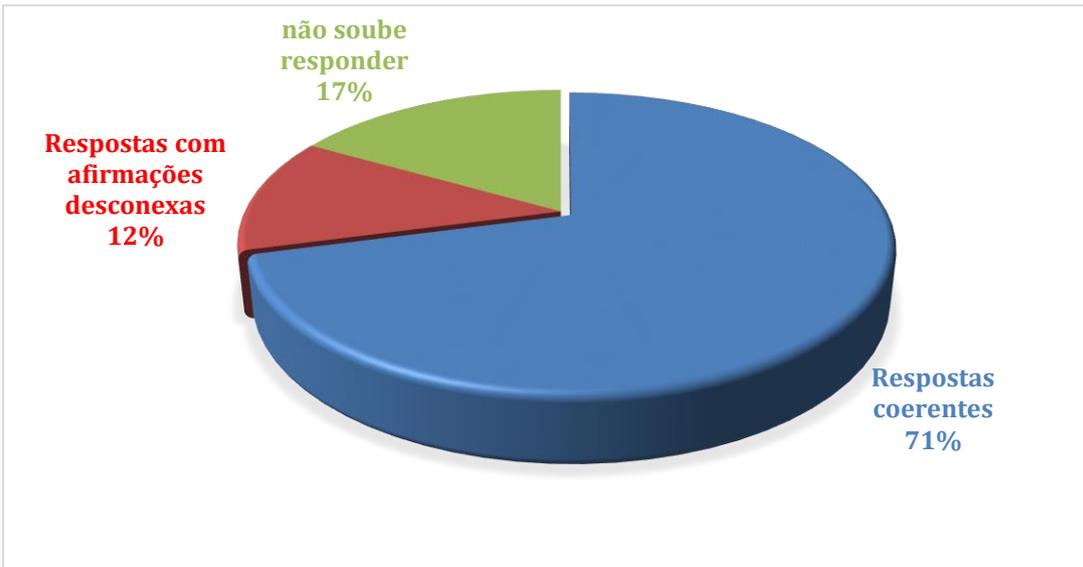
4.4.1 Questionário de avaliação diagnóstica.

Questão 1 - Na sua opinião, o estudo do movimento de corpos é importante na sua formação acadêmica? Comente.



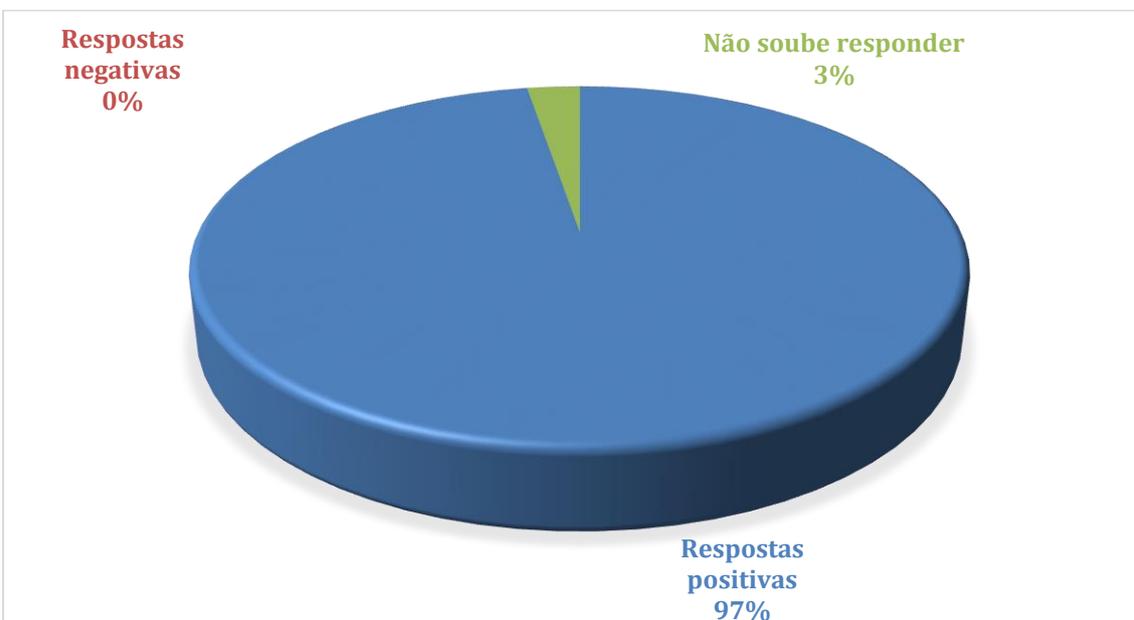
Foi constatada a importância do estudo do movimento dos corpos pela maioria dos alunos (81%).

Questão 2- Quais são as leis que regem o movimento dos corpos celestes, por exemplo, o movimento da Terra em torno da estrela Sol?



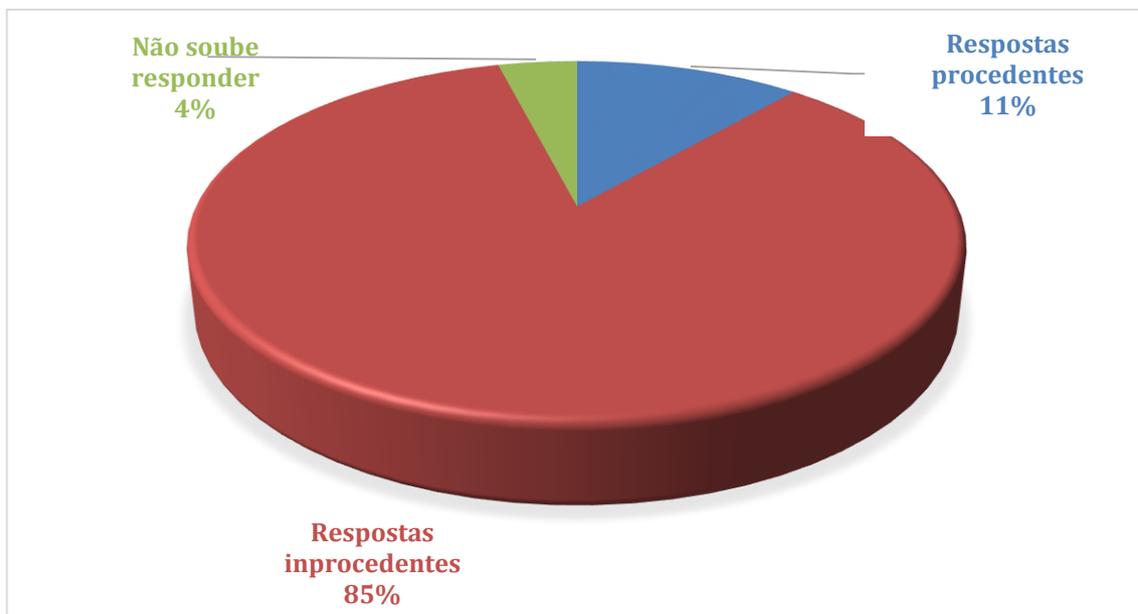
A maioria dos alunos (71%) responderam de forma coerente, indicando um conhecimento prévio do assunto.

Questão 3 - Você acha que a utilização de aparatos e equipamentos eletrônicos nas aulas, pode ajudar na construção e entendimento dos conceitos? Comente.



A grande maioria dos estudantes (97%) afirma que a utilização desses recursos ajuda no seu entendimento sobre o assunto.

Questão 4 - No estudo da astronomia, a Matéria Escura aparece com bastante destaque para o entendimento do Universo. Para você, o que é a Matéria Escura?



Nessa última questão os alunos indicaram, na sua maioria, um desconhecimento sobre o conceito de matéria escura, mostrando uma confusão e engano na definição da grandeza.

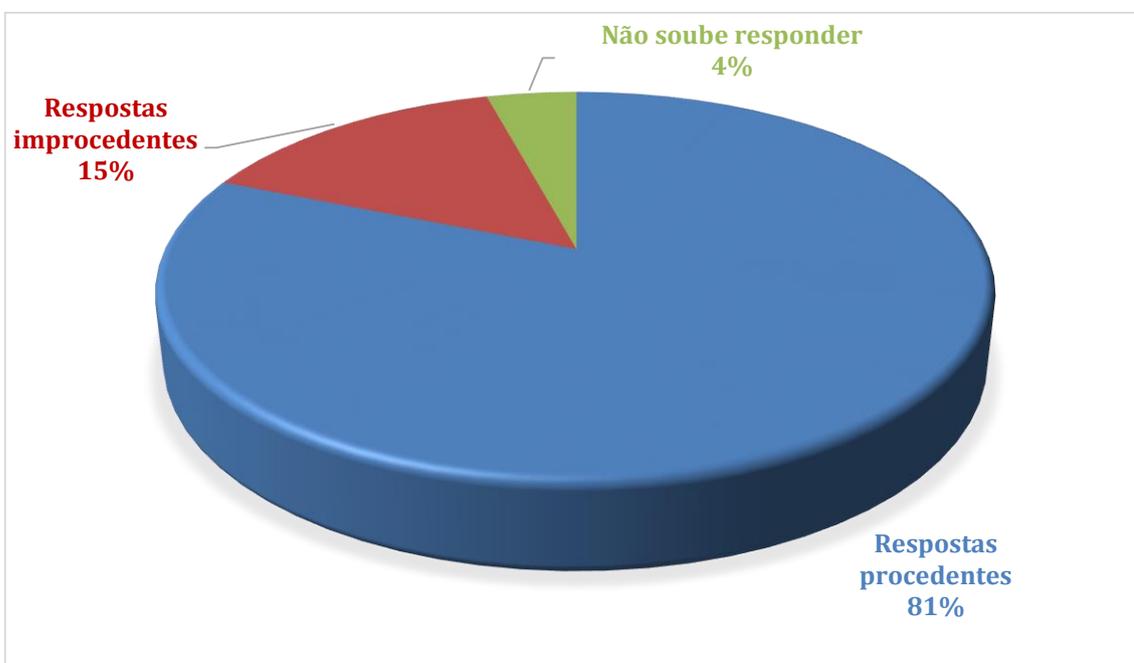
4.4.2 Questionário de avaliação de resultados.

Questão 1 - A utilização de planilhas para estudar a órbita da Terra ajudou na construção do conhecimento sobre esse movimento?



Podemos verificar que a maioria dos alunos (96%) respondeu de forma positiva para a utilização das planilhas, indicando sua contribuição para a construção do conhecimento.

Questão 2 - Cite alguns conceitos do estudo do movimento dos corpos que utilizamos para construir as órbitas graficamente.



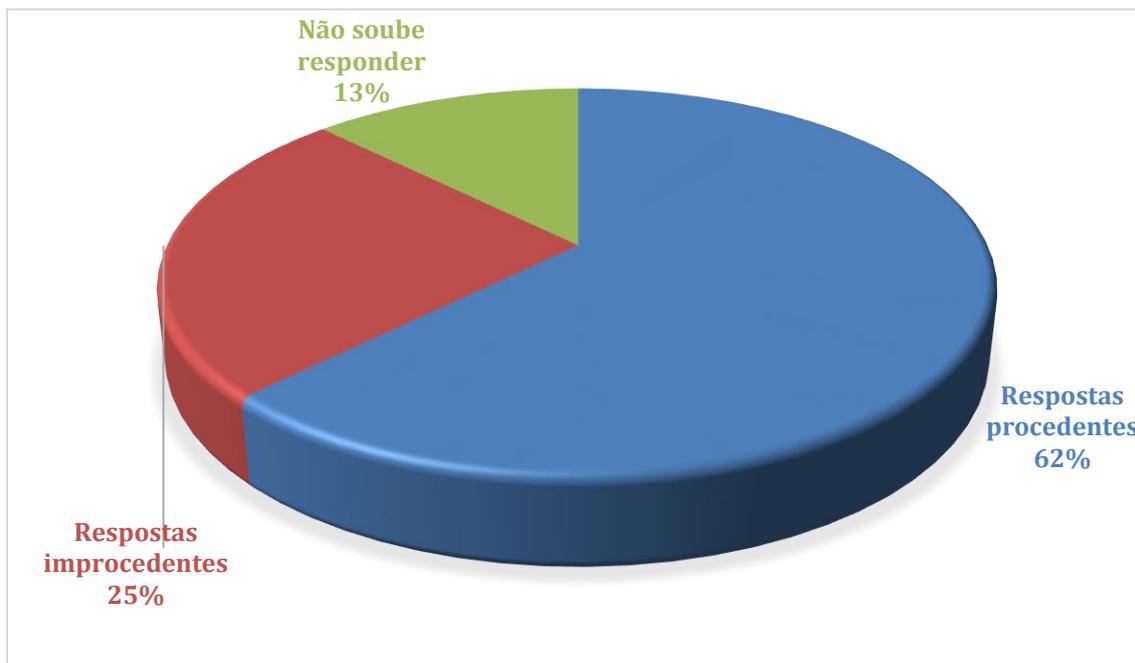
A maioria dos alunos (81%) pontuaram os conceitos que nortearam o estudo de forma procedente.

Questão 3 - Após as discussões, a sua ideia sobre a Matéria Escura mudou? Se sim, comente.



Do total de alunos participantes, 58% (maioria) afirmou que a atividade ajudou na construção do conceito de matéria escura de forma consistente.

Questão 4 - De que maneira o estudo do Virial, relação entre a média temporal das energias cinéticas e potenciais, ajudou na construção da ideia de Matéria Escura?



Verificou-se nessa questão, que a maioria dos estudantes conseguiu avançar para um entendimento mais completo do tema.

De acordo com as respostas que se referem a utilização do software (questão 3 do questionário diagnóstico e questão 1 do questionário de resultados), verificou-se a relevância da utilização de programas computacionais, facilitando a construção do conhecimento e, acima de tudo, como uma ferramenta motivacional.

Já as respostas referentes ao conceito de matéria escura (questão 3 do questionário diagnóstico e questões 3 e 4 do questionário de resultados), nos indicam o sucesso no entendimento dos conceitos discutidos como, o estudo da órbita, relação virial e matéria escura.

Capítulo 5

Comentários e Conclusões Finais

Uma das motivações para a elaboração desse trabalho é a pequena quantidade de atividades na área de astronomia para se trabalhar com estudantes de ensino básico. Infelizmente ainda temos que avançar muito na introdução de temas dessa área para que se possa atingir um patamar aceitável, no sentido de trazer as informações corretas para os estudantes que estão expostos cotidianamente ao que a mídia apresenta e desperta, em termos de apelo e curiosidade nestes adolescentes. Com o presente trabalho acreditamos ter dado um passo no preenchimento desta lacuna, contribuindo também com uma proposta de ensino para os colegas do ensino de física, onde agregando elementos a sua formação de graduação, trazendo conteúdos relativos a astronomia para estimular e atrair o interesse dos seus estudantes no aprendizado da Física.

Outro comentário importante é que essa proposta enfatiza a relevância que deve ser dada para as atividades que possibilitem o aumento do capital cultural dos nossos alunos, em especial os da rede pública, pois como a proposta sugere, é um grande motivador para o estudo de temas científicos.

Como pode ser constatada, pela comparação dos resultados dos questionários apresentados nas subseções 4.41 e 4.42, a proposta de atividades oferecidas serviu efetivamente tanto para incentivar o uso de práticas didáticas diferenciada daquelas utilizadas na educação formal, como no sentido de ampliar e fortalecer sua formação acadêmica (conteúdo) dos currículos escolares. Além disso, mostrou que a utilização de novos recursos didáticos na prática docente, permite a maior motivação para introdução de temas da atualidade no ensino de física.

Em particular, mostramos que o tema da matéria escura do universo pode ser perfeitamente colocado para o ensino médio, com o uso de conceitos cinemáticos simples e corriqueiramente desenvolvido neste nível. Mostramos que o fundamental não é a questão das formulas e resultados numéricos obtidos, pois estes as planilhas e softwares podem perfeitamente dar conta do recado. O essencial é deixar bem claro a colocação do problema e a concatenação de ideias e conhecimentos prévios para na proposta de uma solução para o mesmo. Os cálculos e fórmulas matemáticas são apenas instrumentos que se aprimoram com as novas tecnologias a serem empregadas numa sequência didática de ensino e aprendizagem.

Apêndice A

Questionário de avaliação diagnóstica



Nome:

Série:

Escola:

Rede de ensino:

Questionário de avaliação diagnóstica.

1. Na sua opinião, o estudo do movimento de corpos é importante na sua formação acadêmica? Comente.
2. Quais são as leis que regem o movimento dos corpos celestes, por exemplo, o movimento da Terra em torno da estrela Sol?
3. Você acha que a utilização de aparatos e equipamentos eletrônicos nas aulas, pode ajudar na construção e entendimento dos conceitos? Comente.
4. No estudo da astronomia, a Matéria Escura aparece com bastante destaque para o entendimento do Universo. Para você, o que é a Matéria Escura?

Apêndice B

Questionário de avaliação de resultados

 <p>MNPEF Mestrado Nacional Profissional em Ensino de Física</p>	 <p>UNIRIO</p>	 <p>SBF SOCIEDADE BRASILEIRA DE FÍSICA</p>
--	--	--

Nome:

Série:

Escola:

Rede de ensino:

Questionário de avaliação de resultados.

1. A utilização de planilhas para estudar a órbita da Terra ajudou na construção do conhecimento sobre esse movimento?
2. Cite alguns conceitos do estudo do movimento dos corpos que utilizamos para construir as órbitas graficamente.
3. Após as discussões, a sua ideia sobre a Matéria Escura mudou? Se sim, comente.
4. De que maneira o estudo do Virial, relação entre a média temporal das energias cinéticas e potenciais, ajudou na construção da ideia de Matéria Escura?

Apêndice C

Planilha para análise de órbitas planetárias



PLANILHA PARA ANÁLISE DE ÓRBITAS PLANETÁRIAS E VERIFICAÇÃO DO TEOREMA VIRIAL GRAVITACIONAL.

Thiago de Castro Gusmão

Produto que acompanha a Dissertação do Programa de Pós-Graduação em Ensino de Física da UNIRIO no Curso de Mestrado Nacional Profissional de Ensino de Física (MNPEF). Uma complementação dos requisitos necessários à obtenção do título de Mestre em Ensino de Física.

Orientador(es):

Sérgio B. Duarte

Rio de Janeiro, Agosto de 2016



Foto extraída de <http://hypescience.com/10-records-de-objetos-espaciais/> em agosto de 2016

Instruções para a construção da planilha

Esse documento foi elaborado para ajudar o professor e o aluno, na montagem de planilhas no Excel como forma de reduzir o tempo gasto na realização da atividade “O Virial gravitacional e a existência da matéria escura do Universo - Uma Proposta para o Ensino Médio”. A seguir, o passo a passo para construção do modelo de planilha para análise dos diferentes tipos de órbitas e os comandos necessários para os cálculo das grandezas.

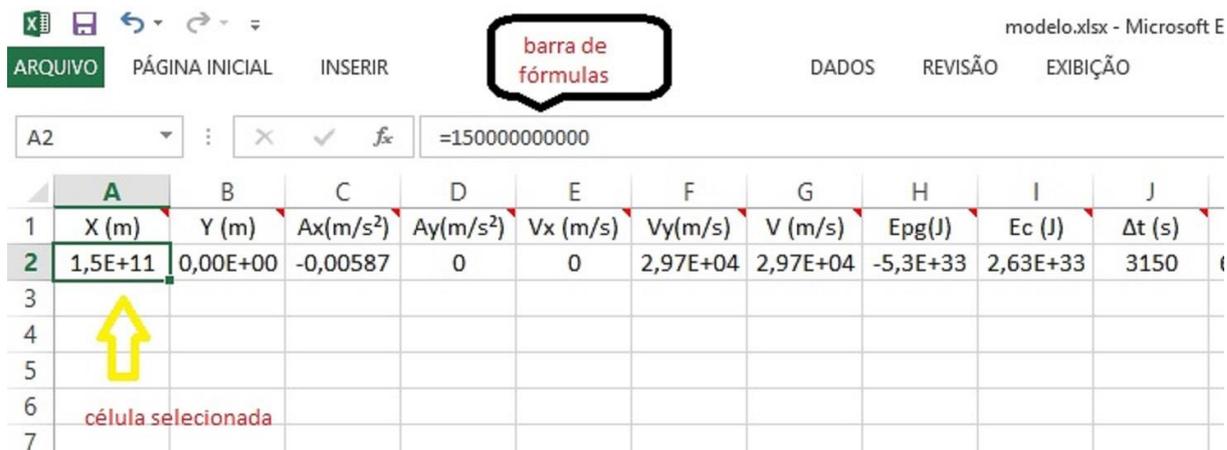
Começaremos montando uma planilha para órbitas circulares. Com o Excel aberto, usaremos a primeira linha para nomear as colunas com as grandezas físicas pertinentes (usaremos o planeta Terra como exemplo):



Coluna A – posição no eixo cartesiano X em metros
Coluna B – posição no eixo cartesiano Y em metros
Coluna C – aceleração sofrida pelo planeta no eixo X
Coluna D – aceleração sofrida pelo planeta no eixo Y
Coluna E – velocidade instantânea do planeta no eixo X
Coluna F – velocidade instantânea do planeta no eixo Y
Coluna G – velocidade resultante
Coluna H – valor da energia potencial do planeta
Coluna I – valor da energia cinética do planeta
Coluna J – intervalo de tempo entre uma marcação e outra (passo ou salto)
Coluna K – constante gravitacional
Coluna L – massa do Sol
Coluna M – massa da Terra
Coluna N – Tempo decorrido
Coluna O – relação virial
Coluna P – velocidade inicial

Figura 1 – nomenclatura das células da primeira linha da planilha

O próximo passo é indicar os comandos na linha 2 para cada coluna. Esses comandos, serão inseridos na barra de fórmulas, localizado acima das células. É importante mencionar a necessidade de selecionar, primeiramente a célula para depois a inserção do comando. (Exemplo da figura abaixo)



COLUNAS	COMANDOS
Coluna A – posição inicial no eixo X em metros	= 150.000.000.000
Coluna B – posição inicial no eixo Y em metros	= 0,00
Coluna C – aceleração no eixo X em m/s ²	=-((K2*L2*A2)/(((A2*A2)+(B2*B2))^(3/2)))
Coluna D – aceleração no eixo Y em m/s ²	=-((K2*L2*B2)/(((A2*A2)+(B2*B2))^(3/2)))
Coluna E – velocidade instantânea no eixo X em m/s	= 0,00
Coluna F – velocidade instantânea no eixo Y em m/s	=P2
Coluna G – velocidade resultante em m/s	=RAIZ((E2*E2)+(F2*F2))
Coluna H – valor da energia potencial do planeta em Joule	=-((K2*L2*M2)/(RAIZ((A2*A2)+(B2*B2))))
Coluna I – valor da energia cinética do planeta em Joule	=(M2*G2*G2)/2
Coluna J – intervalo de tempo (passo ou salto) em segundos	=3150
Coluna K – constante gravitacional em N.m ² /kg ²	=0,000000000667
Coluna L – massa do Sol em Kg	=1,98E+30
Coluna M – massa da Terra em Kg	=5,972E+24
Coluna N – tempo inicial em segundos	= 0,00
Coluna O – relação virial	=H2/I2
Coluna P – velocidade inicial em m/s	=RAIZ(K2*L2/A2)

Figura 2 – comandos que devem ser inseridos nas células na linha 2.

COLUNAS	COMANDOS
Coluna A – posição no eixo X em metros	=A2+(E2*J3)+(C2*J3*J3/2)
Coluna B – posição no eixo Y em metros	=B2+(F2*J3)+(D2*J3*J3/2)
Coluna C – aceleração no eixo X em m/s ²	=-((K3*L3*A3)/(((A3*A3)+(B3*B3))^(3/2)))
Coluna D – aceleração no eixo Y em m/s ²	=-((K3*L3*B3)/(((A3*A3)+(B3*B3))^(3/2)))
Coluna E – velocidade instantânea no eixo X em m/s	=E2+(C3*J3)
Coluna F – velocidade instantânea no eixo Y em m/s	=F2+(D3*J3)
Coluna G – velocidade resultante em m/s	=RAIZ((E3*E3)+(F3*F3))
Coluna H – valor da energia potencial do planeta em Joule	=-((K3*L3*M3)/(RAIZ((A3*A3)+(B3*B3))))
Coluna I – valor da energia cinética do planeta em Joule	=(M3*G3*G3)/2
Coluna J – intervalo de tempo (passo ou salto), em segundo	=3150
Coluna K – constante gravitacional em N.m ² /kg ²	=0,0000000000667
Coluna L – massa do Sol em Kg	=1,98E+30
Coluna M – massa da Terra em Kg	=5,972E+24
Coluna N – tempo decorrido em segundo	=N2+3150
Coluna O – relação virial	=H3/I3

Figura 3 – comandos a serem inseridos na linha 3 da planilha.

Precisamos ainda inserir comandos para a terceira etapa (terceira linha) da planilha, antes de aumentar os saltos (arrastando o cursor) até 10.000 linhas. Conforme exemplifica a figura abaixo.

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P
1	X (m)	Y (m)	Ax(m/s ²)	Ay(m/s ²)	Vx (m/s)	Vy(m/s)	V (m/s)	Epg(J)	Ec (J)	Δt (s)	G	Sol (Kg)	Terra(Kg)	tempo	Ec/Epg	Vel. Inicial
2	1,5E+11	0,00E+00	-0,00587	0	0	2,97E+04	2,97E+04	-5,3E+33	2,63E+33	3150	6,67E-11	1,98E+30	5,97E+24	0,00E+00	-2,00E+00	29672,21
3	1,5E+11	9,35E+07	-0,00587	-3,7E-06	-18,4892	2,97E+04	2,97E+04	-5,3E+33	2,63E+33	3150	6,67E-11	1,98E+30	5,97E+24	3,15E+03	-2,00E+00	
4																
5																
6																

Figura 4 – Recorte da planilha com a terceira linha preenchida

Pronto! A planilha para analisar a órbita circular do planeta está pronta e devemos agora selecionar a linha 3 inteira e arrastar até a linha 10.000. Esta etapa, assim como a plotagem dos gráficos, serão realizadas em sala de aula com a ajuda do professor.

Em uma órbita elíptica a construção é idêntica, porém, acrescida da média temporal das energias, para que seja possível o aparecimento da relação virial, como percebemos na figura 4.

modelo.xlsx - Microsoft Excel

EXIBIÇÃO

L	M	N	O	P	Q	R	S	T	U	V	W
Sol (Kg)	Terra(Kg)	tempo	Epg/Ec	rel. Inicial		Ec média	Epg média		somatório		
1,98E+30	5,97E+24	0,00E+00	#####	36340,9		1,24E+37	-1,66E+37	Ec	2,48E+37		
1,98E+30	5,97E+24	3,15E+03	#####			1,24E+37	-1,66E+37	Epg	-3,31E+37		
									média		
								Ec	#DIV/0!		
								Epg	#DIV/0!		
									Virial	#DIV/0!	

Figura 5 – recorte da planilha mostrando os comandos inseridos.

Nas colunas R e S, primeiramente, vamos calcular os valores de energia multiplicada pelo tempo. E na coluna U o somatório. Na linha 1, vamos inserir os nomes de cada coluna.

Coluna R – energia cinética multiplicada pelo intervalo de tempo relacionado
Coluna S – energia potencial multiplicada pelo intervalo de tempo relacionado
Coluna U – Somatório das energias cinéticas e potencial

Figura 6 – descrição dos nomes das colunas R, S e U na linha 1.

Na linha 2, vamos colocar os comandos na barra de fórmulas, não esqueça de selecionar a célula antes de inserir o comando:

Coluna R	=I2*J2
Coluna S	=H2*J2

Figura 7 – comandos inseridos na linha 2 nas respectivas colunas.

Já em relação a coluna U (somatório), a linha 2 representa o somatório da energia cinética e a linha 3 o somatório da energia potencial, segue os comandos abaixo.

Linha 2	=SOMA(R2:R14000)
Linha 3	=SOMA(S2:S14000)

Figura 8 – comandos do somatório nas linhas 2 e 3.

Para calcular a média das energias, vamos inserir mais dois comandos na sequência da coluna U para a média da energia cinética e potencial, que serão usadas para calcular a relação virial.

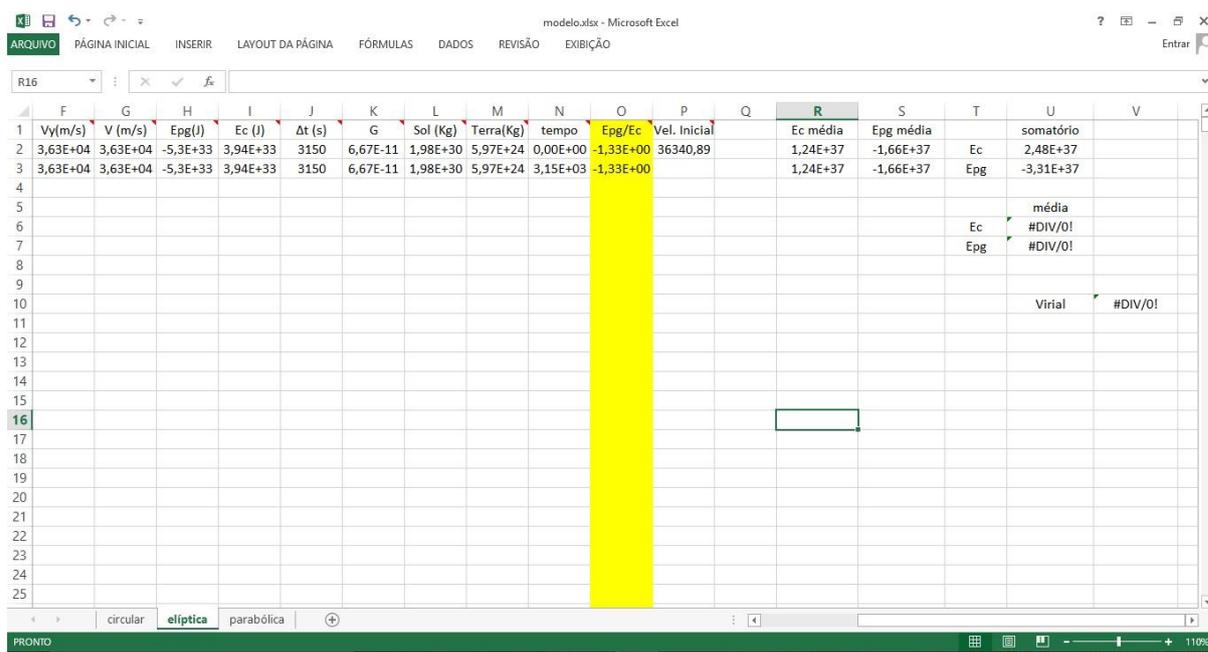


Figura 9 – recorte da planilha de órbitas elípticas.

Na linha 5 / coluna U vamos inserir a nomenclatura (média), em seguida na linha 6, após selecionar a célula, inserir na barra de fórmula o seguinte comando – “=U2/N14000” – e na linha 7 o comando – “=U3/N14000”.

Para finalizar a planilha, podemos selecionar qualquer célula vazia para inserir a relação entre a média temporal das energias com o comando – “=U7/U6”.

Ainda não acabou! Precisamos fazer uma alteração na velocidade inicial “P2” para o planeta descrever uma órbita elíptica. Vamos acrescentar o valor de 1,5 na raiz do comando, para aumentar sua velocidade, conforme a figura:

modelo.xlsx - Microsoft Excel

DADOS REVISÃO EXIBIÇÃO

INSERIR ↓ acréscimo de 1,5 na raiz para velocidade inicial

f_x =RAIZ(1,5*K2*L2/A2)

D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S
(m/s ²)	Vx (m/s)	Vy(m/s)	V (m/s)	Epg(J)	Ec (J)	Δt (s)	G	Sol (Kg)	Terra(Kg)	tempo	Epg/Ec	vel. Inicial		Ec média	Epg média
0	0	3,63E+04	3,63E+04	-5,3E+33	3,9E+33	3150	6,7E-11	1,98E+30	5,97E+24	0,00E+00	#####	36340,9		1,24E+37	-1,66E+37
5E-06	-18,4892	3,63E+04	3,63E+04	-5,3E+33	3,9E+33	3150	6,7E-11	1,98E+30	5,97E+24	3,15E+03	#####			1,24E+37	-1,66E+37

Figura 10 – recorte da planilha mostrando o aumento no valor da velocidade inicial, para uma órbita elíptica.

Pronto! Sua planilha para analisar órbitas elípticas está pronta.

A planilha para análise de órbitas elípticas está pronta e devemos agora selecionar a linha 3, até a coluna O, e arrastar até a linha 30.000. Esta etapa, assim como a plotagem dos gráficos, serão realizadas em sala de aula com a ajuda do professor.

Já a planilha para análise de órbitas parabólicas é idêntica a planilha de órbitas circulares, no que diz respeito a sua construção, com a diferença da velocidade inicial (coluna P) onde iremos acrescentar na raiz do comando o valor de 2 (figura abaixo), aumentando ainda mais o valor da velocidade inicial do planeta. Dessa maneira, produzimos uma órbita aberta, onde a relação virial não é satisfeita.

modelo.xlsx - Microsoft Excel

DADOS REVISÃO EXIBIÇÃO

ARQUIVO PÁGINA INICIAL INSERIR ↓ Acrescimento de 2 na barra de fórmula

P2 f_x =RAIZ(2*K2*L2/A2)

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q
	X (m)	Y (m)	Ax(m/s ²)	Ay(m/s ²)	Vx (m/s)	Vy(m/s)	V (m/s)	Epg(J)	Ec (J)	Δt (s)	G	Sol (Kg)	Terra(Kg)	tempo	Epg/Ec	Vel. Inicial	
2	1,5E+11	0,00E+00	-0,00587	0	0	4,20E+04	4,20E+04	-5,3E+33	5,26E+33	3150	6,67E-11	1,98E+30	5,97E+24	0,00E+00	-1,00E+00	41962,84	
3	1,5E+11	1,32E+08	-0,00587	-5,2E-06	-18,4892	4,20E+04	4,20E+04	-5,3E+33	5,26E+33	3150	6,67E-11	1,98E+30	5,97E+24	3,15E+03	-1,00E+00		

Figura 11 – recorte da planilha mostrando o aumento no valor da velocidade inicial, para uma órbita parabólica.

Acredito ter auxiliado na construção das planilhas para analisar as diferentes órbitas planetárias, porém existe um vídeo no link – <http://.....>, onde o leitor pode encontrar explicações adicionais sobre a construção da planilha.

Desejo a todos os estudantes e professores bons estudos e divirtam-se!

Referências Bibliográficas

[BORGES, Oto 2006] O. Borges, Formação inicial de professores de Física: Formar mais! Formar melhor! *Revista Brasileira de Ensino de Física*, v. 28, n. 2, p. 135-142, 2006.

[Moreira 2010] M. A. Moreira, *Ensino de Física no Brasil*, Retrospectiva Marco Antônio Moreira Instituto de Física, UFRGS (2000).

[Figura 1] Disponível em <http://www.if.ufrgs.br/~fatima/ead/universo-atual.htm>

[Dias 2007] DIAS, Claudio André C. M. SANTA RITA, Josué R. *Inserção da astronomia como disciplina curricular do ensino médio*. v. 9, n. 1/3, jan./dez. 2007. CEFET. Campos dos Goytacazes - RJ.

[Ladeira 2010] LADERA, Celso L. ALOMA, Eduardo e LÉON, Pilar. The Virial Theorem and its applications in the teaching of Modern Physics, *Latin-American Journal of Physics Education*, v4, 2, 2010.

[Sodré Jr., L.O LADO ESCURO DO UNIVERSO. *Cad. Bras. Ens. Fis.*, v. 27, n. Especial: p. 743-769, nov. 2010

Zwicky, F. (1929) PNAS, 15, 773-779. <http://dx.doi.org/10.1073/pnas.15.10.773>

[Wuensche, 94] Carlos Alexandre Wuensche, A Radiação Cósmica de Fundo em Microondas e a Formação de Estruturas no Universo: Uma Visão Atual, INPE,1994. Disponível em: http://www.das.inpe.br/~alex/Divulgacao/rcf_formestruturas.pdf